

Tipo de Instrumento: **Conteúdo e Exercícios (no caderno)**
13ª e 14ª Atividades Domiciliares de Matemática
Trigonometria: estudo de arcos e ângulos

Professor: Ernani Nagy de Moraes
Pedido em 03/08, segunda-feira
Para 14/08, sexta-feira

Turma:
3º EM

Instruções:

1. Esta é a **atividade de Matemática para o 3º ano do Ensino Médio** correspondente à 13ª e 14ª semanas de atividades domiciliares. De volta à Trigonometria, esta atividade contém informações sobre arcos e ângulos em circunferências, o que são arcos côngruos e a relação entre medidas de ângulos em graus e em radianos.
2. **Anote as informações das aulas e resolva os exercícios no caderno.**
3. **Sextas-feiras, dias 07 e 14 de agosto, das 10h às 11h, haverá Encontros de Matemática.** Serão esclarecidas dúvidas dessa atividade (e, se houver necessidade, das anteriores), e dadas explicações sobre o conteúdo. **Resolva os exercícios ao longo das semanas, apenas tirando dúvidas pontuais no Encontro. O link será enviado posteriormente.**
4. **Faça essa atividade até 14/08, sexta-feira.** Ao finalizá-la, envie **foto por e-mail**, para matematica.temporario@gmail.com.

Bom trabalho! Prof. Ernani. ☺

De acordo com nosso Plano de Ensino, estudamos a parte introdutória da Trigonometria, explorando-a no triângulo retângulo, no 1º trimestre. Estudamos Matemática Financeira, revisando porcentagem e regra de três simples, adentrando juros simples e compostos.

Agora é o momento para retorno à Trigonometria, aprofundando seu estudo.

Para isso, acompanharemos aulas do professor Paulo Pereira, estudaremos exemplos e resolveremos exercícios.

Tenha, em mãos, seu caderno, canetas, lápis, borracha e compasso. Caso esteja sem seu compasso, pode utilizar algum objeto circular, como uma moeda, mas **não faça as circunferências à mão livre!**

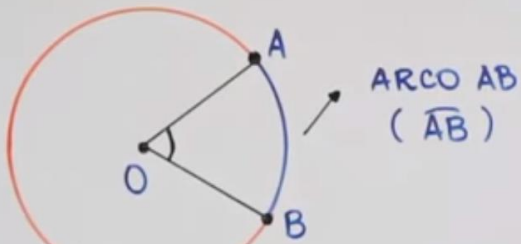
Importante! Há exercícios, para serem feitos no caderno, apenas nas PARTES 1 e 3. Mas, é extremamente importante que você passe também pela PARTE 2, compreendendo, assim, o conteúdo por completo, e tendo base para a resolução dos exercícios da PARTE 3!

PARTE 1 – Arcos e Ângulos na Circunferência

Assista atentamente à aula em: https://www.youtube.com/watch?v=X_HPmZ1eOaY

Após assistir a aula, verifique se as principais informações foram anotadas em seu caderno. Seguem os *prints* das principais telas:

ARCO DE CIRCUNFERÊNCIA

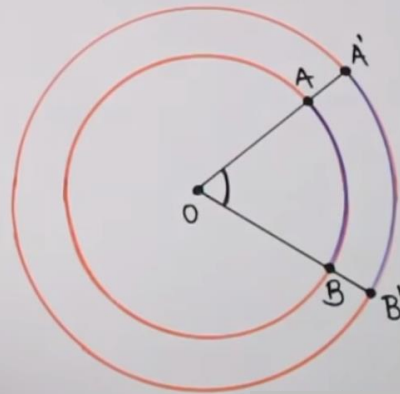


\widehat{AB} CORRESPONDE AO ÂNGULO CENTRAL \widehat{AOB}

MEDIDA E COMPRIMENTO DE ARCOS

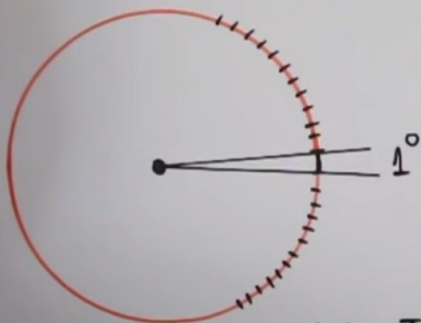
ATENÇÃO

MEDIDA → MEDIDA ANGULAR
COMPRIMENTO → MEDIDA LINEAR



ARCO DE CIRCUNFERÊNCIA

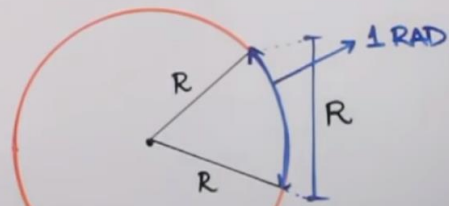
GRAU : $\frac{1}{360}$ DA CIRCUNFERÊNCIA



SUBMÚLTIPLOS

MINUTO : $1^\circ = 60'$
SEGUNDO : $1' = 60''$

RADIANO : 1 RAD É A MEDIDA DE UM ARCO CUJO COMPRIMENTO É IGUAL AO RAIÃO



RELAÇÃO GRAU/RAD → $2\pi \text{ RAD} = 360^\circ$

1) COMPLETE A CORRELAÇÃO

RAD 2π → GRAU 360°

π → 180°

$\frac{\pi}{2}$ → 90°

$\frac{\pi}{3}$ → 60°

$\frac{\pi}{4}$ → 45°

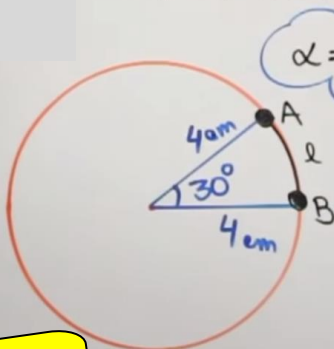
$\frac{\pi}{6}$ → 30°

IMPORTANTE!

α : MEDIDA DO ARCO EM RAD;

l : COMPRIMENTO DO ARCO;

R : RAIÃO DA CIRCUNFERÊNCIA.



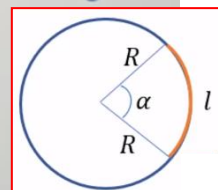
$$\alpha = \frac{l}{R}$$

$$\alpha = 30^\circ \rightarrow \frac{\pi}{6}$$

$$\frac{\pi}{6} = \frac{l}{4}$$

$$6l = 4\pi$$

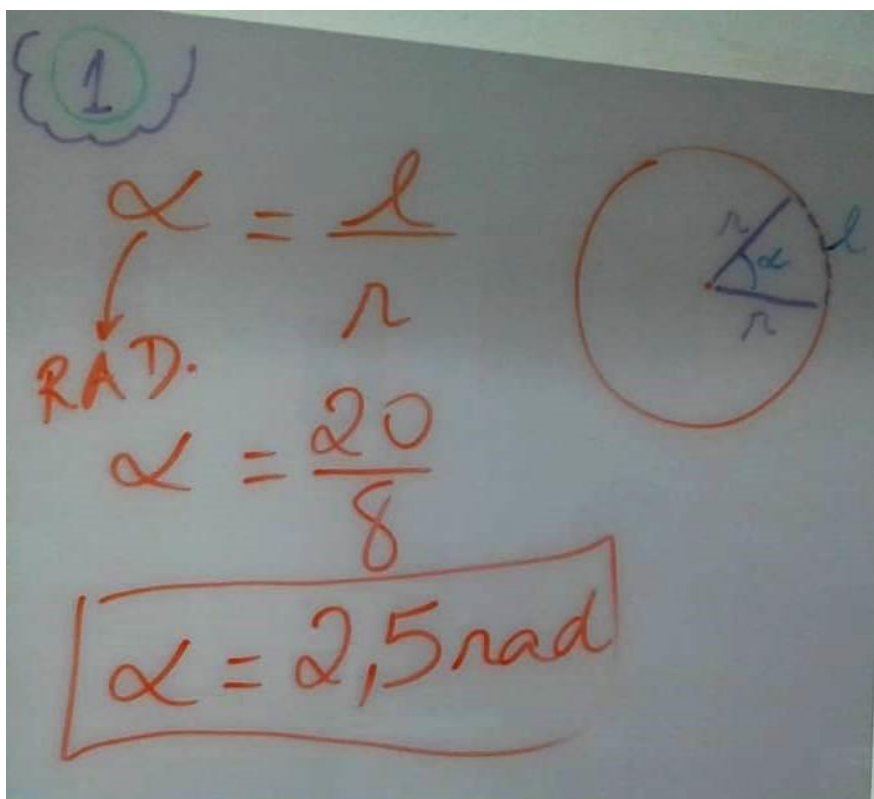
$$l = \frac{4\pi}{6} = \frac{2\pi}{3} \text{ cm}$$



Exemplos:

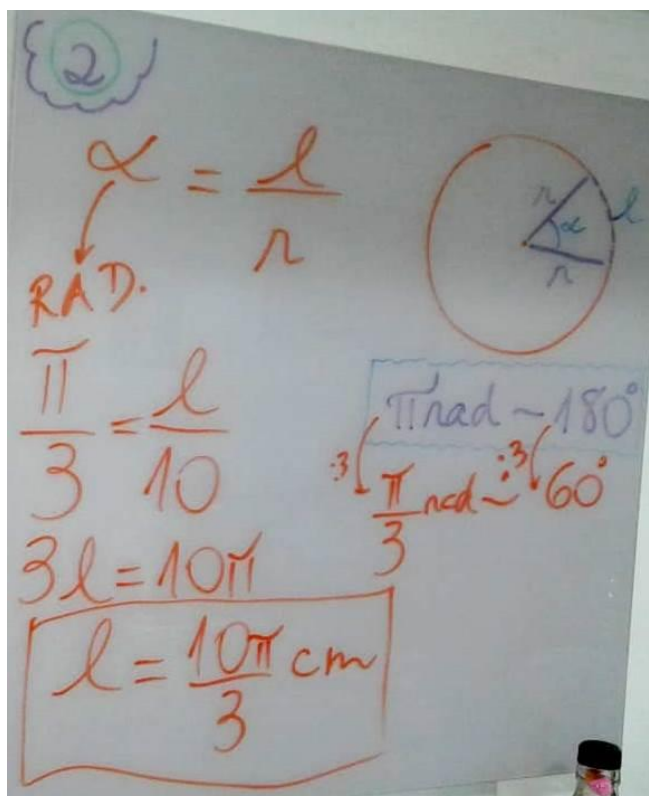
1. Determine a medida, em radianos, de um arco de 20 cm de comprimento contido em uma circunferência de raio 8 cm.

Assista: <https://drive.google.com/file/d/1gwe5NAExlEXjYpNadzrmjN-334eEpgw5/view?usp=sharing>



2. Qual é o comprimento de um arco correspondente a um ângulo central de 60° , contido em uma circunferência de raio 10 cm?

Assista: <https://drive.google.com/file/d/1x1gun3SeOw5gGqMcWrHfEiDIwJKEALnc/view?usp=sharing>



3. Converta 225° em radianos.

Assista: https://drive.google.com/file/d/1RTB-c1qsWE9O6mRpvgnfFEyh_6U3yf7o/view?usp=sharing

A handwritten solution on a whiteboard. At the top left, the number '3' is circled in green. Below it, the conversion factor is written in blue: $180^\circ - \pi \text{ rad}$. In red, the angle to be converted is written as $225^\circ - x$. The next line shows the equation $180x = 225\pi$. The final line shows the solution for x: $x = \frac{225\pi}{180} = \frac{5\pi \text{ rad}}{4}$. There are small circled annotations: ':45' next to the 225 in the fraction, and ':45' next to the 180 in the denominator.

4. Exprese $\frac{2\pi}{3}$ rad em graus.

Assista: <https://drive.google.com/file/d/1UAY3cb1m9RkALMWQhqqfFBCYy-ZPI-H/view?usp=sharing>

A handwritten solution on a whiteboard. At the top left, the number '4' is circled in green. Below it, the conversion factor is written in blue: $180^\circ - \pi \text{ rad}$. The main calculation is written in red: $\frac{2\pi}{3} = \frac{2 \cdot 180^{\cancel{60}}}{\cancel{3}} = 120^\circ$. The number 120 is circled in a cloud-like shape.

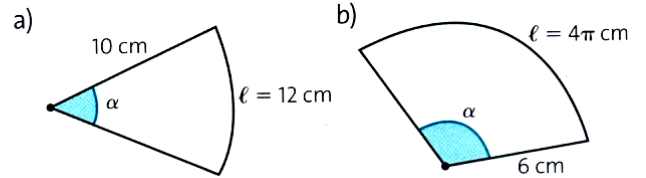
Anote em seu caderno

MATEMÁTICA 13 e 14 – Exercícios da PARTE 1

1. Converta em radianos:
a) 60° c) 210° e) 120° g) 270°
b) 45° d) 300° f) 150° h) 135°
2. Expresse em graus:
a) $\frac{\pi}{6}$ rad d) $\frac{5\pi}{6}$ rad
b) $\frac{\pi}{2}$ rad e) $\frac{5\pi}{4}$ rad
c) $\frac{\pi}{4}$ rad f) $\frac{4\pi}{3}$ rad
3. Calcule, em radianos, a medida do ângulo central correspondente a um arco de comprimento 15 cm contido numa circunferência de raio 3 cm.

4. Qual é o comprimento de um arco correspondente a um ângulo central de 45° contido em uma circunferência de raio 2 cm?

5. Determine o ângulo, em radianos, em cada item.



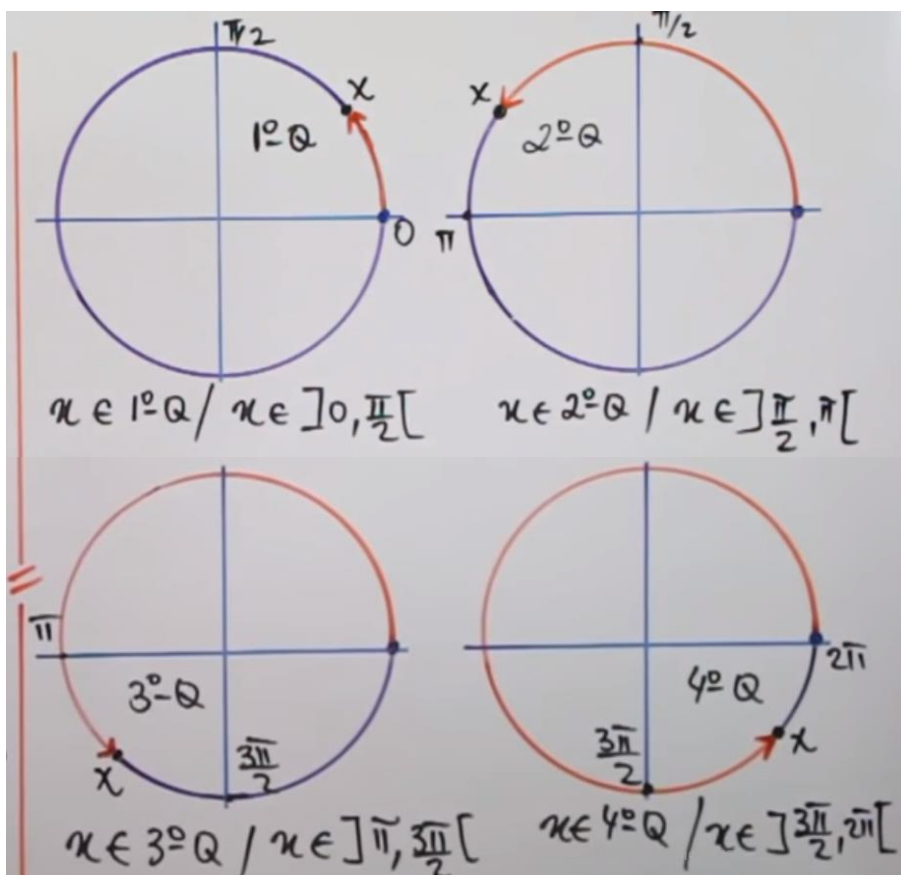
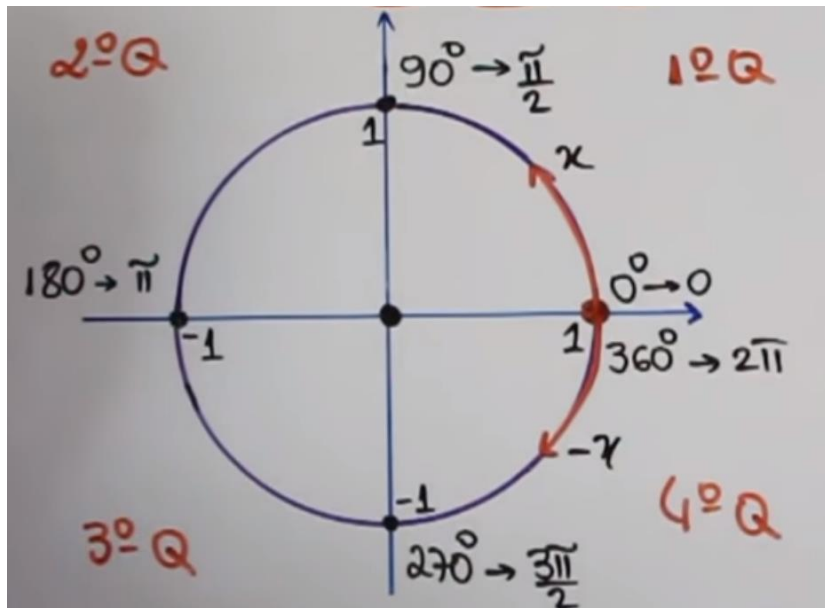
6. Um pêndulo tem 15 cm de comprimento e, no seu movimento, suas posições extremas formam um ângulo de 60° . Qual é o comprimento do arco que a extremidade do pêndulo descreve?

PARTE 2 – Circunferência Trigonométrica

Assista atentamente à próxima aula: https://www.youtube.com/watch?v=8qwCPpp_Ujo

Após assistir a aula, verifique se as principais informações foram anotadas em seu caderno. Seguem os *prints* das principais telas:

CIRCUNFERÊNCIA TRIGONOMÉTRICA



PARTE 3 – Arcos Côngruos: expressão geral e 1ª determinação positiva

Outra aula importante: <https://www.youtube.com/watch?v=EhhEht4mBrk>

Após assistir a aula, verifique se as principais informações foram anotadas em seu caderno. Seguem os *prints* das principais telas:

ARCOS CÔNGRUOS

ARCO DE 1ª VOLTA
1ª DETERMINAÇÃO POSITIVA

EX: $45^\circ, 405^\circ, 765^\circ, 1125^\circ, \dots$

$45^\circ + 0 \cdot 360^\circ$
 $45^\circ + 1 \cdot 360^\circ$
 $45^\circ + 2 \cdot 360^\circ$

Nº DE VOLTAS

$x = 45^\circ + k \cdot 360^\circ$
 $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$

Resposta em graus! Atenção aos exercícios 7 e 8!

Resposta em radianos! Atenção aos exercícios 7 e 8!

Exemplos:

1) DÊ A EXPRESSÃO DA FAMÍLIA DOS ARCOS CÔNGRUOS A 30° .

$x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Outra forma de fazer a mesma pergunta: qual é a expressão geral dos arcos côngruos (ou congruentes) a 30° ?

2) CALCULAR A 1ª DETERMINAÇÃO POSITIVA DE:

A) 1280°

$$\begin{array}{r} 1280^\circ \quad | \quad 360^\circ \\ -1080^\circ \quad | \quad 3 \\ \hline 200^\circ \end{array}$$

B) $\frac{17\pi}{2}$ RAD

$$\frac{16\pi + \pi}{2} = \frac{16\pi}{2} + \frac{\pi}{2}$$

4 VOLTAS

Resposta: 200°

Resposta: $\frac{\pi}{2}$ rad

Continuação dos exemplos:

3) Escreva a expressão dos arcos côngruos a:

a) 37°

Resposta: $37^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$

b) $\frac{2\pi}{5}$ rad

Resposta: $\frac{2\pi}{5} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Anote em seu caderno

MATEMÁTICA 13 e 14 – Exercícios da PARTE 3

7. Escreva a expressão geral dos arcos congruentes a:

a) 60°

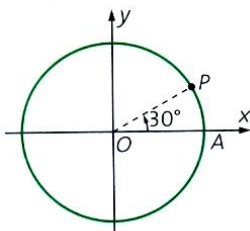
c) $\frac{5\pi}{4}$ rad

b) 120°

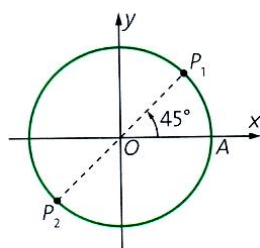
d) $\frac{11\pi}{6}$ rad

8. Dê a expressão geral, em radianos, dos arcos de extremidades nos pontos indicados, considerando a origem em A:

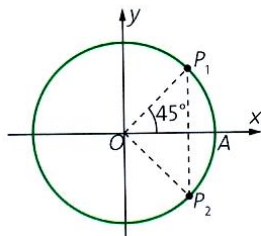
a)



b)



c)



ATENÇÃO!

O exercício pede respostas em radianos. Responda, primeiramente, em graus e, em seguida, repita a resposta, porém em radianos.

DICA!

Comece transformando "meio grau" para radianos! E, deixe seu raciocínio e/ou cálculos, justificando a escolha da alternativa!

9. Encontre a 1ª determinação, ou seja, o menor valor não negativo côngruo ao arco de:

a) 780°

c) -400°

b) 1140°

d) $\frac{15\pi}{2}$ rad

10. Responda :

a) Convertendo $\frac{7\pi}{4}$ rad em graus, quanto obtemos?

b) Qual é o comprimento de um arco correspondente a um ângulo central de 60° contido em uma circunferência de raio $r = 1,5$ cm?

c) Quanto mede o menor arco não negativo côngruo de 2650° ?

d) Qual é a expressão geral dos arcos côngruos de $\frac{14\pi}{3}$?

11.

(PUC-MG) Ao projetar prédios muito altos, os engenheiros devem ter em mente o movimento de oscilação, que é típico de estruturas de arranha-céus. Se o ponto mais alto de um edifício de 400 m descreve um arco de $\left(\frac{1}{2}\right)^\circ$, a medida do arco descrito por esse ponto, em metros, é:

a) π .

c) $\frac{4\pi}{3}$.

e) $\frac{11\pi}{10}$.

b) $\frac{3\pi}{4}$.

d) $\frac{10\pi}{9}$.

Fotografe e envie para matematica.temporario@gmail.com, escrevendo seu nome, número, turma e "Matemática 13 e 14".