Exemplos Cardinalidade

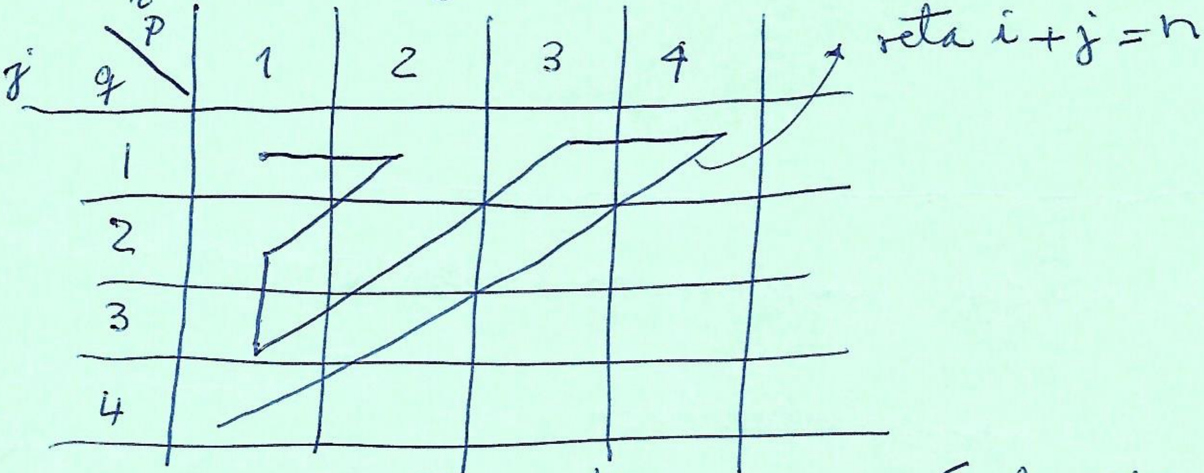
1. $\mathbb{Z}$ é enumerável: Com efeito, seja $\varphi: \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{Z}$ dada por

$$\varphi(2n) = -n$$
$$\varphi(2n-1) = n-1$$

é bijetora

2. $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ é enumerável.

Processo diagonal



3. Por indução $\mathbb{N}^k$ é enumerável e também $\mathbb{Z}^k$ enumerável

4. $\mathbb{R}$ não é enumerável. Vejamos $[0,1]$ não enumerável. Se fosse teríamos, em base 10 por exemplo, a "lista":

$1.\ 0.a_{11}\ a_{12}\ a_{13} \dots a_{1n} \dots$
$2.\ 0.a_{21}\ a_{22}\ a_{23} \dots a_{2n} \dots$
$3.\ 0.a_{31}\ a_{32}\ a_{33} \dots a_{3n} \dots$
$4.\ 0.a_{41}\ a_{42}\ a_{43} \dots a_{4n}$
$\vdots$

Então formaremos um número real b que $\notin$ à lista. Este número será dado por

$b = 0.b_1\, b_2\, b_3 \dots b_n \dots$ onde

$b_1 \neq a_{11},\ b_2 \neq a_{22},\ b_3 \neq a_{33}, \dots, b_n \neq a_{nn}$