

Instruções:

1. Esta é a **atividade de Matemática para o 3º ano do Ensino Médio** correspondente à 15ª e 16ª semanas de atividades domiciliares. Continuando em Trigonometria, esta atividade adentra seno e cosseno na circunferência trigonométrica, a partir da redução ao 1º quadrante.

2. **Anote as informações das aulas e resolva os exercícios no caderno.**

3. **Sextas-feiras, dias 21 e 28 de agosto, das 10h às 11h, haverá Encontros de Matemática.** Serão esclarecidas dúvidas dessa atividade (e, se houver necessidade, das anteriores), e dadas explicações sobre o conteúdo.

Resolva os exercícios ao longo das semanas, apenas tirando dúvidas pontuais no Encontro.

4. **Faça essa atividade até 28/08, sexta-feira.** Ao finalizá-la, envie **foto por e-mail**, para matematica.temporario@gmail.com.

Bom trabalho! Prof. Ernani. ☺

Em cada um dos vídeos presentes nesta atividade: **o que é ideal fazer?**

1. Assistir o vídeo inteiro, completo, atento(a) à lousa e às explicações apresentadas.

2. Ao encerrar, assistir o vídeo novamente, dando pausas e fazendo registros do conteúdo. Há *prints* das principais telas na própria atividade. Ainda assim, dê pausas e faça as anotações que julgar necessárias. Anote, também, ideias apresentadas, **mesmo que elas não estejam descritas na lousa e em quadros explicativos!** Tenha um bom material para estudo!

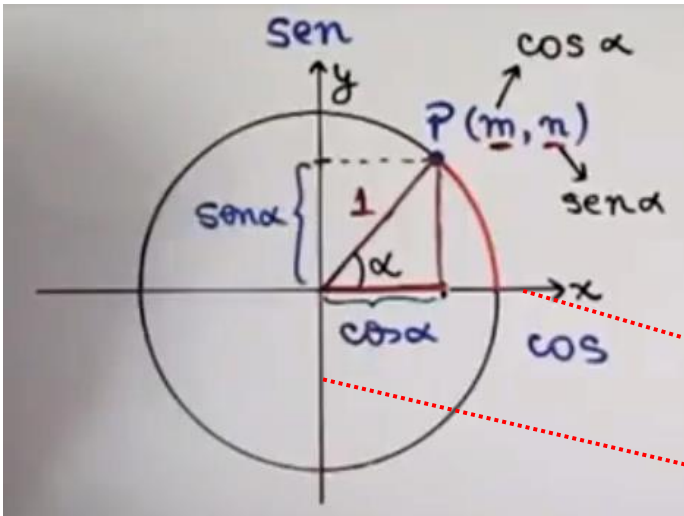
PARTE 1 – Seno e Cosseno na Circunferência Trigonométrica

Assista atentamente à aula do professor Paulo Pereira. É muito importante que você fique atento(a) às informações dadas e faça registros com eventuais dúvidas que surjam:

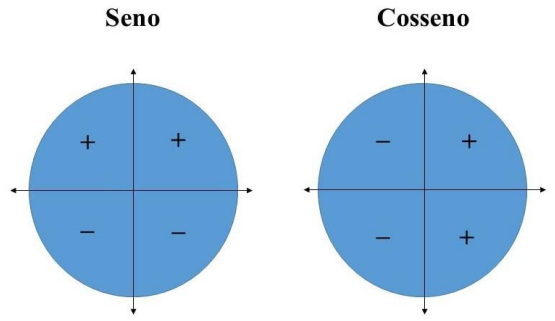
<https://drive.google.com/file/d/1vWJtWtSZugexEZV2yQvsTthUCqOoLnCg/view?usp=sharing>

Verifique se fez o registro das principais telas. Seguem *prints* para auxiliá-lo(a). **Mas, atenção: acompanhe os prints apenas depois de assistir as explicações dadas pelo professor no vídeo!**

SENO E COSSENO NO CICLO TRIGONOMÉTRICO



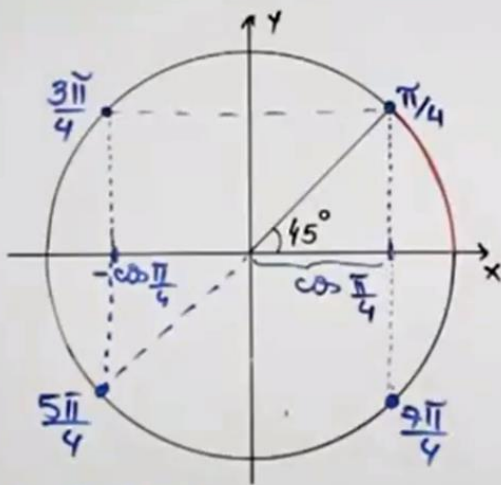
SINAL DO SEENO E DO COSSENO



EIXO DOS COSSENNOS

EIXO DOS SENOS

ARCOS NOTÁVEIS (30°, 45° e 60°)



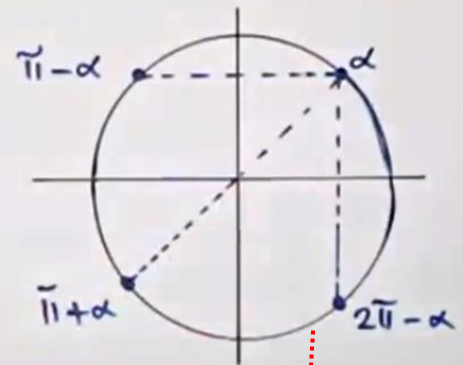
$$2\pi - \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{4}$$

$$\pi + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$$

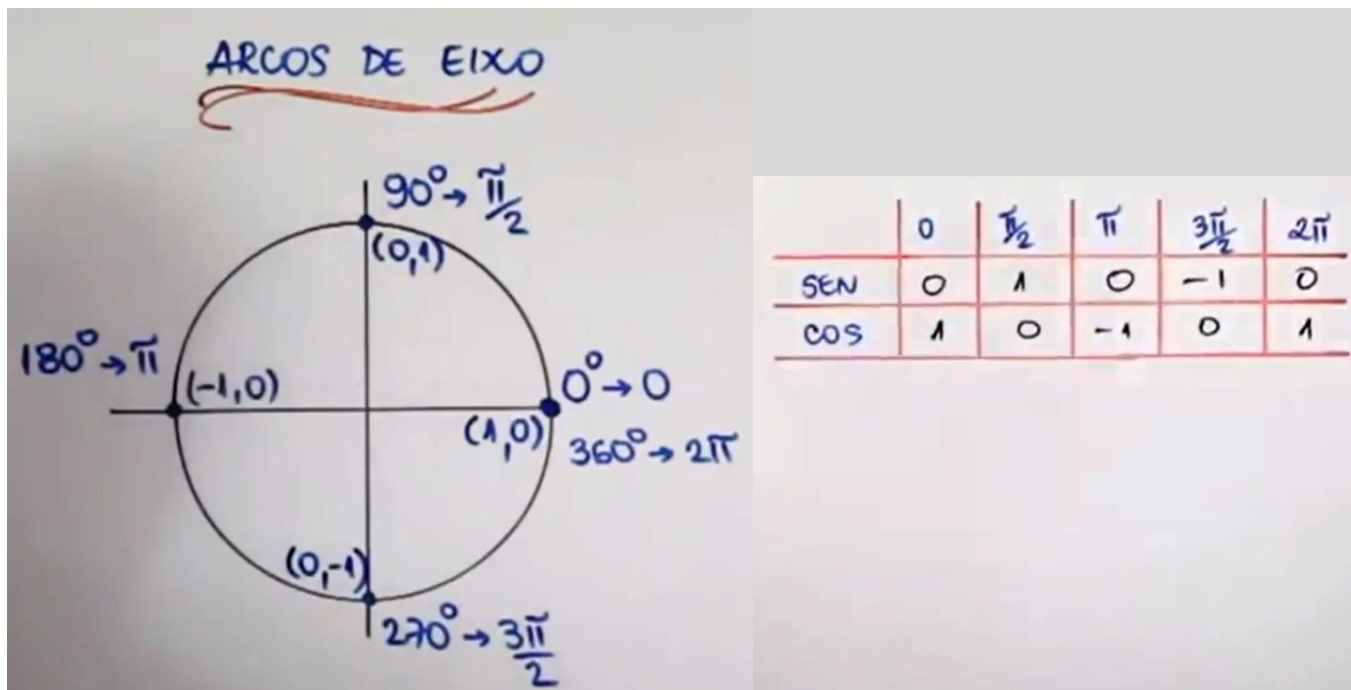
$$\pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$$

$$\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \cos \frac{3\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \cos \frac{5\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \cos \frac{7\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

* SIMETRIAS



Haverá um bom resumo sobre "redução ao 1º quadrante" em nosso livro. Aparecerá logo logo, após os *prints* de tela da aula dada.

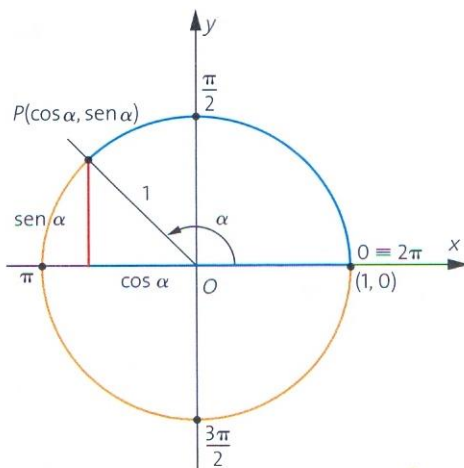


Agora que você assistiu a aula e fez os registros em seu caderno, leia nosso livro **com atenção!** Faça registros também a partir de sua próxima leitura!

Tangente: apenas mais para frente!
Foco em seno e cosseno neste momento!

2 A ideia de seno, cosseno e tangente de um número real

Consideremos $P(x, y)$ um ponto da circunferência trigonométrica, ponto final do arco de medida α rad, definido a partir do número real α . Nessas condições, temos:
 $\text{sen } \alpha = \text{ordenada de } P$ $\text{cos } \alpha = \text{abscissa de } P$ $\text{tan } \alpha = \frac{\text{sen } \alpha}{\text{cos } \alpha}$ (com $\alpha \neq 0$)



Observações:

- 1ª) Dessa forma, ao associar um número real α a um arco da circunferência, estamos associando o número real ao ponto P cuja abscissa é o cosseno de α e cuja ordenada é o seno de α .
- 2ª) Apesar de as definições de seno e cosseno na circunferência trigonométrica necessitarem do arco em radianos — por causa da associação com os números reais (como exposto no capítulo anterior) —, não há problema em se referir aos valores dos ângulos em graus. Então, agora podemos pensar em seno e cosseno de arcos (ou ângulos) maiores do que 90° , algo impensável quando se trabalhava com triângulos retângulos. Também podemos pensar em senos e cossenos de ângulos negativos.
- 3ª) O eixo das abscissas é também chamado **eixo dos cossenos** e o eixo das ordenadas é também chamado **eixo dos senos**.



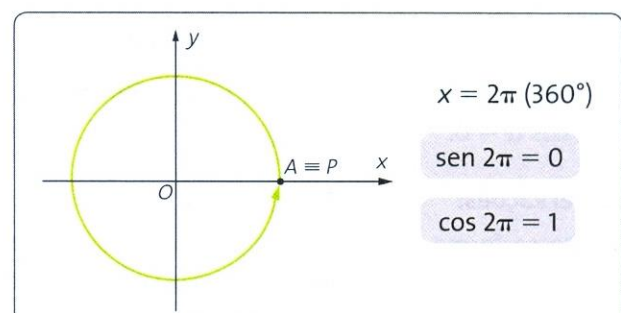
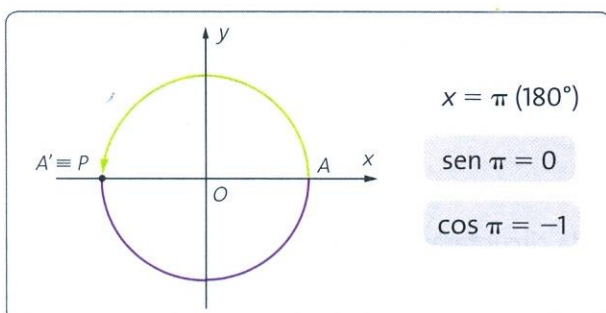
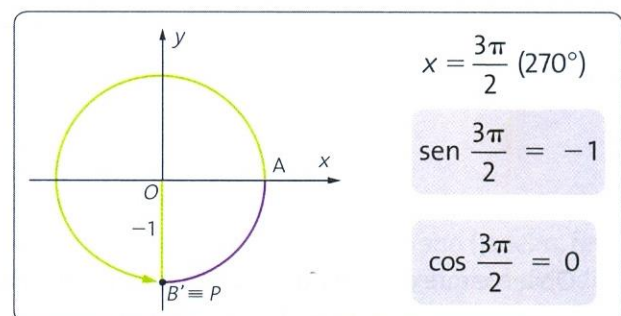
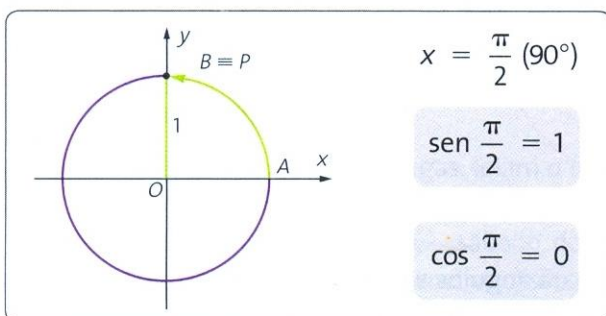
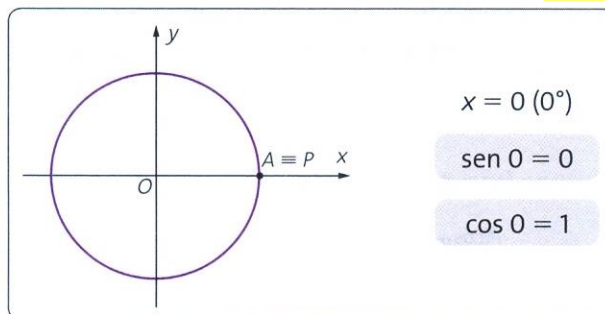
3 Valores notáveis do seno e do cosseno

Observe nas figuras a seguir os pontos $A(1, 0)$, $B(0, 1)$, $A'(-1, 0)$ e $B'(0, -1)$. Lembrando que a abscissa do ponto P é o cosseno, e a ordenada é o seno, temos:

Para refletir

Por que o nome “valores notáveis”?

Notável: digno de ser notado, de atenção.



Veja a tabela com os valores notáveis do seno e do cosseno:

x	0	$\frac{\pi}{6}$ (30°)	$\frac{\pi}{4}$ (45°)	$\frac{\pi}{3}$ (60°)	$\frac{\pi}{2}$ (90°)	π (180°)	$\frac{3\pi}{2}$ (270°)	2π (360°)
sen x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1

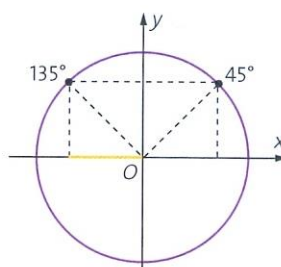
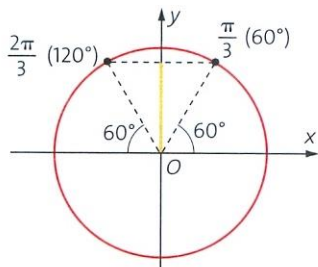
Aqui está aquele resumo que comentei anteriormente! No nosso livro, estava apenas em **radianos**. Completei, em um quadro ao lado de cada situação, com a informação também em **graus**. Vai ajudá-lo(a) nos exercícios!

4 Redução ao 1º quadrante

Sabendo os valores da tabela da página 38 e usando a simetria dos pontos da circunferência, podemos obter valores de seno e cosseno de arcos em todos os quadrantes.

Observe como usar a simetria nas figuras a seguir.

Arcos no 2º quadrante

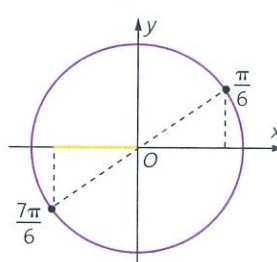
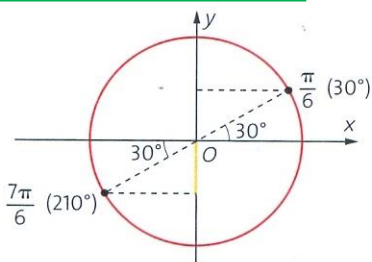


Para determinar o seno ou o cosseno de um ângulo do 2º quadrante, basta compará-lo com o ângulo correspondente do 1º quadrante.

$$\begin{aligned} \text{sen}(\pi - x) &= \text{sen } x \\ \text{cos}(\pi - x) &= -\text{cos } x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{sen}(180^\circ - x) &= \text{sen } x \\ \text{cos}(180^\circ - x) &= -\text{cos } x \end{aligned}$$

Arcos no 3º quadrante

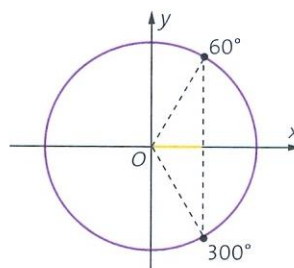
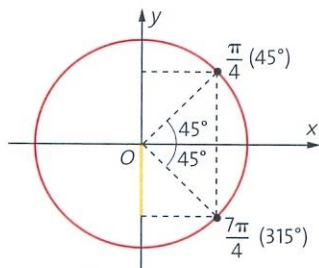


Para determinar o seno ou o cosseno de um ângulo do 3º quadrante, basta compará-lo com o ângulo correspondente do 1º quadrante.

$$\begin{aligned} \text{sen}(\pi + x) &= -\text{sen } x \\ \text{cos}(\pi + x) &= -\text{cos } x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{sen}(180^\circ + x) &= -\text{sen } x \\ \text{cos}(180^\circ + x) &= -\text{cos } x \end{aligned}$$

Arcos no 4º quadrante



Para determinar o seno ou o cosseno de um ângulo do 4º quadrante, basta compará-lo com o ângulo correspondente do 1º quadrante.

$$\begin{aligned}\operatorname{sen}(2\pi - x) &= -\operatorname{sen} x \\ \operatorname{cos}(2\pi - x) &= \operatorname{cos} x\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\operatorname{sen}(360^\circ - x) &= -\operatorname{sen} x \\ \operatorname{cos}(360^\circ - x) &= \operatorname{cos} x\end{aligned}$$

PARTE 2 – Seno e Cosseno na Circunferência Trigonométrica

Já sei!... Você está desconfiado(a), né? Já estamos na PARTE 2 e não apareceu nenhum exercício até aqui...

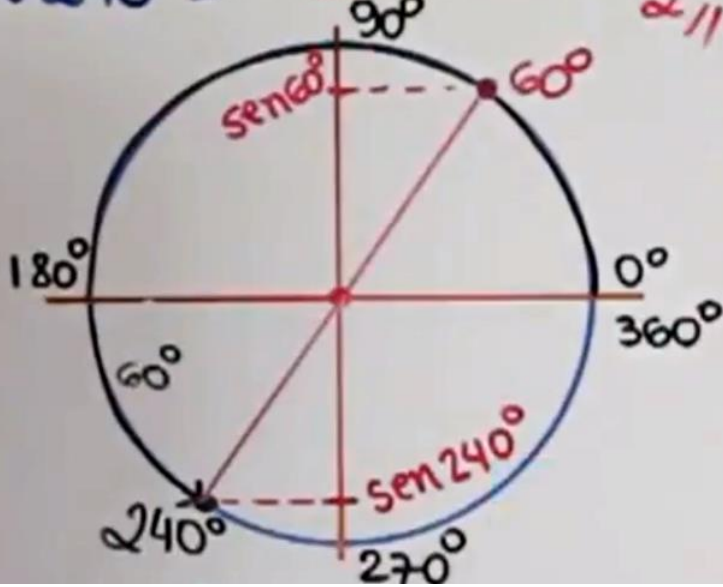
Pois é... Assista às próximas duas aulas do professor Paulo Pereira. Nelas, você encontrará exemplos de cálculos, descobrindo como reduzir um ângulo que está no 2º, no 3º ou no 4º quadrante, para o 1º quadrante. Aí, no 1º quadrante, saberemos o valor do seno e do cosseno dos ângulos notáveis (30º, 45º e 60º, ou seja, $\frac{\pi}{6}$ rad, $\frac{\pi}{4}$ rad e $\frac{\pi}{3}$ rad, respectivamente), e eles serão correspondentes!

É muito importante que você fique atento(a) às informações dadas e faça registros com eventuais dúvidas que surjam:

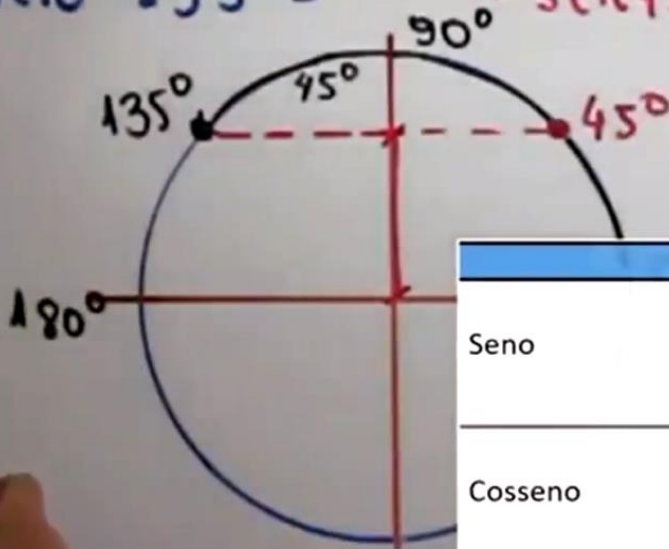
<https://drive.google.com/file/d/1DrixOQIZjNE-le7RXovBN6fKmC-pfQFV/view?usp=sharing>

Novamente: verifique se fez o registro das principais telas. Seguem, nas próximas páginas, os *prints* para auxiliá-lo(a). **E, é claro, repito: assista as explicações dadas pelo professor nos vídeos e, apenas depois, acompanhe os *prints*!**

$$1) \text{sen } 240^\circ = -\text{sen } 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2} //$$

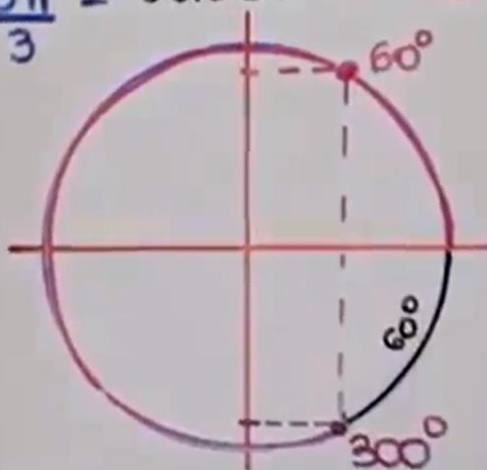


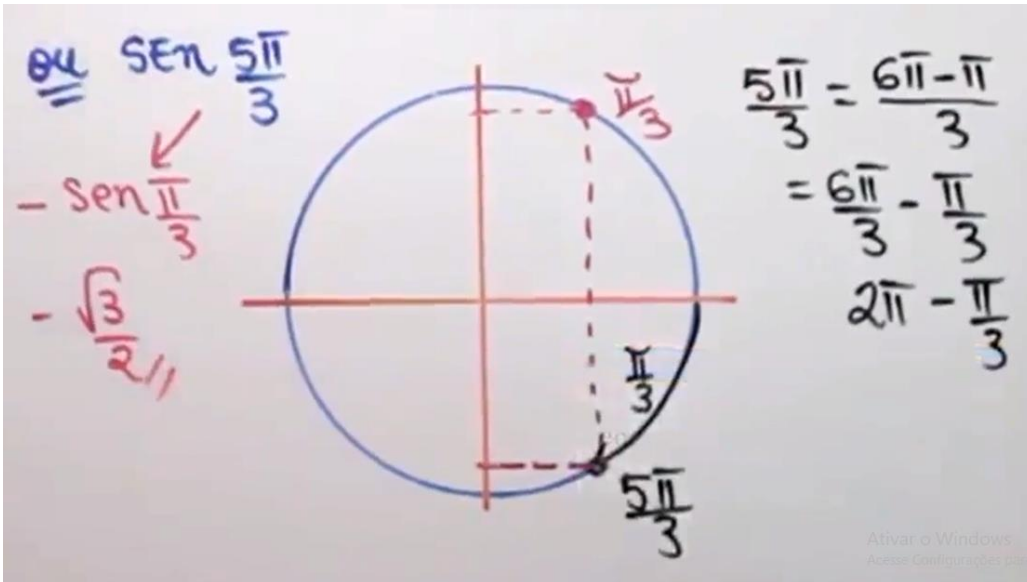
$$2) \text{sen } 135^\circ = \text{sen } 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



	30°	45°
Seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
Cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$3) \text{SEN } \frac{5\pi}{3} = \text{sen } 300^\circ = -\text{sen } 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2} //$$

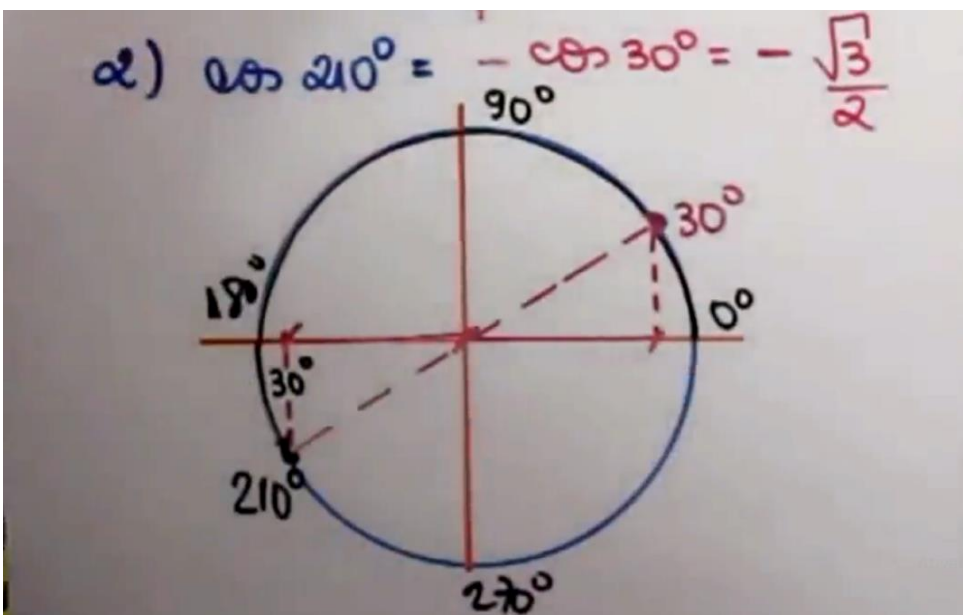
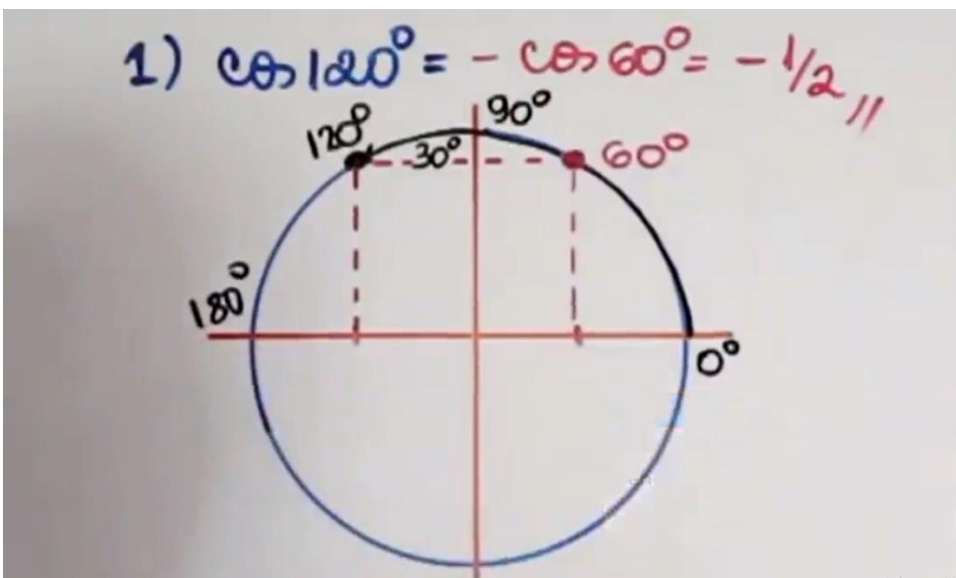




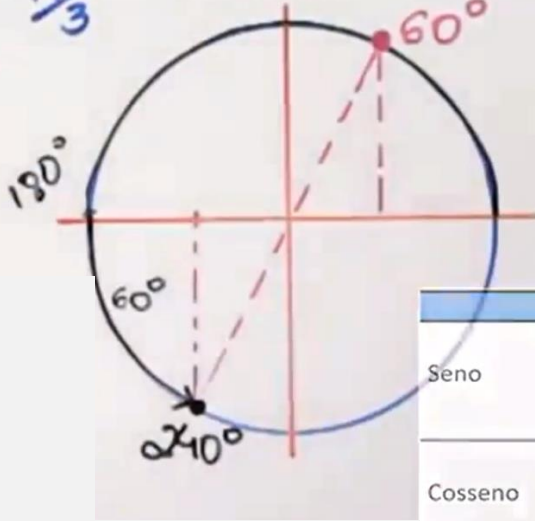
E, a terceira e última aula, com os exemplos, agora sobre cosseno:

<https://drive.google.com/file/d/1WiMj8VAnlqbxA81CE2hJbipsSFqPgS9N/view?usp=sharing>

Seguem os *prints* das telas:

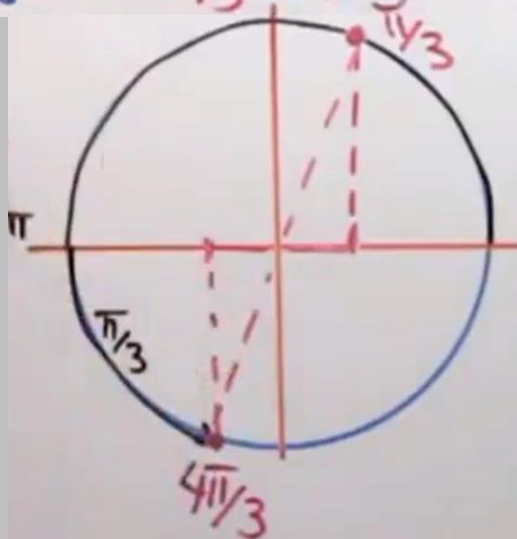


$$3) \cos \frac{4\pi}{3} = \cos 240^\circ = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$$



	30°	45°	60°
Seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$

$$\cos \frac{4\pi}{3} = -\cos \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$$



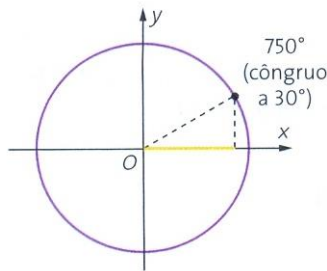
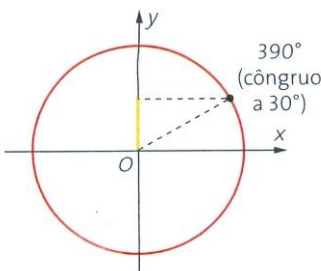
$$\frac{4\pi}{3} = \frac{3\pi + \pi}{3}$$

$$\frac{3\pi}{3} + \frac{\pi}{3}$$

$$\pi + \frac{\pi}{3}$$

Assim, anote o conteúdo e veja mais exemplos (Exercício Resolvido):

Arcos maiores do que 360° (fora da 1ª volta)



Fique atento!

Toda vez que o ponto da circunferência final do arco iniciado em (1,0) é o mesmo para dois arcos diferentes por exemplo 0 e 2π , chamamos esses arcos de **arcos côngruos** ou **congruentes**.

Para determinar o seno ou o cosseno de um arco fora da 1ª volta, basta considerar seu côngruo na 1ª volta.

Exercício resolvido

1. Calcule o valor de:

a) $\sin \frac{2\pi}{3}$ b) $\cos 135^\circ$ c) $\sin 210^\circ$ d) $\cos 300^\circ$

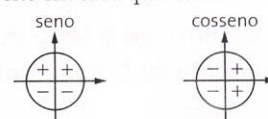
Resolução:

a) $\sin \frac{2\pi}{3} = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\sin 210^\circ = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$

b) $\cos 135^\circ = -\cos 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ d) $\cos 300^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$

Fique atento!

Perceba os sinais de seno e cosseno em cada quadrante:



Anote em seu caderno:

MATEMÁTICA 15 e 16 – Exercícios

1. Em que quadrante temos simultaneamente:

a) $\sin \alpha < 0$ e $\cos \alpha < 0$?

b) $\sin \alpha > 0$ e $\cos \alpha > 0$?

c) $\sin \alpha < 0$ e $\cos \alpha > 0$?

2. A que quadrante pode pertencer α se:

a) $\sin \alpha = -\frac{1}{4}$? c) $\cos \alpha = \frac{2}{5}$?

b) $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3}$? d) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$?

3. Determine $\cos x$ sabendo que $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ e $\sin x = \frac{3}{5}$.
(Lembre-se de que $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.)

4. Use os valores notáveis do seno para calcular pela redução ao 1º quadrante:

a) $\sin \frac{5\pi}{6}$ b) $\sin \frac{4\pi}{3}$ c) $\sin 330^\circ$

5. Use os valores notáveis do cosseno e calcule fazendo redução ao 1º quadrante:

a) $\cos \frac{5\pi}{6}$ c) $\cos \frac{2\pi}{3}$ e) $\cos \frac{5\pi}{4}$

b) $\cos 315^\circ$ d) $\cos 330^\circ$ f) $\cos 240^\circ$

6. Use os valores notáveis do seno e calcule:

a) $\sin \frac{37\pi}{6}$ d) $\sin \frac{19\pi}{4}$

b) $\sin (-225^\circ)$ e) $\sin 630^\circ$

c) $\sin 6\pi$ f) $\sin \left(-\frac{\pi}{3}\right)$

7. Calcule os possíveis valores reais de x em:

a) $\sin x = -1$ c) $\sin x = -\frac{1}{2}$

b) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ d) $\sin x = 0$

8. Calcule usando arcos côngruos:

a) $\cos \frac{9\pi}{4}$ e) $\cos \frac{25\pi}{6}$

b) $\cos (-330^\circ)$ f) $\cos \left(-\frac{15\pi}{4}\right)$

c) $\cos \frac{9\pi}{2}$ g) $\cos 11\pi$

d) $\cos 1140^\circ$ h) $\cos 570^\circ$

Fotografe e envie os exercícios para matematica.temporario@gmail.com,
escrevendo seu nome, número, turma e "Matemática 15 e 16".