

NOÇÕES DE PLASTICIDADE

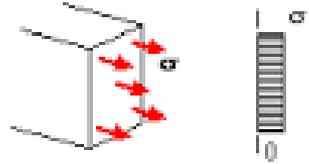
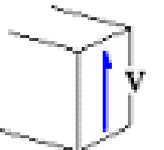
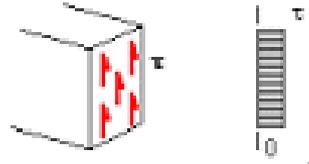
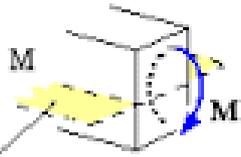
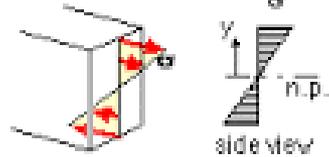
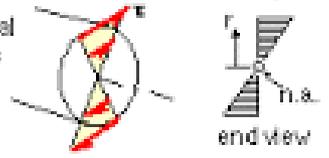
SEP282 – PROCESSOS PARA INDÚSTRIA AERONÁUTICA

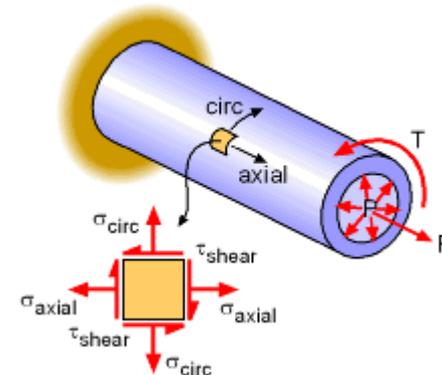
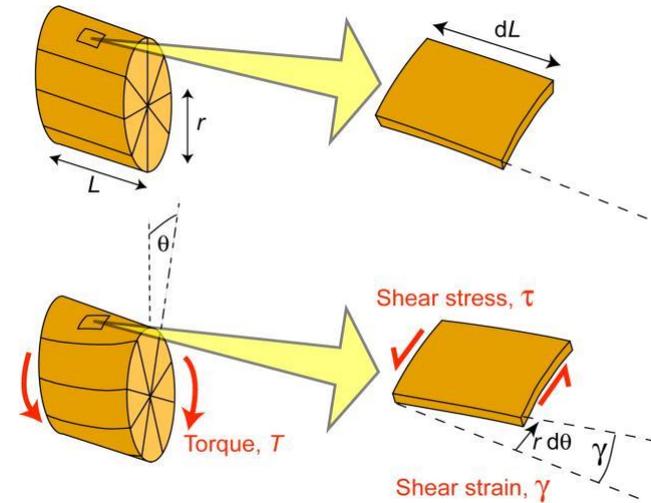
AULA 2 NOÇÕES DE PLASTICIDADE - 2

NOÇÕES DE PLASTICIDADE

Teste de tração em metais:

COMO RELACIONAR COM ESTADO DUPLO E TRIPLO DE TENSÕES?

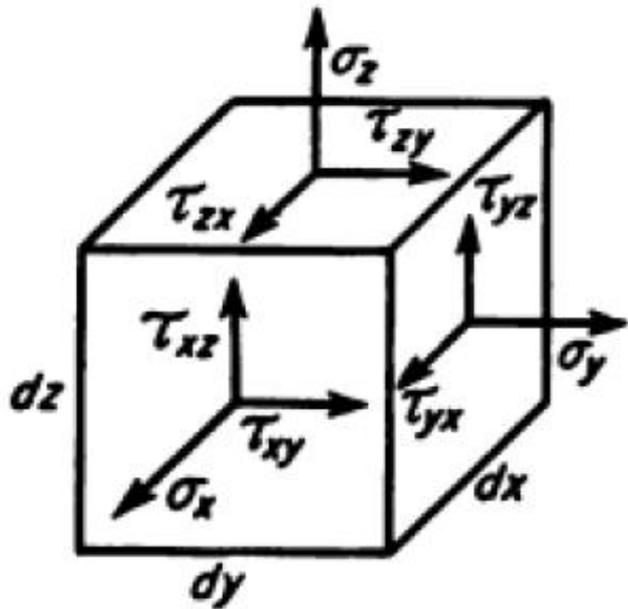
	STRESS RESULTANT	STRESS DISTRIBUTION
FORCE RESULTANT UNIFORM STRESS	TENSILE OR COMPRESSIVE FORCE - P  Geometric instability (buckling) is often crucial in compression	
	SHEAR FORCE - V  Shear stress is uniform to a first approximation... but more realistically	
MOMENT RESULTANT LINEARLY VARYING STRESS	BENDING MOMENT - M  neutral plane	 side view Stress is uniform in transverse direction across the beam
	TORSIONAL MOMENT - T (TORQUE OF ROUND SHAFT)  neutral axis	 end view Stress is uniform in circumferential direction around the shaft



NOÇÕES DE PLASTICIDADE

MODELO DO COMPORTAMENTO PLÁSTICO DOS METAIS

- o estado de tensões

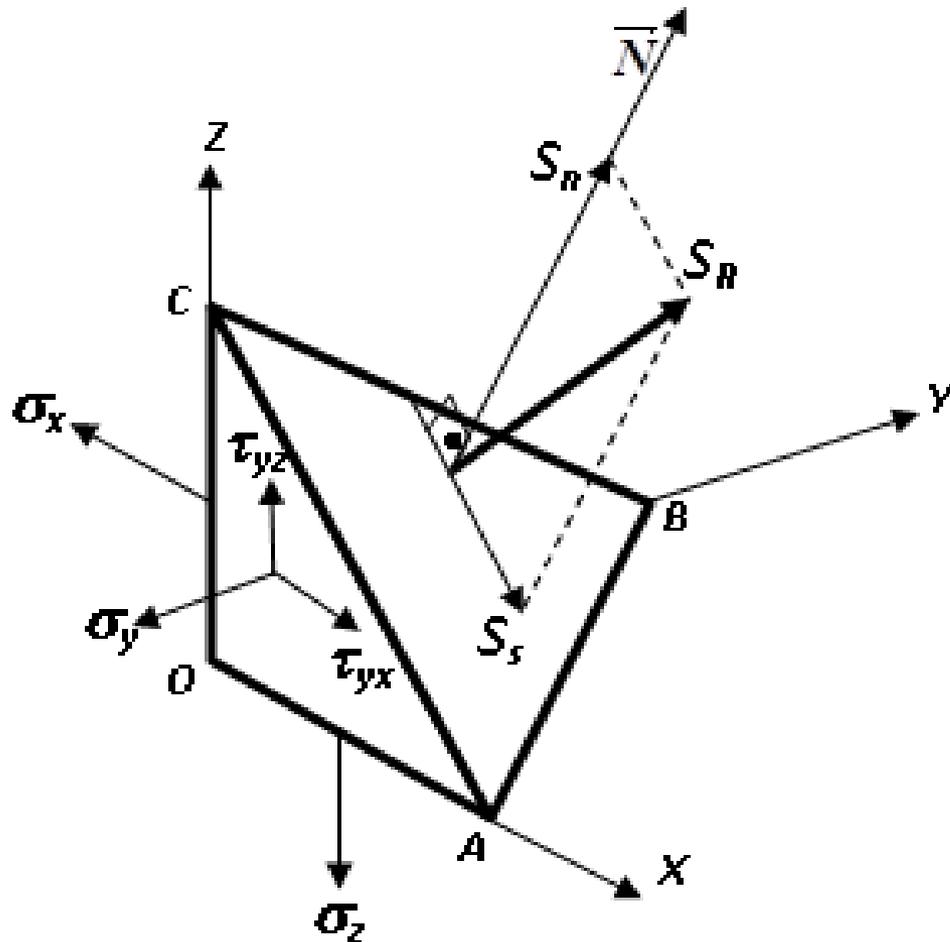


Estado geral de tensões em 3D

$$\begin{aligned} \tau_{zx} &= \tau_{xz} \\ \tau_{zy} &= \tau_{yz} \\ \tau_{xy} &= \tau_{yx} \end{aligned} \quad \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

NOÇÕES DE PLASTICIDADE

MODELO DO COMPORTAMENTO PLÁSTICO DOS METAIS
- o estado de tensões



Tensões internas

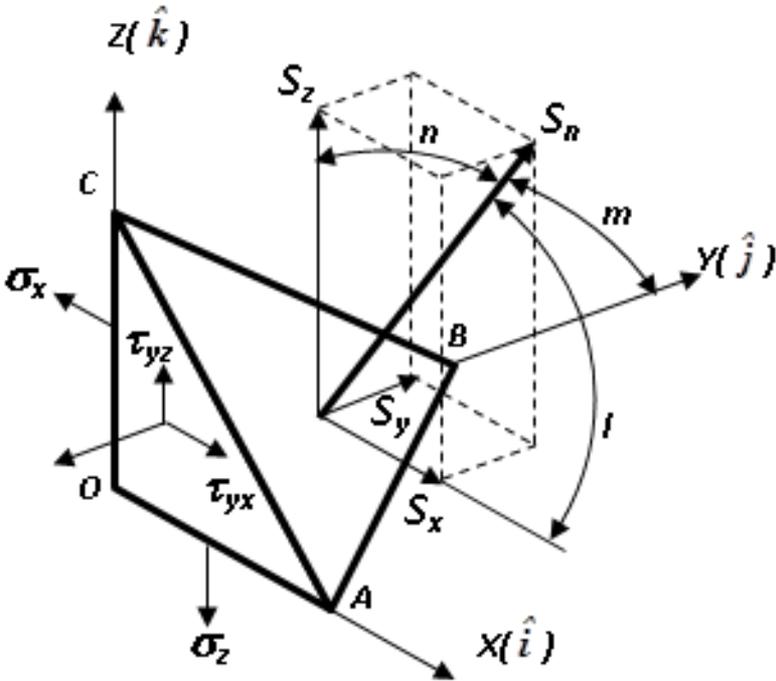
$$S_R = \sqrt{S_n^2 + S_s^2}$$

NOÇÕES DE PLASTICIDADE

MODELO DO COMPORTAMENTO PLÁSTICO DOS METAIS

- o estado de tensões

$$S_R = \sqrt{S_x^2 + S_y^2 + S_z^2}$$



$$S_x \cdot (1) = \sigma_x \cdot (l) + \tau_{xy} \cdot (m) + \tau_{xz} \cdot (n)$$

$$S_y \cdot (1) = \sigma_y \cdot (m) + \tau_{xy} \cdot (l) + \tau_{yz} \cdot (n)$$

$$S_z \cdot (1) = \sigma_z \cdot (n) + \tau_{yz} \cdot (m) + \tau_{xz} \cdot (l)$$

l, m, n = cossenos diretores de S_R

$$S_n = \sigma_x l^2 + \sigma_y m^2 + \sigma_z n^2 + 2(\tau_{xy} lm + \tau_{yz} mn + \tau_{zx} nl)$$

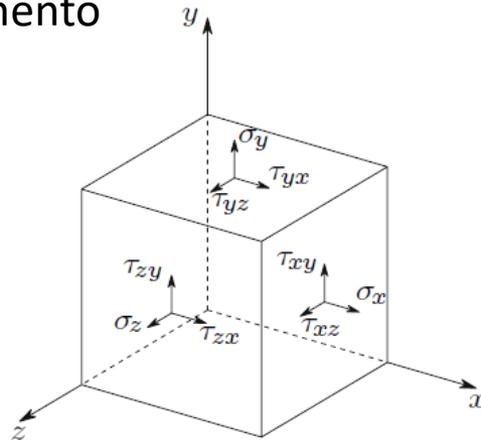
$$S_S^2 = S_R^2 - S_n^2$$

NOÇÕES DE PLASTICIDADE

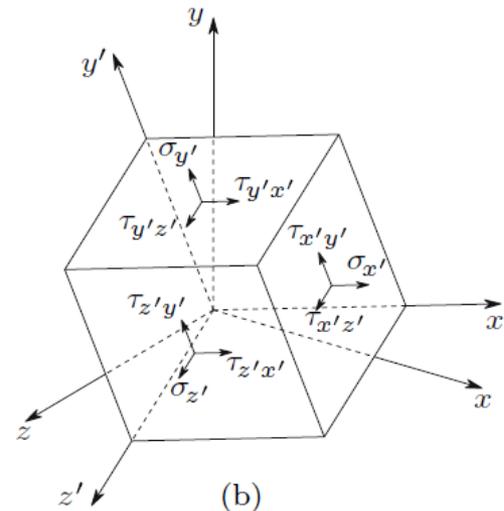
MODELO DO COMPORTAMENTO PLÁSTICO DOS METAIS

- o estado de tensões

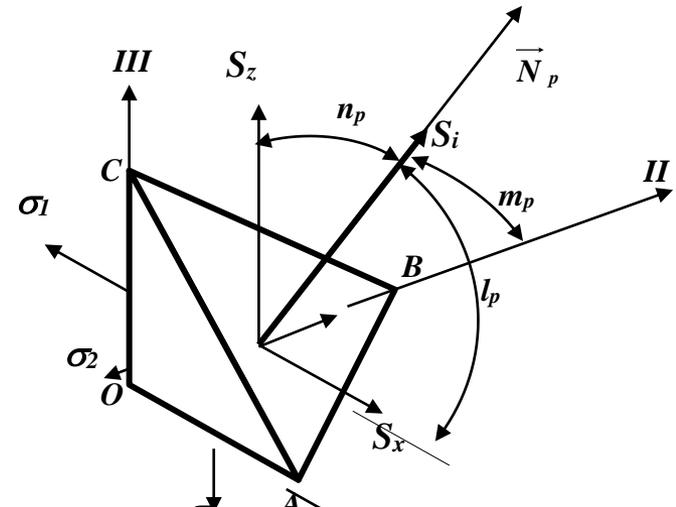
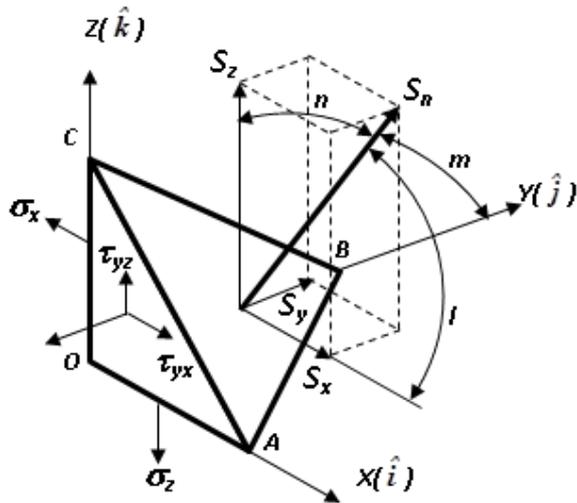
Há um novo Sistema de referência $x'y'z'$ no qual não há mais tensões de cisalhamento



(a)



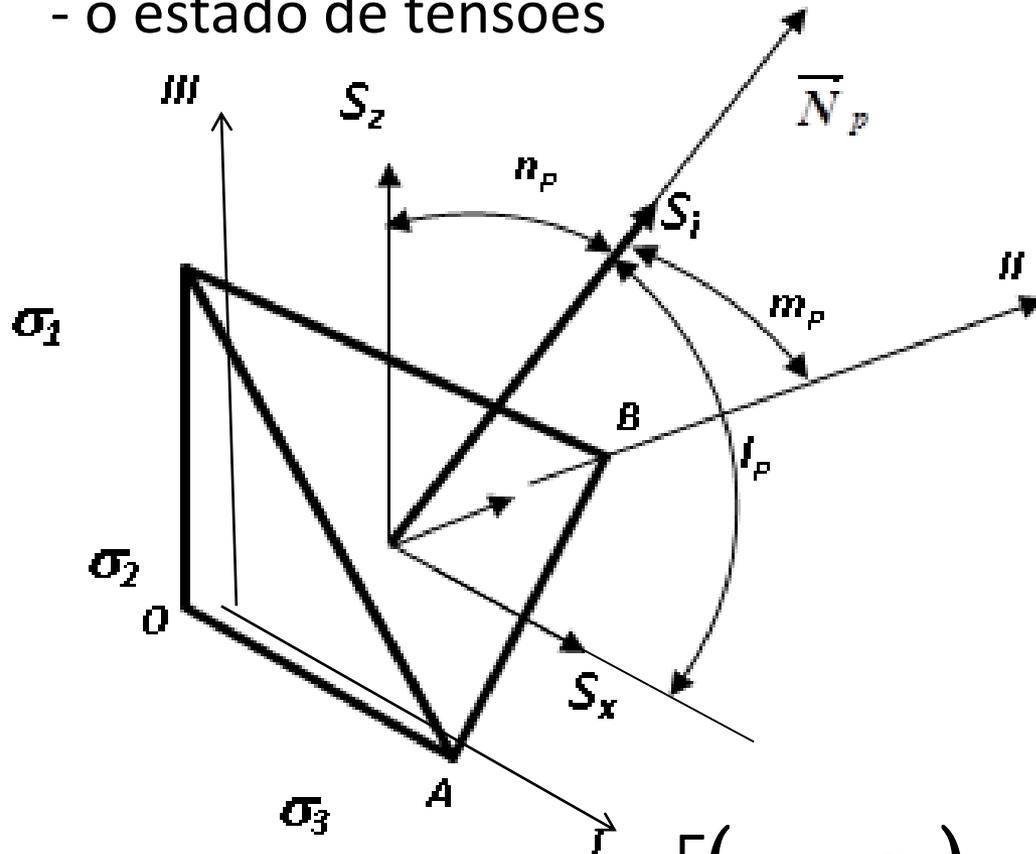
(b)



NOÇÕES DE PLASTICIDADE

MODELO DO COMPORTAMENTO PLÁSTICO DOS METAIS

- o estado de tensões



**Tensões Principais –
cisalhamento nulo**

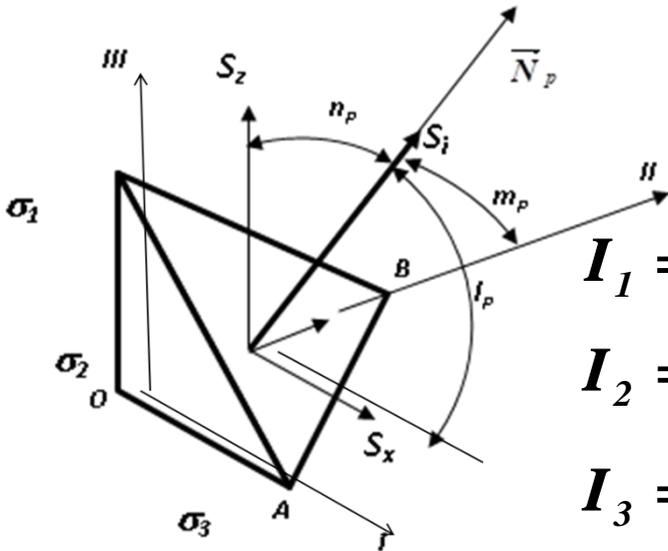
$$\begin{bmatrix} (\sigma_x - S_p) & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & (\sigma_y - S_p) & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & (\sigma_z - S_p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_p \\ m_p \\ n_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

NOÇÕES DE PLASTICIDADE

MODELO DO COMPORTAMENTO PLÁSTICO DOS METAIS

- o estado de tensões

**Tensões Principais –
cisalhamento nulo**



$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$$

$$I_2 = -(\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x) + (\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)$$

$$I_3 = \sigma_x \sigma_y \sigma_z + 2\tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx} - (\tau_{yz}^2 \sigma_x + \tau_{xz}^2 \sigma_y + \tau_{xy}^2 \sigma_z)$$

$$I_1 = \sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III}$$

$$I_2 = \sigma_I \cdot \sigma_{II} + \sigma_{II} \cdot \sigma_{III} + \sigma_I \cdot \sigma_{III}$$

$$I_3 = \sigma_I \cdot \sigma_{II} \cdot \sigma_{III}$$

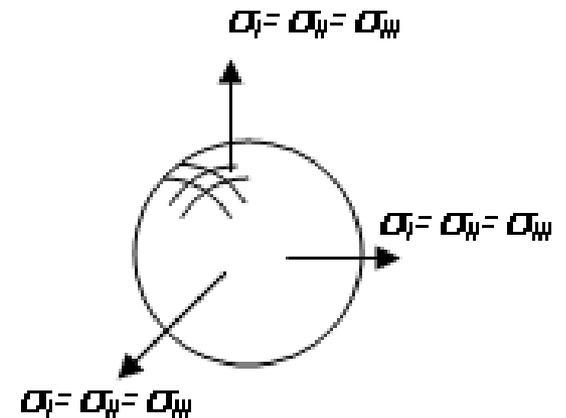
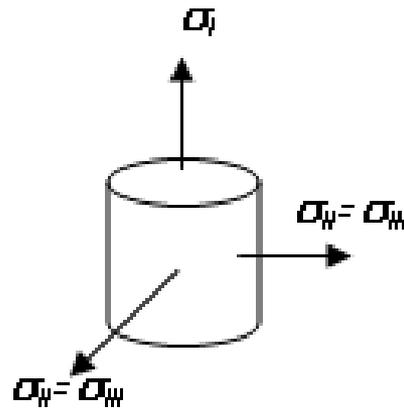
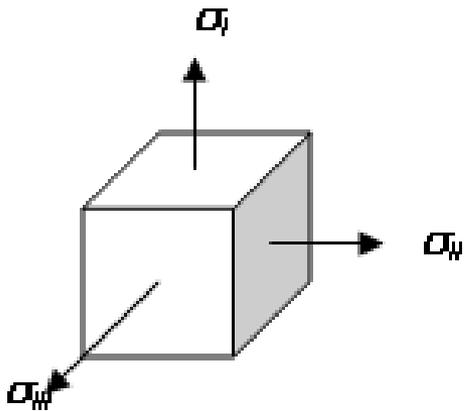
$$\sigma_m = \frac{1}{3} I_1 = \frac{1}{3} (\sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III}) = \frac{1}{3} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$$

NOÇÕES DE PLASTICIDADE

MODELO DO COMPORTAMENTO PLÁSTICO DOS METAIS

- o estado de tensões

Principais estados de tensão



(a) Estado triplo

(b) Estado cilíndrico

(c) Estado esférico

NOÇÕES DE PLASTICIDADE

MODELO DO COMPORTAMENTO PLÁSTICO DOS METAIS

- o estado de tensões

Tensão equivalente

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2]}$$

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)]}$$

NOÇÕES DE PLASTICIDADE

MODELO DO COMPORTAMENTO PLÁSTICO DOS METAIS

- o estado de tensões

COMO RELACIONAR COM ESTADO DUPLO E TRIPLO DE TENSÕES?

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \right]}$$

Tração uniaxial

$$\sigma_x = S$$

$$\sigma_y = 0$$

$$\sigma_z = 0$$

$$\bar{\sigma} = S$$

NOÇÕES DE PLASTICIDADE

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \right]}$$

Cisalhamento puro

$$\sigma_x = 0$$

$$\sigma_y = 0$$

$$\sigma_z = 0$$

$$\tau_{xy} = T$$

$$\tau_{yz} = 0$$

$$\tau_{zx} = 0$$

$$\bar{\sigma} = \sqrt{3}T$$

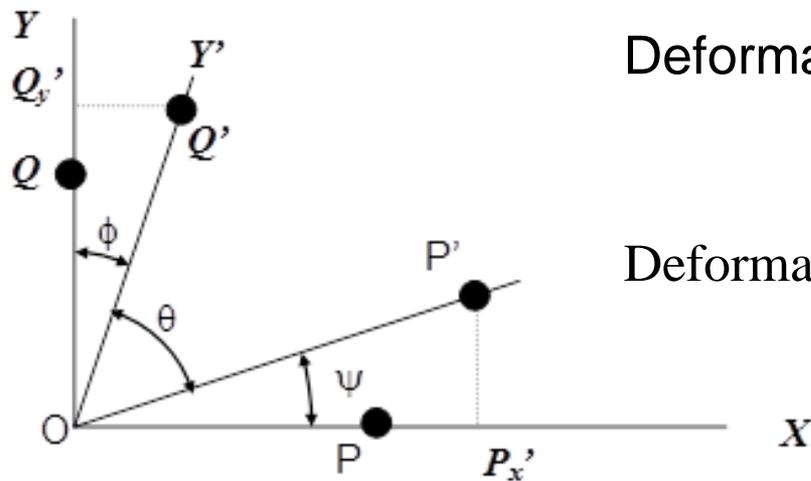
OU

$$T = \frac{1}{\sqrt{3}} \bar{\sigma} = 0,577S$$

NOÇÕES DE PLASTICIDADE

MODELO DO COMPORTAMENTO PLÁSTICO DOS METAIS

- o estado de deformações



Deformação na direção OY: $OY = \frac{OQ' - OQ}{OQ}$

Deformação na direção OX: $OX = \frac{OP' - OP}{OP}$

$$\epsilon_{yy} = \frac{OQ'_y - OQ}{OQ} = \frac{QQ'_y}{OQ}$$

$$\epsilon_{xx} = \frac{OP'_x - OP}{OP} = \frac{PP'_x}{OP}$$

$$\psi = \epsilon_{yx} = \frac{P'P'_x}{OP}$$

Ângulo de cisalhamento

$$\frac{\pi}{2} - \theta$$

$$\phi = \epsilon_{xy} = \frac{Q'Q'_y}{OQ}$$

$$\phi + \psi = \frac{\pi}{2} - \theta = \gamma_{xy}$$

Portanto: $\epsilon_{yx} + \epsilon_{xy} = \gamma_{xy}$

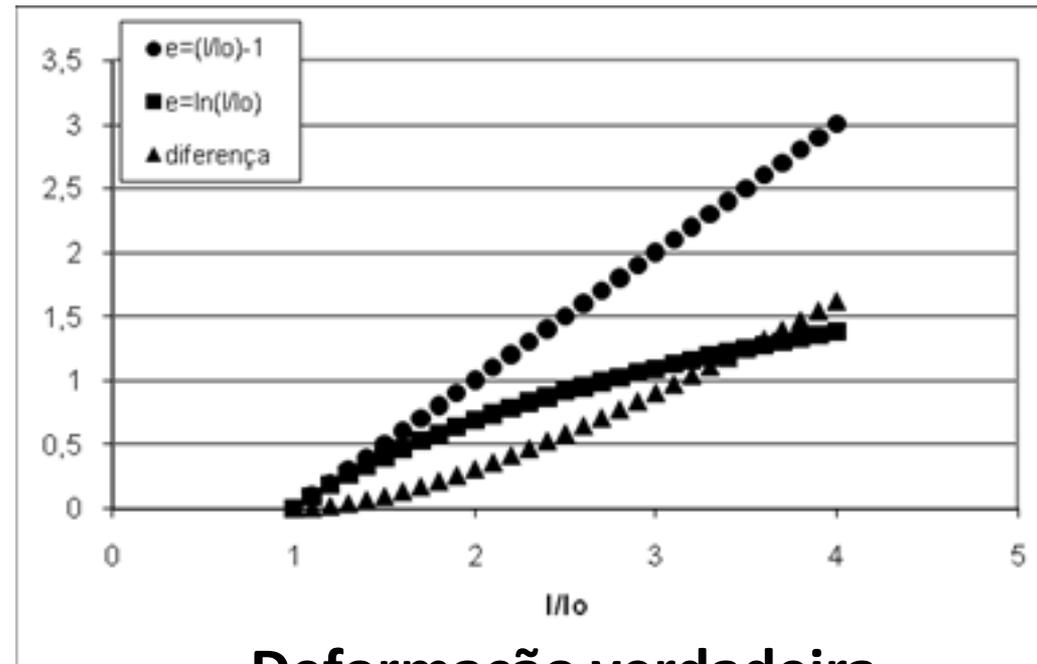
NOÇÕES DE PLASTICIDADE

MODELO DO COMPORTAMENTO PLÁSTICO DOS METAIS

- o estado de deformações

Estado tridimensional de deformações

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zx} & \epsilon_{zz} \end{pmatrix}$$



Deformação verdadeira

$$\epsilon = \int_{l_0}^l \frac{dl}{l} = \ln(l) \Big|_{l_0}^l = \ln(l) - \ln(l_0) = \ln\left(\frac{l}{l_0}\right)$$

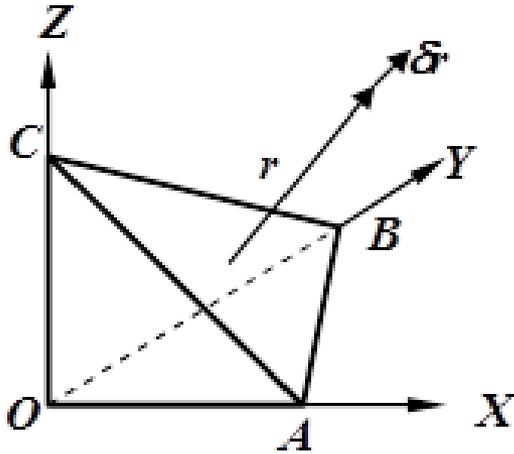
Deformação de engenharia

$$e = \int_{l_0}^l \frac{dl}{l_0} = \frac{1}{l_0} l \Big|_{l_0}^l = \frac{(l - l_0)}{l_0}$$

NOÇÕES DE PLASTICIDADE

MODELO DO COMPORTAMENTO PLÁSTICO DOS METAIS

- o estado de deformações



Deformações internas

$$\begin{vmatrix} (\varepsilon_x - \varepsilon) & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & (\varepsilon_x - \varepsilon) & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & (\varepsilon_x - \varepsilon) \end{vmatrix} = 0$$

$$J_1 = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$$

$$J_2 = -(\varepsilon_x \varepsilon_y + \varepsilon_x \varepsilon_z + \varepsilon_y \varepsilon_z) + (\varepsilon_{xy}^2 + \varepsilon_{yz}^2 + \varepsilon_{zx}^2)$$

$$J_3 = \varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_z + 2\varepsilon_{xy} \varepsilon_{yz} \varepsilon_{zx} - (\varepsilon_x \varepsilon_{yz}^2 + \varepsilon_y \varepsilon_{zx}^2 + \varepsilon_z \varepsilon_{xy}^2)$$

$$J_1 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$$

$$J_2 = -(\varepsilon_1 \varepsilon_2 + \varepsilon_2 \varepsilon_3 + \varepsilon_3 \varepsilon_1)$$

$$J_3 = \varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3$$

NOÇÕES DE PLASTICIDADE

MODELO DO COMPORTAMENTO PLÁSTICO DOS METAIS
- o estado de deformações

Deformação efetiva

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_I - \varepsilon_{II})^2 + (\varepsilon_{II} - \varepsilon_{III})^2 + (\varepsilon_{III} - \varepsilon_I)^2}$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_x)^2 + 6(\varepsilon_{xy}^2 + \varepsilon_{yz}^2 + \varepsilon_{zx}^2)}$$

NOÇÕES DE PLASTICIDADE

MODELO DO COMPORTAMENTO PLÁSTICO DOS METAIS

– Critérios de escoamento

VonMISES

$$\left\{ \frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2] \right\}^{1/2} = k$$

$$\left\{ \frac{1}{2} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2] + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \right\}^{1/2} = k$$

Se num sistema de coordenadas x, y, z todas as tensões normais são nulas exceto uma das componentes de cisalhamento, por exemplo, τ_{xy} neste caso $\tau_{xy} = k$. Portanto, k pode ser interpretada com a magnitude da tensão de cisalhamento nos casos em que há somente cisalhamento puro, no qual o material escoar

Entretanto, o valor de k pode ser obtido no teste de tração uniaxial. Assumindo que somente a tensão principal σ_0 está agindo e obtendo-se o valor de tensão de escoamento

$$k = \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}$$

$$\sigma_I - \sigma_{III} = 2k$$

NOÇÕES DE PLASTICIDADE

MODELO DO COMPORTAMENTO PLÁSTICO DOS METAIS – Critérios de escoamento

Tresca

Assumindo que $\sigma_I > \sigma_{II} > \sigma_{III}$, esta condição implica que:

$$\sigma_{III} - \sigma_I = k_{Tresca}$$

$$k_{Mises} = \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}$$

$$k_{Tresca} = \frac{\sigma_0}{2}$$

σ_0 = Tensão de escoamento na tração

NOÇÕES DE PLASTICIDADE

MODELO DO COMPORTAMENTO PLÁSTICO DOS METAIS

– Relações tensão-deformação

Região elástica

Deformação plana

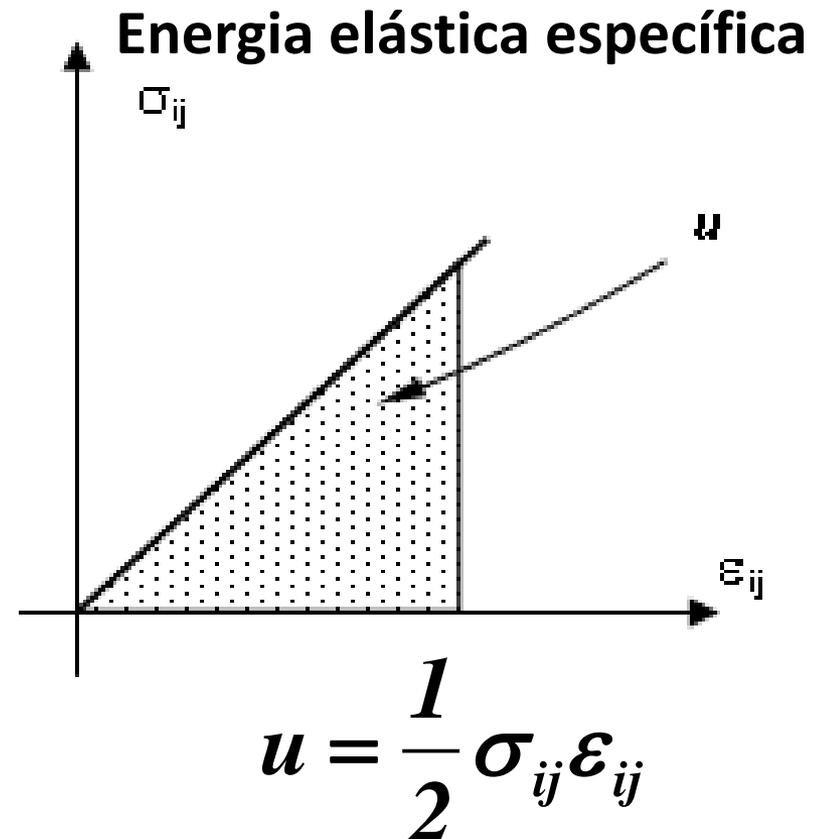
$$\gamma_{zz} = \gamma_{xz} = 0 \quad \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$$

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y)$$

Tensão uniaxial

$$\sigma_y = \sigma_z = \tau_{xy} = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$$

$$\sigma_x = E e_{xx} \quad e_{xx} = \frac{1}{2} \sigma_x$$



NOÇÕES DE PLASTICIDADE

MODELO DO COMPORTAMENTO PLÁSTICO DOS METAIS – Relações tensão-deformação

Região Plástica

Depende do caminho percorrido pelo material

$$\dot{\varepsilon}_1 = \lambda(\sigma_1 - \sigma_m)$$

$$\dot{\varepsilon}_2 = \lambda(\sigma_2 - \sigma_m)$$

$$\dot{\varepsilon}_3 = \lambda(\sigma_3 - \sigma_m)$$

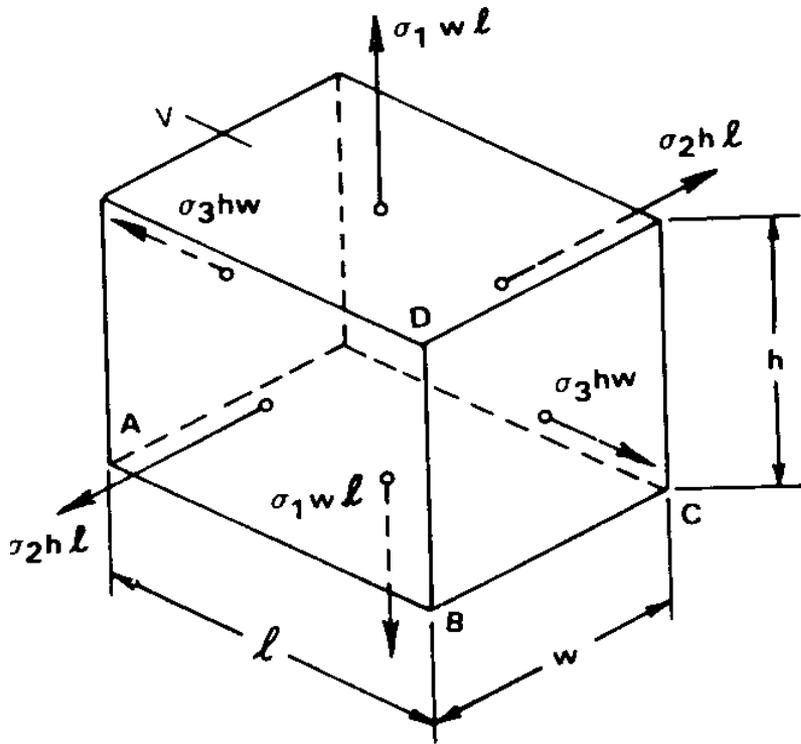
$$d\varepsilon_1 = \frac{3}{2} \frac{d\bar{\varepsilon}}{\bar{\sigma}} (\sigma_1 - \sigma_m)$$

$$\dot{\varepsilon}_1 = \frac{3}{2} \frac{\dot{\bar{\varepsilon}}}{\bar{\sigma}} (\sigma_1 - \sigma_m)$$

NOÇÕES DE PLASTICIDADE

MODELO DO COMPORTAMENTO PLÁSTICO DOS METAIS

– Potência e energia de deformação



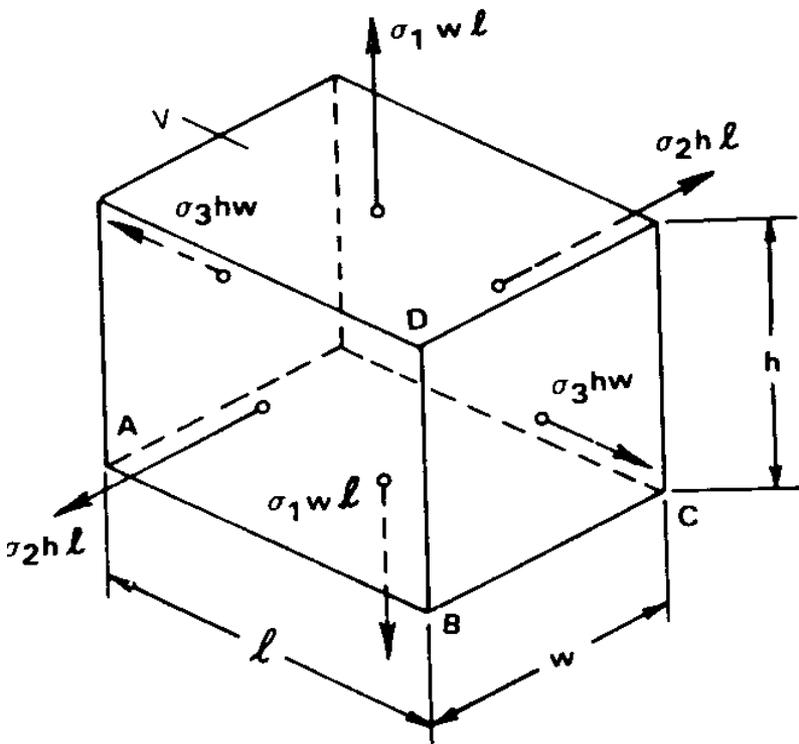
$$\begin{aligned} P &= \sigma_1 w l v_h + \sigma_2 h l v_w + \sigma_3 w h v_l \\ &= \sigma_1 w l h \dot{\epsilon}_1 + \sigma_2 w l h \dot{\epsilon}_2 + \sigma_3 w l h \dot{\epsilon}_3 \\ &= (\sigma_1 \dot{\epsilon}_1 + \sigma_2 \dot{\epsilon}_2 + \sigma_3 \dot{\epsilon}_3) V \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W &= V \int_{t_0}^{t_1} (\sigma_1 \dot{\epsilon}_1 + \sigma_2 \dot{\epsilon}_2 + \sigma_3 \dot{\epsilon}_3) dt \\ W &= V \left(\int_0^{\epsilon_1} \sigma_1 d\epsilon_1 + \int_0^{\epsilon_2} \sigma_2 d\epsilon_2 + \int_0^{\epsilon_3} \sigma_3 d\epsilon_3 \right) \end{aligned}$$

NOÇÕES DE PLASTICIDADE

MODELO DO COMPORTAMENTO PLÁSTICO DOS METAIS

– Potência e energia de deformação



$$dW = (\sigma_1 d\varepsilon_1 + \sigma_2 d\varepsilon_2 + \sigma_3 d\varepsilon_3) V$$

$$P = \frac{dW}{dt} = (\sigma_1 \dot{\varepsilon}_1 + \sigma_2 \dot{\varepsilon}_2 + \sigma_3 \dot{\varepsilon}_3) V$$

$$dW = \bar{\sigma} d\bar{\varepsilon} V$$

$$P = \bar{\sigma} \dot{\bar{\varepsilon}} V$$

$$\bar{\sigma} \dot{\bar{\varepsilon}} = \sigma_1 \dot{\varepsilon}_1 + \sigma_2 \dot{\varepsilon}_2 + \sigma_3 \dot{\varepsilon}_3$$

$$\dot{\varepsilon}_1 + \dot{\varepsilon}_2 + \dot{\varepsilon}_3 = 0$$

$$\sigma_m (\dot{\varepsilon}_1 + \dot{\varepsilon}_2 + \dot{\varepsilon}_3) = 0$$

$$\bar{\sigma} \dot{\bar{\varepsilon}} = \dot{\varepsilon}_1 (\sigma_1 - \sigma_m) + \dot{\varepsilon}_2 (\sigma_2 - \sigma_m) + \dot{\varepsilon}_3 (\sigma_3 - \sigma_m)$$

$$\dot{\bar{\varepsilon}} = \sqrt{\frac{2}{3} (\dot{\varepsilon}_1^2 + \dot{\varepsilon}_2^2 + \dot{\varepsilon}_3^2)}$$

$$\bar{\varepsilon} = \int_{t_0}^t \dot{\bar{\varepsilon}} dt$$

NOÇÕES DE PLASTICIDADE

ATRITO EM CONFORMAÇÃO DE METAIS

Não obedece as leis de atrito de Coulomb

$$\tau = \sigma_n \mu \quad \tau = f \sigma_n = \frac{m}{\sqrt{3}} \bar{\sigma}$$

- $m = 0.05$ a 0.15 para forjamento à frio de aços, ligas de alumínio e cobre usando lubrificantes comuns de sabão fostatado ou óleo.
- $m = 0.2$ a 0.4 para forjamento à quente de aços, ligas de cobre e alumínio usando lubrificantes a base de grafite (água-grafite ou óleo-grafite)
- $m = 0.1$ a 0.3 para forjamento à quente de ligas de titânio e ligas de alta resistência à alta temperatura usando lubrificantes à base de vidro.
- $m = 0.7$ a 1.0 quando não se emprega lubrificantes, isto é, em laminação à quente de placas ou lingotes e extrusão não lubrificada de ligas de alumínio