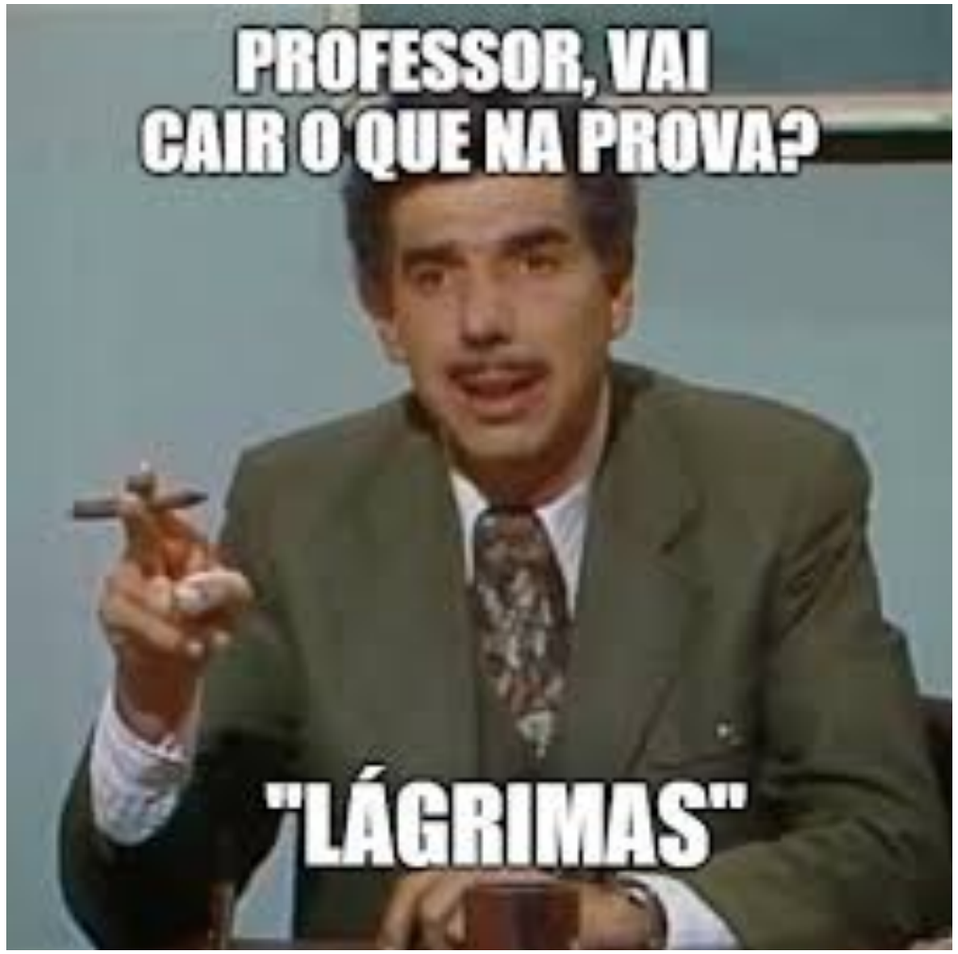
Mecânica (IGc) - 4310192: Revisão para a Prova P1

Ministrado por

Prof. Gustavo Paganini Canal

Departamento de Física Aplicada

Instituto de Física da Universidade de São Paulo



Curso ministrado online para o

Instituto de Geociências

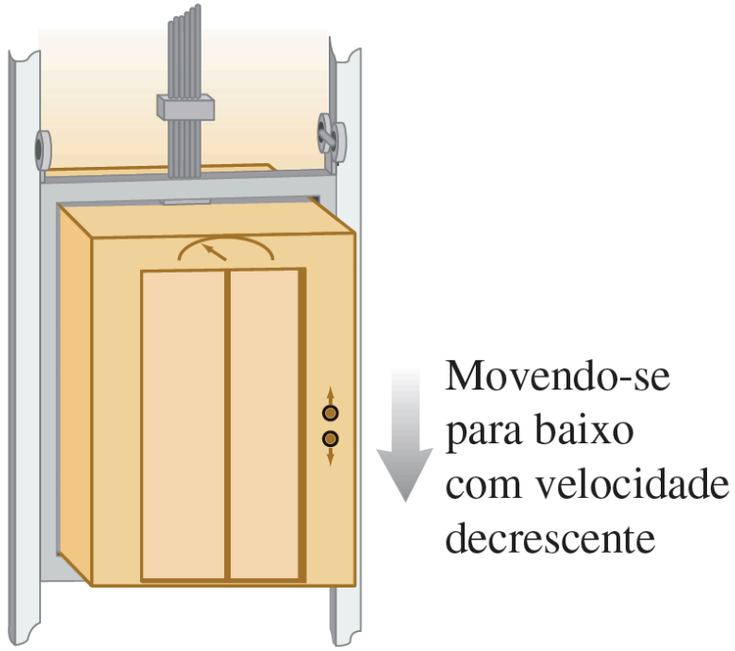
e-mail: canal@if.usp.br

São Paulo - SP, 17 de Setembro de 2020

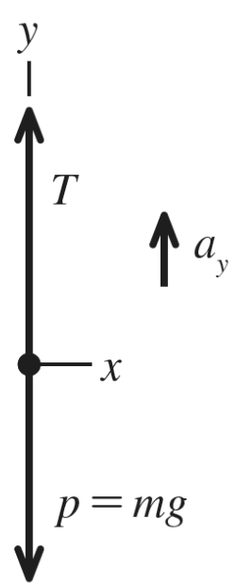
Exercício 1: Elevador em desaceleração

- **Um elevador e sua carga possuem massa total igual a 800 kg. O elevador está inicialmente descendo com velocidade igual a 10,0 m/s. A seguir, ele atinge o repouso em uma distância de 25,0 m. Ache a tensão T no cabo de suporte enquanto o elevador está diminuindo de velocidade até atingir o repouso**

(a) Elevador descendo



(b) Diagrama do corpo livre para o elevador



$$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2\,a_y\,\left(y - y_0\right)$$

$$a_y = \frac{v_y^2 - v_{0y}^2}{2\left(y - y_0\right)}$$

$$a_y = \frac{0^2 - 10^2}{2\,(-25)} = +\,2{,}00\ m/s^2$$

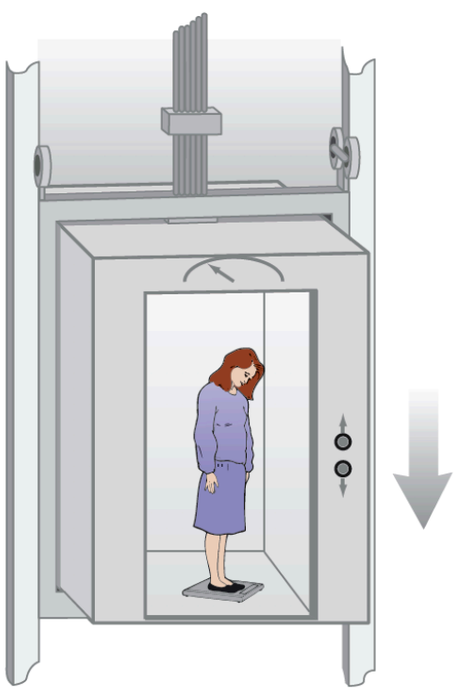
$$\Sigma F_y = T - m\,g = m\,a_y$$

$$T = m\,\left(g + a_y\right) = 800\ (9{,}80 + 2{,}00) = 9.440\,N$$

Exercício 2: Mulher num elevador em desaceleração - Continuação

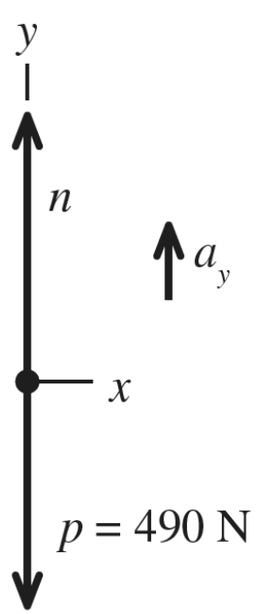
- **Uma mulher de 50,0 kg está sobre uma balança dentro do elevador do exercício anterior. Qual é a leitura da balança?**

(a) Passageira de um elevador que desce



Movimento para baixo, com redução na velocidade

(b) Diagrama do corpo livre para a passageira



$$a_y = +\,2{,}00\ m/s^2$$

$$\Sigma F_y = n - m\,g = m\,a_y$$

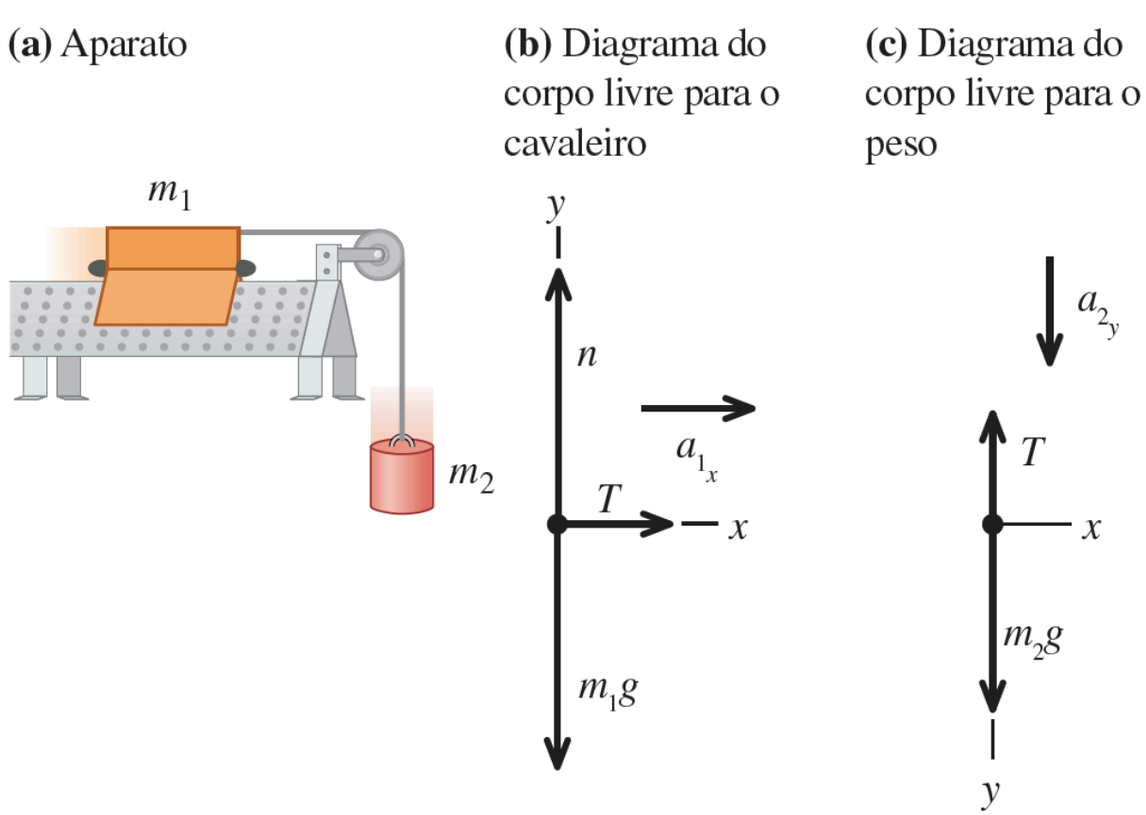
$$n = m\left(g + a_y\right)$$

$$n = 50{,}0\ (9{,}80 + 2{,}00) = 590\,N$$

A balança mostraria uma massa de $m = 590/9{,}8 = 60{,}2\ kg$

Exercício 3: Blocos conectados

- **Um cavaleiro com massa m_1 desliza sobre um trilho de ar horizontal sem atrito. Ele está ligado a um peso de massa m_2 por um fio leve, flexível e não deformável, que passa sobre uma polia estacionária e sem atrito. Calcule a aceleração de cada corpo e a tensão no fio.**



$$a_{1x} = a_{2y} = a$$

$$\text{Cavaleiro}: \Sigma F_x = T = m_1\, a_{1x} = m_1\, a$$

$$\text{Cavaleiro}: \Sigma F_y = n - m_1\, g = m_1\, a_{1y} = 0$$

$$\text{Peso}: \Sigma F_y = m_2\, g - T = m_2\, a_{2y} = m_2\, a$$

$$m_2\, g - T = m_2\, a$$

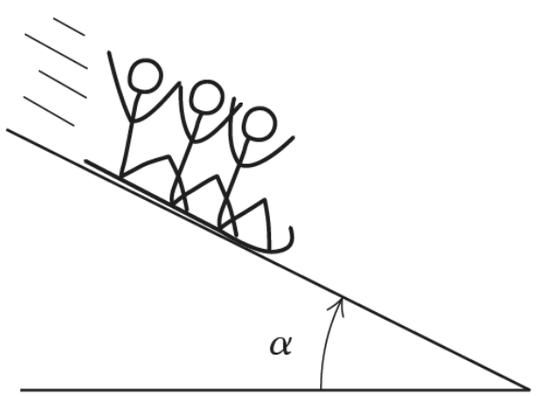
$$T = m_1\, a$$

$$m_2\, g - m_1\, a = m_2\, a \quad \rightarrow \quad a = \frac{m_2}{m_1 + m_2} g \quad \rightarrow \quad T = \frac{m_1\, m_2}{m_1 + m_2} g$$

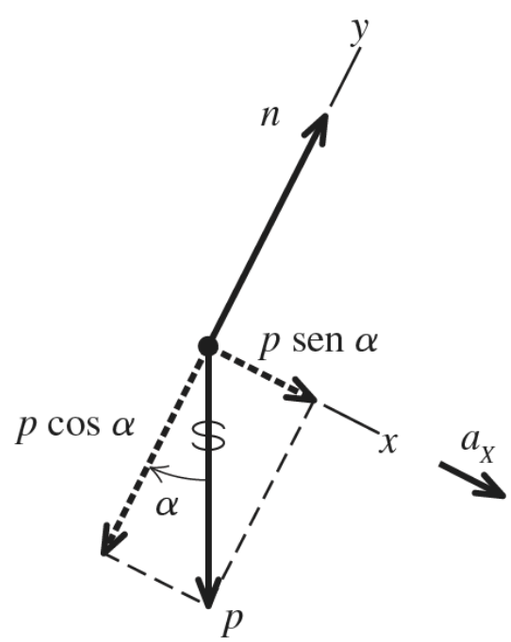
Exercício 4: Estudantes num trenó

- **Um trenó cheio de estudantes (peso total p) escorrega em uma encosta coberta de neve. A montanha possui uma inclinação constante α e o trenó está tão bem lubrificado que não existe atrito. Qual é a aceleração do trenó?**

(a) A situação



(b) Diagrama do corpo livre para o tobogã



$$\Sigma F_x = p\,\text{sen}\alpha = m\,g\,\text{sen}\alpha = m\,a_x$$

$$a_x = g\,\text{sen}\alpha$$

$$\Sigma F_y = n - p\cos\alpha = m\,a_y = 0$$

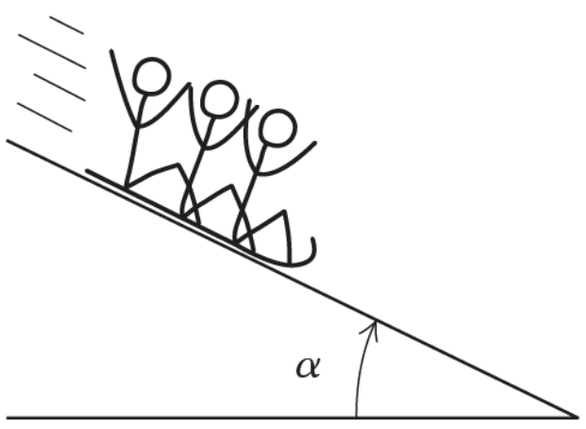
$$n = p\cos\alpha = m\,g\cos\alpha$$

Note que não foi preciso utilizar os componentes y para encontrar a aceleração

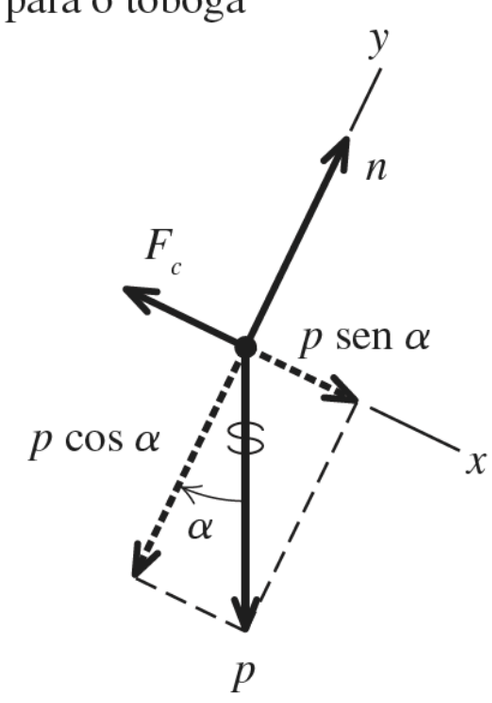
Exercício 5: Estudantes num trenó com atrito - Continuação

- **Agora existe um coeficiente de atrito cinético μ_c. A inclinação é apenas suficiente para que o trenó se desloque com velocidade constante. Deduza uma expressão para o ângulo de inclinação em função de p e μ_c**

(a) A situação



(b) Diagrama do corpo livre para o tobogã



$$\Sigma F_x = p\,\text{sen}\alpha - F_c = m\,g\,\text{sen}\alpha - \mu_c\,n = 0$$

$$m\,g\,\text{sen}\alpha = \mu_c\,n$$

$$\Sigma F_y = n - p\cos\alpha = 0$$

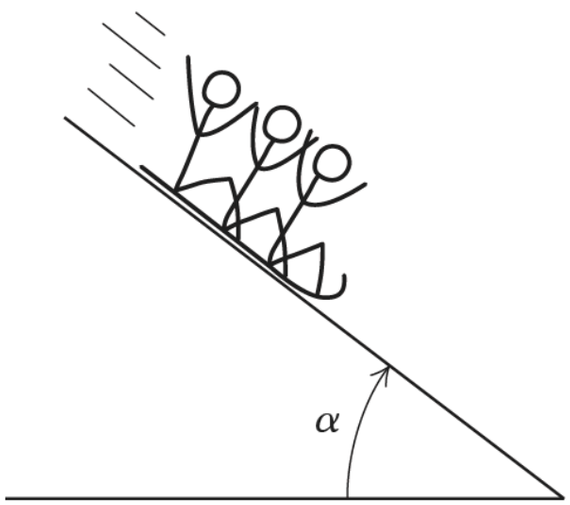
$$n = p\cos\alpha = m\,g\cos\alpha$$

$$m\,g\,\text{sen}\alpha = \mu_c\,n = \mu_c\,m\,g\cos\alpha \quad \rightarrow \quad \mu_c = \tan\alpha \quad \rightarrow \quad \alpha = \arctan\mu_c$$

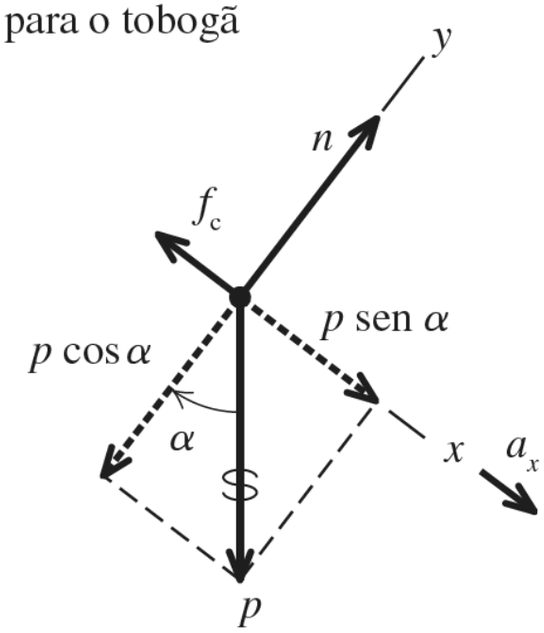
Exercício 6: Estudantes num trenó com atrito - Continuação

- **O mesmo trenó, com o mesmo coeficiente de atrito, acelera descendo uma encosta mais íngreme. Deduza uma expressão para a aceleração em termos de** g, α, p **e** μ_c

(a) A situação



(b) Diagrama do corpo livre para o tobogã



$$\Sigma F_x = p\,\text{sen}\alpha - F_c = m\,g\,\text{sen}\alpha - \mu_c\,n = m\,a_x$$

$$m\,g\,\text{sen}\alpha - \mu_c\,n = m\,a_x$$

$$\Sigma F_y = n - m\,g\cos\alpha = 0$$

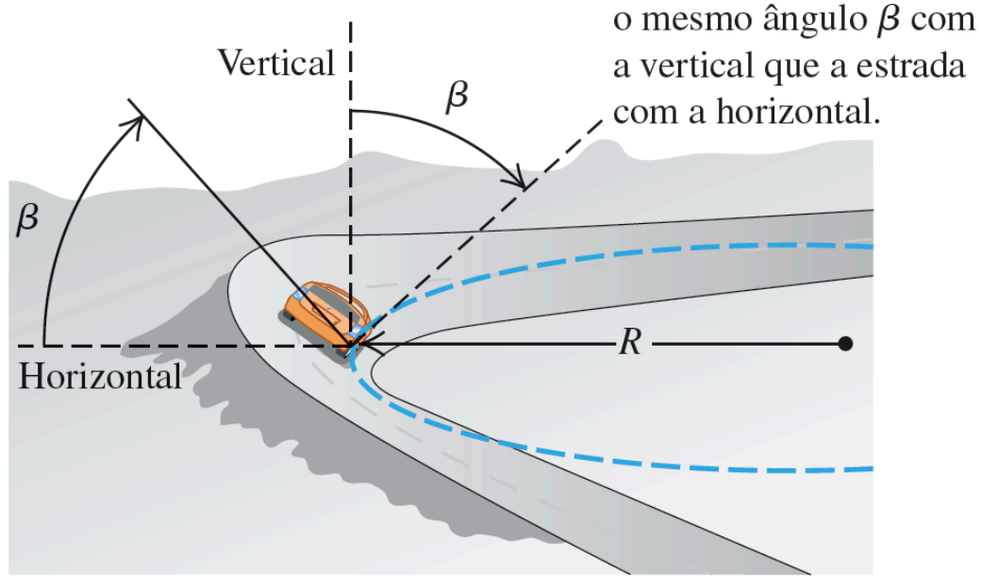
$$n = m\,g\cos\alpha$$

$$\cancel{m}\,g\,\text{sen}\alpha = \mu_c\left(\cancel{m}\,g\cos\alpha\right) + \cancel{m}\,a_x \quad \rightarrow \quad a_x = g\left(\text{sen}\alpha - \mu_c\cos\alpha\right)$$

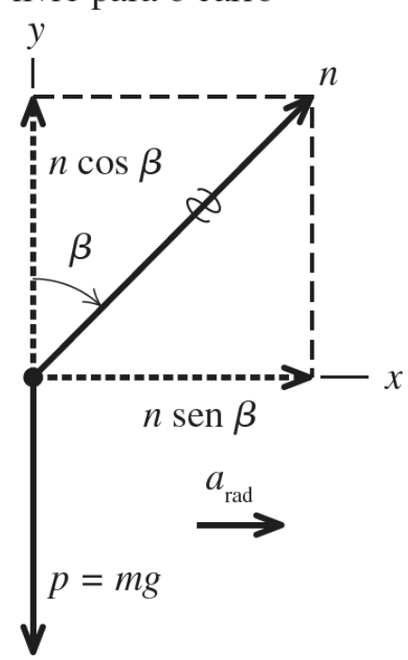
Exercício 7: Carro numa curva sem atrito

- **Um engenheiro propõe construir uma curva de modo que um carro com velocidade v possa completar a curva com segurança, mesmo quando não existe atrito. Qual deve ser o ângulo β da inclinação lateral da curva?**

(a) Um carro contorna uma curva em uma estrada inclinada



(b) Diagrama do corpo livre para o carro



$$\Sigma F_y = n\cos\beta - m\,g = 0$$

$$n = \frac{m\,g}{\cos\beta}$$

$$\Sigma F_x = n\,\mathrm{sen}\beta = m\,a_{rad}$$

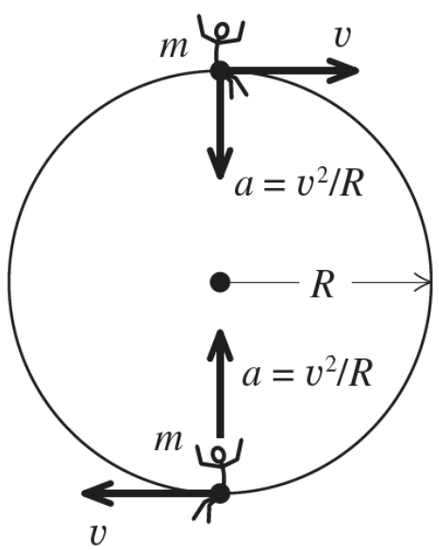
$$\frac{m\,g}{\cos\beta}\mathrm{sen}\beta = m\,a_{rad}$$

$$\tan\beta = \frac{a_{rad}}{g} = \frac{v^2}{g\,R} \quad \rightarrow \quad \beta = \arctan\left(\frac{v^2}{g\,R}\right)$$

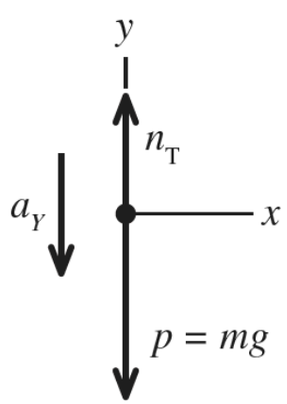
Exercício 8: Passageiro numa roda-gigante

- **Um passageiro na roda-gigante de um parque de diversões move-se em um círculo vertical de raio R com velocidade constante v. Supondo que o assento permaneça sempre na vertical durante o movimento, deduza relações para a força que o assento exerce sobre o passageiro no topo e na base do círculo**

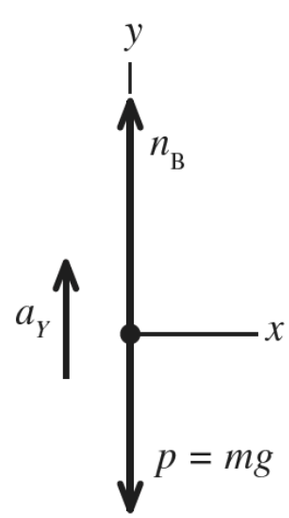
(a) Desenho das duas posições



(b) Diagrama do corpo livre para o passageiro no topo



(c) Diagrama do corpo livre para o passageiro na base



$$\text{Topo}: \Sigma F_y = n_T - m\,g = m\,a_y = -\,m\,\frac{v^2}{R}$$

$$n_T = m\,g\left(1 - \frac{v^2}{gR}\right)$$

$$\text{Base}: \Sigma F_y = n_B - m\,g = m\,a_y = m\,\frac{v^2}{R}$$

$$n_B = m\,g\left(1 + \frac{v^2}{gR}\right)$$

Exercício 9: Bola de beisebol

- **Uma bola de beisebol é atirada verticalmente para cima. A força de arraste é proporcional a v^2. Em termos de g, qual é o componente y da aceleração quando a velocidade é igual à metade da velocidade terminal, supondo: (a) que ela se mova para cima? (b) que ela se mova de volta para baixo**

$$\text{(Movendo para baixo)}: \Sigma F_y = +kv^2 - mg = m\,a_y \quad \rightarrow \quad v_t = \sqrt{\frac{mg}{k}}$$

$$a_y = \frac{k}{m}v^2 - g = \frac{k}{m}\left(\frac{v_t}{2}\right)^2 - g = \frac{\cancel{k}}{\cancel{m}}\left(\frac{\cancel{m}g}{4\cancel{k}}\right) - g = -\frac{3g}{4}$$

$$\text{(Movendo para cima)}: \Sigma F_y = -kv^2 - mg = m\,a_y$$

$$a_y = -\frac{k}{m}v^2 - g = -\frac{k}{m}\left(\frac{v_t}{2}\right)^2 - g = -\frac{\cancel{k}}{\cancel{m}}\left(\frac{\cancel{m}g}{4\cancel{k}}\right) - g = -\frac{5g}{4}$$

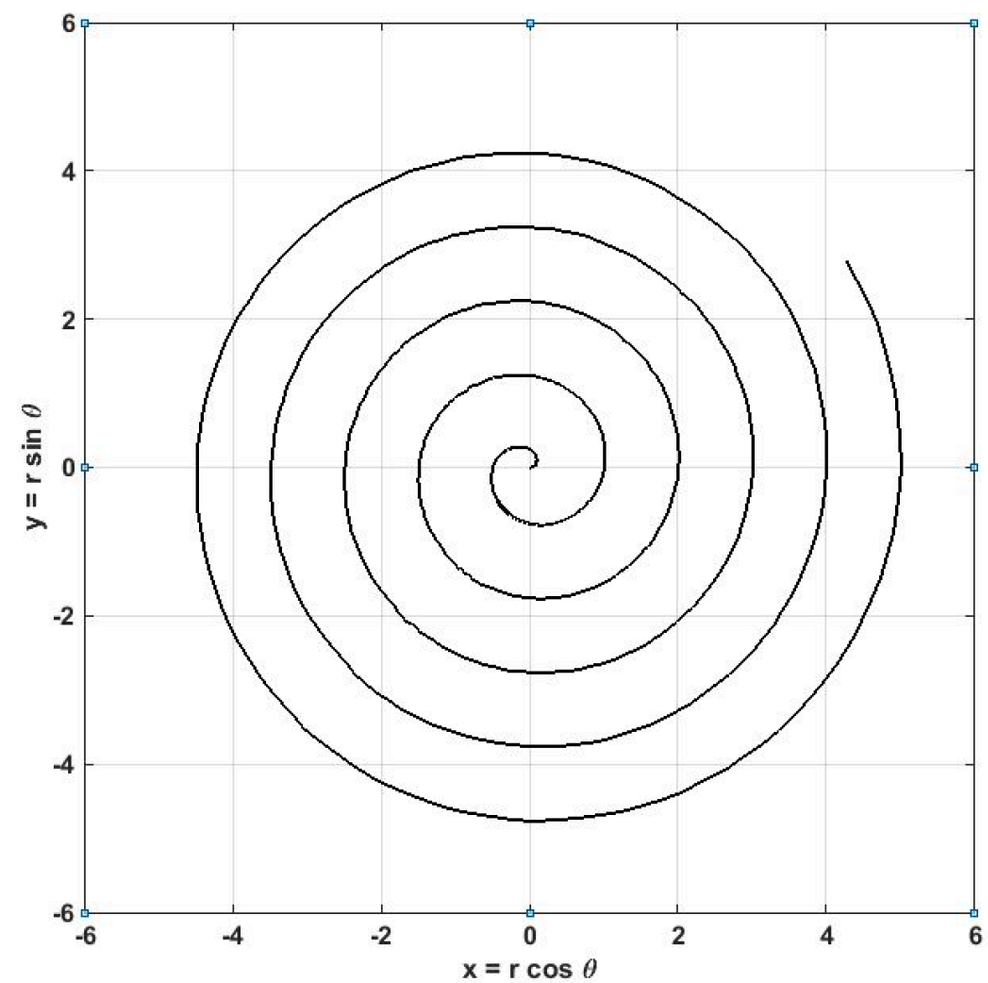
Exercício 10: Trajetória em espiral

- **Uma partícula se movimenta descrevendo uma espiral no sentido anti-horário. Sua trajetória é dada por $r = C\theta$, onde $C = 1/\pi$ é uma constante. O ângulo θ aumenta com o tempo seguindo a equação $\theta = \alpha t^2/2$, onde α é constante**
  - *Desenhe a trajetória, assim como os vetores velocidade e aceleração, em vários pontos da trajetória*

$$r = \frac{\alpha\, t^2}{2\,\pi} \qquad \theta = \frac{\alpha\, t^2}{2}$$

$$x = r\cos\theta = \frac{\alpha\, t^2}{2\,\pi}\cos\left(\frac{\alpha\, t^2}{2}\right)$$

$$y = r\sin\theta = \frac{\alpha\, t^2}{2\,\pi}\sin\left(\frac{\alpha\, t^2}{2}\right)$$



Exercício 10: Trajetória em espiral

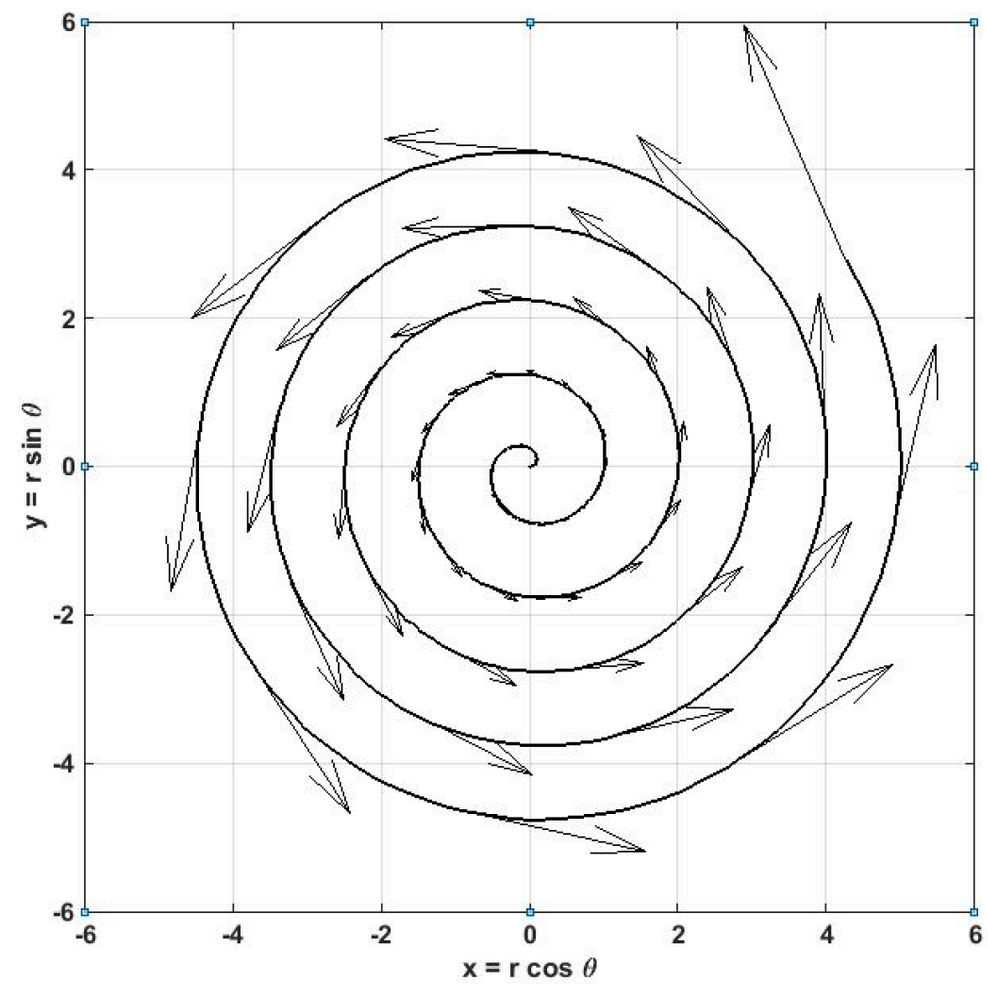
- **Uma partícula se movimenta descrevendo uma espiral no sentido anti-horário. Sua trajetória é dada por $r = C\theta$, onde $C = 1/\pi$ é uma constante. O ângulo θ aumenta com o tempo seguindo a equação $\theta = \alpha t^2/2$, onde α é constante**
  - *Desenhe a trajetória, assim como os vetores velocidade e aceleração, em vários pontos da trajetória*

$$x = r\cos\theta = \frac{\alpha\, t^2}{2\,\pi}\cos\left(\frac{\alpha\, t^2}{2}\right)$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{2\,\alpha\, t\cos\left(\frac{\alpha\, t^2}{2}\right) - \alpha^2\, t^3\sin\left(\frac{\alpha\, t^2}{2}\right)}{2\,\pi}$$

$$y = r\sin\theta = \frac{\alpha\, t^2}{2\,\pi}\sin\left(\frac{\alpha\, t^2}{2}\right)$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{2\,\alpha\, t\sin\left(\frac{\alpha\, t^2}{2}\right) + \alpha^2\, t^3\cos\left(\frac{\alpha\, t^2}{2}\right)}{2\,\pi}$$



Exercício 10: Trajetória em espiral

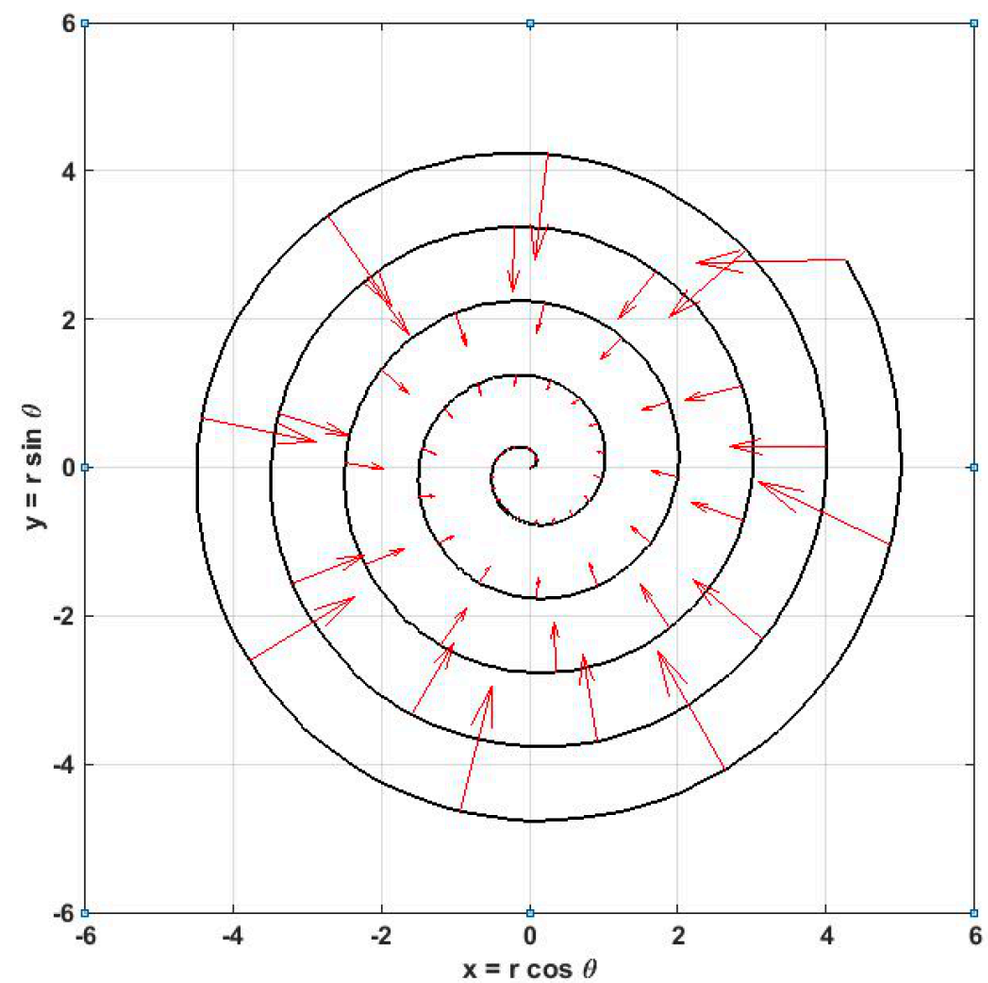
- **Uma partícula se movimenta descrevendo uma espiral no sentido anti-horário. Sua trajetória é dada por $r = C\theta$, onde $C = 1/\pi$ é uma constante. O ângulo θ aumenta com o tempo seguindo a equação $\theta = \alpha t^2/2$, onde α é constante**
  - *Desenhe a trajetória, assim como os vetores velocidade e aceleração, em vários pontos da trajetória*

$$v_x = \frac{2\,\alpha\,t\cos\left(\frac{\alpha\,t^2}{2}\right) - \alpha^2\,t^3\sin\left(\frac{\alpha\,t^2}{2}\right)}{2\,\pi}$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{2\,\alpha\cos\left(\frac{\alpha\,t^2}{2}\right) - 5\,\alpha^2\,t^2\sin\left(\frac{\alpha\,t^2}{2}\right) - \alpha^3\,t^4\sin\left(\frac{\alpha\,t^2}{2}\right)}{2\,\pi}$$

$$v_y = \frac{2\,\alpha\,t\sin\left(\frac{\alpha\,t^2}{2}\right) + \alpha^2\,t^3\cos\left(\frac{\alpha\,t^2}{2}\right)}{2\,\pi}$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{2\,\alpha\sin\left(\frac{\alpha\,t^2}{2}\right) + 5\,\alpha^2\,t^2\cos\left(\frac{\alpha\,t^2}{2}\right) - \alpha^3\,t^4\sin\left(\frac{\alpha\,t^2}{2}\right)}{2\,\pi}$$



Exercício 10: Trajetória em espiral

- **Uma partícula se movimenta descrevendo uma espiral no sentido anti-horário. Sua trajetória é dada por $r = C\theta$, onde $C = 1/\pi$ é uma constante. O ângulo θ aumenta com o tempo seguindo a equação $\theta = \alpha t^2/2$, onde α é constante**
  - *Desenhe a trajetória, assim como os vetores velocidade e aceleração, em vários pontos da trajetória*

O vetor velocidade é sempre tangente à trajetória

O vetor aceleração possui um componente radial, responsável pela parte circular do movimento, e um componente tangencial, responsável pelo aumento da velocidade