Tipo de Instrumento: **Conteúdo, Exemplos e Exercícios**	Professor: Ernani Nagy de Moraes	Turma:
15ª e 16ª Atividades Domiciliares de Matemática	**Pedido em 17/08, segunda-feira**	**1º EM**
Função do Segundo Grau: gráfico e seus elementos	**Para 28/08, sexta-feira**	

Instruções:

1. Esta é uma **Atividade Domiciliar de Matemática para o 1º ano do Ensino Médio, para duas semanas de trabalho**. Como continuação do estudo das Funções Quadráticas, estudaremos os coeficientes de uma função e a relação com seu gráfico, bem como os zeros da função e o vértice da parábola correspondente.

2. Faça anotações do conteúdo (**todas as PARTES**) e resolva os exercícios (**PARTE 3** e **PARTE 4**) no caderno.

3. Nos dias 19 e 26 de agosto, das 12h às 12h50, haverá **Encontros de Matemática**. Esclarecerei dúvidas dessa atividade e, se houver necessidade, das atividades anteriores. Resolva os exercícios ao longo das semanas, apenas tirando dúvidas pontuais no Encontro.

4. Faça essa atividade **até 28/08, sexta-feira**. Ao finalizá-la, envie foto por e-mail, para matematica.temporario@gmail.com.

Bom trabalho! Prof. Ernani. ☺

PARTE 1: correção de **Matemática 12**

Você está recebendo o **gabarito da Atividade Domiciliar 12** de Matemática. Confira cada um dos itens em seu caderno, faça correções (se necessário), verificando, inclusive, dúvidas a serem esclarecidas posteriormente. Você pode escrever um e-mail ao professor ou fazer perguntas no próximo Encontro de Matemática.

Corrija seu caderno! Deixe-o organizado, pronto para boas consultas!

1º EM – MATEMÁTICA 12 – GABARITO

Calcular o(s) zero(s) das Funções:

a) $f(x) = x^2 - 6x + 9$

$1x^2 - 6x + 9 = 0$

$a = 1 \quad b = -6 \quad c = 9$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$

$\Delta = \underbrace{(-6)^2}\underbrace{- 4 \cdot 1 \cdot 9}$

$\Delta = 36 - 36$

$\Delta = 0$

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$

$x = \dfrac{-(-6) \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 1}$

$x = \dfrac{6 \pm 0}{2} = \dfrac{6}{2} = 3$

O ZERO DA FUNÇÃO É 3.

b) $g(x) = x^2 + 6x + 5$

$x^2 + 6x + 5 = 0$

$a = 1 \quad b = 6 \quad c = 5$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$

$\Delta = \underbrace{6^2} - \underbrace{4 \cdot 1 \cdot 5}$

$\Delta = 36 - 20$

$\Delta = 16$

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$

$x = \dfrac{-6 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1}$

$x = \dfrac{-6 \pm 4}{2}$

$x_1 = \dfrac{-6 + 4}{2} = \dfrac{-2}{2} = -1$

$x_2 = \dfrac{-6 - 4}{2} = \dfrac{-10}{2} = -5$

OS ZEROS DA FUNÇÃO SÃO −5 E −1.

c) $h(x) = 2x^2 - 5x + 3$

$2x^2 - 5x + 3 = 0$

$a = 2 \quad b = -5 \quad c = 3$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$

$\Delta = \underbrace{(-5)^2} - \underbrace{4 \cdot 2 \cdot 3}$

$\Delta = 25 - 24$

$\Delta = 1$

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$

$x = \dfrac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 2}$

SIMPLIFICANDO

$x_1 = \dfrac{5 + 1}{4} = \dfrac{6 :2}{4 :2} = \dfrac{3}{2} = 1{,}5$

$x_2 = \dfrac{5 - 1}{4} = \dfrac{4}{4} = 1$

OS ZEROS DA FUNÇÃO SÃO
1 E 1,5 (ou $\frac{3}{2}$).

d) $m(x) = x^2 + 2x + 10$

$$x^2 + 2x + 10 = 0$$

$a = 1 \quad b = 2 \quad c = 10$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$
$$\Delta = \underbrace{2^2}_{} - \underbrace{4 \cdot 1 \cdot 10}_{}$$
$$\Delta = 4 - 40$$
$$\Delta = -36$$

Como $\Delta < 0$ (ou seja, delta é negativo), não haverá zeros (reais) dessa função.

e) $n(x) = -x^2 + 2x + 8$

$$-x^2 + 2x + 8 = 0$$

$a = -1 \quad b = 2 \quad c = 8$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$
$$\Delta = \underbrace{2^2}_{} - \underbrace{4 \cdot (-1) \cdot 8}_{}$$
$$\Delta = 4 + 32$$
$$\Delta = 36$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{36}}{2 \cdot (-1)}$$

$$x_1 = \frac{-2+6}{-2} = \frac{4}{-2} = -2$$

$$x_2 = \frac{-2-6}{-2} = \frac{-8}{-2} = 4$$

OS ZEROS DA FUNÇÃO SÃO -2 E 4.

f) $q(x) = 3x^2 + x - 2$

$$3x^2 + x - 2 = 0$$

$a = 3 \quad b = 1 \quad c = -2$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$
$$\Delta = \underbrace{1^2}_{} - \underbrace{4 \cdot 3 \cdot (-2)}_{}$$
$$\Delta = 1 + 24$$
$$\Delta = 25$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 3}$$

SIMPLIFICANDO

$$x_1 = \frac{-1+5}{6} = \frac{4^{:2}}{6_{:2}} = \frac{2}{3}$$

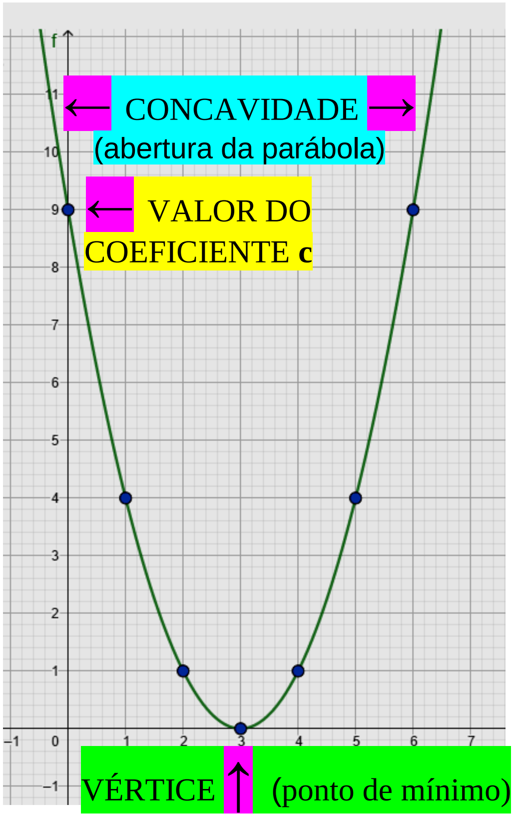
$$x_2 = \frac{-1-5}{6} = \frac{-6}{6} = -1$$

OS ZEROS DA FUNÇÃO SÃO -1 E $\frac{2}{3}$.

PARTE 2: elementos de uma parábola

Em Matemática 13 e 14, utilizamos, como exemplo, a função **$z(x) = x^2 - 6x + 9$**.

A partir dessa função, fizemos cálculos, determinamos pares ordenados, localizamos pontos no plano cartesiano e **construímos o gráfico da função**. Reveja-o abaixo:



Observe a parábola e perceba, então, que:

1) A abertura da parábola ("boca") está para cima. O nome dessa "boca" é **concavidade**. Logo, esta parábola tem **concavidade voltada para cima**.

Numa função do tipo **$f(x) = ax^2 + bx + c$** (com **a** ≠ 0):

- Quando **a** > 0, ou seja, quando **a** for positivo, a concavidade será para cima.

- Quando **a** < 0, ou seja, quando **a** for negativo, a concavidade será para baixo.

2) Neste exemplo, o **vértice da parábola** (local em que deixa de ser descendente e passa a ser ascendente) é chamado de **ponto de mínimo**. Completando o resumo:

- Quando **a** > 0, a concavidade será para cima.

Consequentemente, o vértice será ponto de mínimo.

- Quando **a** < 0, a concavidade será para baixo.

Consequentemente, o vértice será ponto de máximo.

3) Lembrando-se, então, da forma geral de uma função do segundo grau: **$f(x) = ax^2 + bx + c$** (com **a** ≠ 0). Assim sendo, na função **$z(x) = x^2 - 6x + 9$**, como o coeficiente **c** vale **9**, então a **parábola cruzará o eixo das ordenadas (eixo y)** no ponto (0, **9**). Ou seja, o coeficiente c determina o local em que a parábola passará pelo eixo y.

Resumo para anotar no caderno:

Numa Função do Segundo Grau **$f(x) = ax^2 + bx + c$** (com **a** ≠ 0):

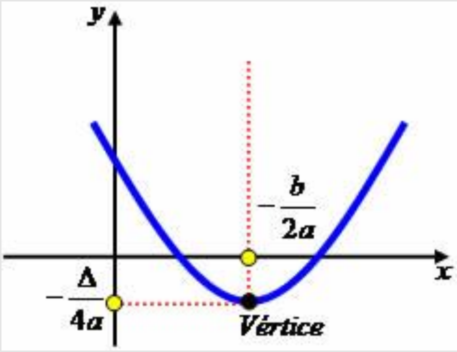
- Quando **a** > 0, a concavidade será para cima. Assim, o vértice será ponto de mínimo.
- Quando **a** < 0, a concavidade será para baixo. Assim, o vértice será ponto de máximo.
- O coeficiente **c** determina o local em que a parábola passará pelo **eixo y**.

PARTE 3: determinação do vértice de uma parábola

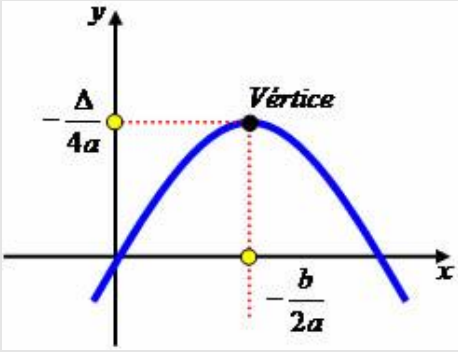
O vértice de uma parábola é o ponto de mínimo ou de máximo dela. Ele pode ser calculado com base nas expressões matemáticas envolvendo os coeficientes de uma função do segundo grau (***f(x) = ax² + bx + c***). Representamos o vértice com as coordenadas $V(x_V, y_V)$.

O valor de x_V é dado por $\frac{-b}{2a}$ e o valor de y_V é calculado por $\frac{-\Delta}{4a}$.

Valor mínimo (a > 0)
Concavidade voltada para cima



Valor máximo (a < 0)
Concavidade voltada para baixo



Exemplo: calcule as coordenadas do vértice da parábola de função **f(x) = x² - 5x + 6**.

Resolvendo: como a = 1, b = -5 e c = 6, substituindo nas fórmulas para obtenção das coordenadas do vértice:

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-5)}{2.1} = \frac{5}{2} = 2{,}5$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4.1.6 = 25 - 24 = 1 \qquad \text{Então}: y_v = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-1}{4.1} = -\frac{1}{4} = -0{,}25$$

$$\text{Logo}: V(2{,}5; -0{,}25)$$

Sabemos que este ponto será de mínimo, pois o coeficiente a é maior que zero.

Anote em seu caderno: Matemática 15 e 16; Exercício da PARTE 3

Em cada uma das funções abaixo, como feito no exemplo acima:

I. Determine as **coordenadas do vértice**;

II. Descreva se o ponto encontrado é **de máximo** ou **de mínimo**, de acordo com o coeficiente ***a***.

a) g(x) = x² - 2x - 3

b) h(x) = - x² + 4x - 4

c) m(x) = 2x² - 3x + 7

PARTE 4: análise de uma Função do Segundo Grau

Exemplo. Dada a função do Segundo Grau *g: IR → IR*, conhecida por **g(x) = 2x² - 2**, resolva:

a) O coeficiente ***a*** é positivo ou negativo?

*Resposta: como o coeficiente **a** vale 2, ele é positivo.*

b) A parábola terá concavidade voltada para cima ou para baixo?

*Resposta: como o coeficiente **a** é positivo, a parábola terá concavidade voltada para cima.*

c) Observando o coeficiente ***a***, o vértice será ponto de máximo ou ponto de mínimo?

Resposta: como a parábola terá concavidade voltada para cima, o vértice será ponto de mínimo.

d) Determine as coordenadas do vértice de sua parábola.

Resolução: para calcular o vértice, descreveremos os coeficientes dessa função e calcularemos pelas fórmulas dadas.

Como a = 2, b = 0 e c = -2, substituindo nas fórmulas, teremos que:

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-0}{2.2} = \frac{0}{4} = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 0^2 - 4.2.(-2) = 0 + 16 = 16 \qquad \text{Então}: y_v = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-16}{4.2} = -\frac{16}{8} = -2$$

$$\text{Logo}: V(0, -2)$$

e) Calcule os zeros da função, se existirem.

Resolução: como a = 2, b = 0 e c = -2, já calculamos o discriminante (delta), que deu $\Delta = 16$.

Continuando a fórmula de Bháskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-0 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 2}$$

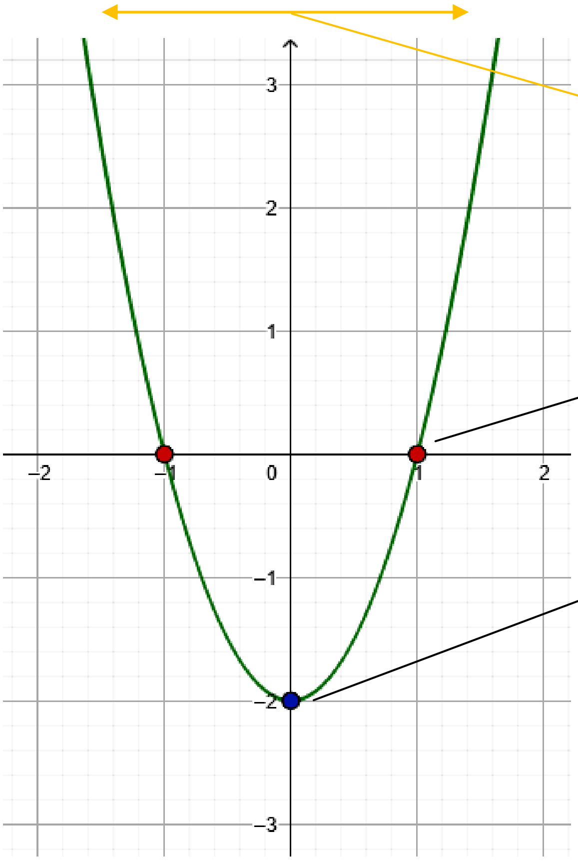
$$x_1 = \frac{-0 + 4}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

$$x_2 = \frac{-0 - 4}{4} = \frac{-4}{4} = -1$$

Logo, os zeros da função são -1 e 1.

f) Construa um plano cartesiano (com régua, a lápis) e faça um bom esboço do gráfico desta função (sem régua, pois é uma parábola, e a lápis) com as informações anteriores.

Resposta: o gráfico está na próxima página, considerando-se o vértice, os zeros da função e a posição da parábola (no caso, concavidade para cima).



Como já esperado, a concavidade (abertura, “boca”) da parábola está voltada para cima, pois o coeficiente ***a*** é positivo ***(Itens a e b)***.

Os pontos destacados em vermelho são os **zeros da função** ***(Item e)***.

O ponto destacado em azul é o **vértice da parábola**. ***(Item d)*** Como a concavidade da parábola está voltada para cima, o vértice é **ponto de mínimo** ***(Item c)***.

Anote em seu caderno: Matemática 15 e 16; Exercício da PARTE 4

Dada a função *f: IR → IR*, do Segundo Grau, $\mathbf{f(x) = x^2 - 4}$, faça o que se pede:

a) O coeficiente ***a*** é positivo ou negaivo?

b) A parábola terá concavidade voltada para cima ou para baixo?

c) Observando o coeficiente ***a***, o vértice será ponto de máximo ou ponto de mínimo?

d) Determine as coordenadas do vértice de sua parábola.

e) Calcule os zeros da função, se existirem.

f) Construa um plano cartesiano (com régua, a lápis) e faça um esboço do gráfico desta função (sem régua, pois é uma parábola, e a lápis) com as informações anteriores.

Fotografe a resolução dos exercícios (PARTE 3 e PARTE 4)
e envie para matematica.temporario@gmail.com,
escrevendo seu nome, número e turma, bem como “Matemática 15 e 16”.