**Definição:** dada $\mathcal{F} \subset \mathcal{P}(X)$, uma família de subconjuntos de $X$, a álgebra (anel, $\sigma$-álgebra, $\sigma$-anel) gerada por $\mathcal{F}$ é a menor álgebra $\mathcal{A}$ (anel, $\sigma$-álgebra, $\sigma$-anel) que contém $\mathcal{F}$, ou seja $\mathcal{A} \supset \mathcal{F}$. É menor no sentido de que se $\mathcal{G}$ for outra álgebra, $\mathcal{G} \supset \mathcal{F} \Rightarrow \mathcal{G} \supset \mathcal{A}$. Esta álgebra existe porque $\mathcal{P}(X)$ é álgebra e contém $\mathcal{F}$. Ela é única.

**Afirmação 2:** Seja $\mathcal{D}$ $\sigma$-álgebra. Se $\{A_j\}_{j=1}^{\infty} \subset \mathcal{D}$ $\Rightarrow \bigcap_{1}^{\infty} A_j \in \mathcal{D}$

**Dem:** $A_j \in \mathcal{D} \Rightarrow A_j^c \in \mathcal{D} \Rightarrow \bigcup_1^\infty A_j^c \in \mathcal{D} \Rightarrow \left(\bigcup_1^\infty A_j^c\right)^c$. Por Lei de De Morgan, $\left(\bigcup_1^\infty A_j^c\right)^c = \bigcap_1^\infty (A_j^c)^c = \bigcap_1^\infty A_j$

**Afirmação 3:** Seja $\mathcal{D}$ álgebra. Se para toda sequência $\{A_j\}_1^\infty \subset \mathcal{D}$ temos $\bigcap_1^\infty A_j \in \mathcal{D}$ então $\mathcal{D}$ é $\sigma$-álgebra

**Exercício 19:** Ver arquivo