Análise da Aderência dos Modelos de Precificação de Opções ao Mercado Financeiro Brasileiro

STÉPHANIE CRISTINA GARCIA TRAPP
Universidade de São Paulo
TATIANA ALBANEZ
Universidade de São Paulo

Resumo

Encontrar formas de se precificar opções para determinar o seu preço justo têm sido muito debatido academicamente, especialmente com relação às *commodities* no mercado brasileiro. Este trabalho teve por objetivo analisar qual a aderência do mercado nacional com relação aos preços que os modelos clássicos apontam como justo, porém, ao invés de analisar as *commodities*, foram analisadas as opções de ações que são negociadas na BM&FBovespa no período 2009-2013. Para tanto, foram utilizados três modelos distintos: um de tempo discreto (Modelo Binomial) e dois de tempo contínuo (Black-Scholes e a Simulação de Monte Carlo). Para análise dos dados e comparação dos preços negociados com os preços estabelecidos pelos modelos foi utilizado o Erro Quadrático Médio (EQM). Verificou-se que o EQM obtido é pequeno em todos os anos, exceto em 2010. Neste ano, o EQM apresentou uma maior discrepância com relação aos demais, o que talvez se explique pelo período eleitoral, que levou o mercado a um certo nível de desconfiança e instabilidade. Assim, os preços estabelecidos pelos modelos parecem se aproximar dos preços realizados. Além desta análise, foram realizados testes de diferenças de médias para examinar se há diferenças significativas estatisticamente entre os preços estabelecidos pelos três modelos. Verificou-se que os dados não seguem uma distribuição normal, mas que as variâncias são homogêneas, o que levou à realização de um teste não paramétrico para análise dos dados. Por meio do teste de Kruskal-Wallis, verificou-se que os preços estabelecidos pelos modelos não diferem significativamente, confirmando a análise do Erro Quadrático Médio.

Palavras chave: Derivativos, Opções, BM&FBovespa, Precificação, Black-Scholes.

1. Introdução

Os instrumentos derivativos estão presentes na história do mercado financeiro há muito tempo. De acordo com Lima *et al*. (2006), o surgimento dos mercados de derivativos está relacionado com problemas advindos de sazonalidade nos produtos agrícolas e de riscos financeiros. Com isso, surge anos depois o conceito de derivativo, sendo a sua utilização incrementada na década de 80. Hull (2012) define um derivativo como sendo um instrumento financeiro cujo valor irá derivar do valor de outro objeto, mais precisamente de um ativo subjacente.

Os derivativos são compostos por diversos subgrupos: o mercado futuro, o mercado a termo, mercado de *swaps* e, por último, o mercado de opções. Todos têm características gerais semelhantes, mas cada um apresenta certa particularidade. De forma resumida, os mercados a termo, futuro e o de *swap* baseiam-se exclusivamente em contratos nos quais os compradores têm a obrigação de adquirir o ativo mesmo que o preço não tenha atingido uma posição favorável. Já no mercado de opções não há essa obrigação por parte do comprador.

O tema central desse trabalho é o mercado de opções, as quais são representadas por contratos de aquisição de um direito e não um dever, ou seja, de comprar ou vender um determinado ativo numa data futura pré-determinada. Por possuir as características citadas, o mercado de derivativos é muito utilizado para os propósitos de hedge[i], especulação[ii], alavancagem[iii] e arbitragem[iv].

Nesse trabalho será discutido, em especial, um tema essencial no mercado de opções: a sua precificação. Esse tema é muito debatido academicamente (como em Vittielo Jr., 2000; Maia e Silva, 2011; Clemente e Mattos, 2011), dada a dificuldade de determinar qual seria o método mais adequado para se chegar a um preço considerado justo[v].

Vittielo Jr. (2000) analisou em seu trabalho dois modelos de precificação: o de Black-Scholes e o modelo Binomial. Assim, o estudo tinha como objetivo o de determinar qual modelo se aproximaria mais dos valores negociados no mercado, chegando-se a conclusão de que os preços de opções praticados na BM&FBovespa apresentaram maior proximidade com o modelo de Black-Scholes no período de julho de 1994 a junho de 1997.

Maia e Silva (2011) realizaram um estudo na BM&FBovespa com relação a precificação do café arábica no mercado futuro. Porém, esse estudo se baseou exclusivamente na análise do modelo Black-Scholes. Os autores focaram-se na variável volatilidade, calculando três diferentes formas de estimação da mesma. Ao realizar todos os testes, determinou-se que a volatilidade implícita gerou resultados mais próximos aos preços de mercado.

Já Clemente e Mattos (2011) realizaram um estudo que comparava os preços obtidos em dois modelos (Binomial e Black-Scholes) aos negociado pela BM&FBovespa no mercado futuro de boi gordo. Para tal comparação, os autores realizaram os testes com a utilização de dois tipos diferentes de volatilidade: a histórica e a implícita, chegando-se a conclusão de que o modelo Black-Scholes apresentava um melhor resultado em comparação com o modelo binomial para *calls*. Já para *puts*, o modelo binomial apresentou um melhor resultado.

Nesse contexto, este trabalho procura responder a seguinte questão de pesquisa: Qual o nível de aderência dos preços de opções que estão sendo negociadas na BM&FBovespa aos preços estabelecidos pelos modelos mais usuais de precificação?

Portanto, o objetivo deste trabalho é analisar se os preços de mercado das opções de ações que compõem o índice Bovespa se aproximam dos preços estabelecidos pelos modelos clássicos de precificação. Como objetivo específico, pretende-se também examinar se os modelos diferem significativamente em suas avaliações. Para tanto, serão analisados os preços das opções que foram negociadas na BM&FBovespa no período de 2009 a 2013 e os preços estabelecidos de acordo com os modelos: Binomial e Black-Scholes. Além disso, será também utilizado o método de simulação de Monte Carlo, citado por Hull (2008) para precificar opções. Mahfuz (2008) afirma que a simulação de Monte Carlo é a mais precisa e dinâmica de todos os modelos para se precificar opções, mas que necessita de muitos recursos computacionais.

Esta pesquisa se diferencia das demais realizadas no Brasil, como as citadas, pois apresenta uma análise de períodos mais recentes e mais ampla, ao considerar três modelos. Além disso, foi analisado as opções sobre ações, normalmente encontram-se apenas estudos sobre o mercado de *commodities*. Assim, espera-se que este trabalho contribua para a literatura do tema, visto que traz uma análise atual dos principais modelos de precificação de opções, tema complexo e de suma importância para os agentes do mercado de capitais.

Além desta introdução, este trabalho está organizado da seguinte forma: na seção 2, é apresentado o referencial teórico que fundamentará a pesquisa. Na seção 3, são apresentados os procedimentos metodológicos. Na seção 4, a análise dos resultados e, na seção 5, as considerações finais.

2. Referencial Teórico

2.1 O Mercado de Derivativos

Os derivativos estão adquirindo participação cada vez maior no mercado de capitais. No Brasil, esse tipo de instrumento é negociado na BM&FBovespa, onde se pode negociar nos quatro tipos de mercado de derivativos: Termo, *Swap*, Futuro e Opções, descritos a seguir.

2.1.1 Mercado a Termo

Hull (2008) define que o contrato a termo é um derivativo simples que consiste no acordo de vender ou comprar um ativo em uma data futura certa por um preço já pré-estabelecido. Para estabelecer este contrato uma parte assume uma posição comprada (*long positions)* e concorda em comprar o ativo subjacente numa determinada data no futuro por um preço certo definido. E com isso, outra parte assume uma posição vendida (*short position)* e concorda em vender o ativo na mesma data pelo mesmo preço. Lima *et al* (2006) relatam que esse tipo de contrato não precisa ser negociado em Bolsa e que assim as características de um contrato variam em relação a outro, pois depende de cada um dos agentes participantes.

2.1.2 Mercado de *Swap*

O mercado de *Swap* tem como objetivo realizar operações de troca entre ativos. Fortuna (2013, p. 752) afirma que "o mercado de *swaps* veio permitir a obtenção de um *hedge* perfeito, já que possibilita estabelecer um acordo perfeito entre as partes interessadas com valor e data de vencimento ajustados aos exatos interesses em termos de ativo, valores e prazos relacionados, das contrapartes envolvidas". Desta forma, pode-se dizer que esse tipo de mercado é caracterizado como uma forma de troca de ativos entre os negociadores.

2.1.3 Mercado Futuro

O mercado futuro é muito parecido com o mercado a termo, de uma forma geral, pois o mesmo garante que ocorra negociação entre as partes e ambas se comprometam a cumprir com o contrato pelo preço pré-estabelecido em uma determinada data futura. No entanto, há certas divergências entre esses que acabam por diferenciá-los. Hull (2008) define que, diferentemente do mercado a termo, as negociações no mercado futuro são feitas na Bolsa. Para que essas transações ocorram, a Bolsa determina contratos padronizados e mecanismos que garantam que o contrato será de fato honrado pelas partes. Lima *et al.* (2006) citam que esse mercado surgiu por causa de uma limitação no mercado a termo que seria a excessiva variabilidade de contratos existentes, pois não havia um tipo de padronização surgindo essa no mercado futuro.

2.1.4 Mercado de Opções

De acordo com Lima *et al*. (2006), as operações de opções são as mais recentes no mercado de derivativos, apresentando certa particularidade com relação aos outros mercados citados: não há a obrigação por parte do comprador em cumprir com o contrato. Isto quer dizer que quando o titular da opção adquire um contrato deste tipo, esse não tem a obrigação de comprar ou vender o ativo objeto, mas sim o direito, podendo este escolher se irá efetuar a operação ou não, de acordo com a sua estratégia. Para adquirir esse direito, o comprador paga por um prêmio. Ao final, a opção só será de fato efetuada se o valor do ativo no vencimento for maior do que o preço de exercício (preço pelo qual a opção será exercida), o contrário também é válido.

Há diversos tipos de opções, havendo várias classificações e particularidades nesse mercado. Primeiramente, vale citar que as opções são divididas entre as opções de compra (*calls*) e as de venda (*put*). De acordo com Hull (2012), a *call* tem como característica dar ao detentor da opção o direito de comprar o ativo objeto por determinado preço no futuro. Já a *put* indica que o detentor da opção irá adquirir o direito de vender algo por um determinado preço no futuro.

Outra classificação importante que existe no mercado de opções é com relação ao vencimento, havendo dois tipos de classificações: a americana e a europeia. Marins (2009) explica que uma opção americana é aquela que pode ser negociada a qualquer momento até o vencimento do exercício. Já a opção europeia só pode ser negociada no vencimento do exercício.

2.2 Os modelos de Precificação de Opções

A obtenção do valor considerado justo para se cobrar por uma opção não é uma tarefa fácil, considerando, dentre outras coisas, a alta volatilidade do mercado de capitais. Por isso, vários modelos foram desenvolvidos com o propósito de estimar o preço destes ativos, cada um apresentando vantagens e também limitações.

Antes de definir os modelos é essencial analisar quais são as variáveis envolvidas para se chegar ao valor de uma opção. De acordo com Damodaran (2010), essas variáveis são: o valor atual do ativo subjacente, a variância no valor do ativo, os dividendos pagos sobre esse ativo subjacente, o preço de exercício, o vencimento da opção e, por último, a taxa de juros livre de risco.

Analisando-se cada uma dessas variáveis citadas por Damodaran (2010), é possível perceber o porquê da importância de cada uma. O valor atual do ativo subjacente indica o valor inicial do ativo, portanto um aumento ou diminuição no preço do ativo faz com que o comprador crie uma nova estratégia para aquela opção. Com relação à variância, quanto maior ela for, maior será o valor do ativo subjacente, com isso maior será o valor da opção. Damodaran (2010) afirma que isso ocorre porque os compradores de uma opção nunca perderão mais do que o valor pago pelo prêmio e que, assim, os mesmos conseguirão realizar ganhos significativos decorrentes de grandes oscilações de preço.

Outra variável importante é com relação aos dividendos. Hull (2012) afirma que os dividendos têm o efeito de reduzir o preço das ações no dia de seu anúncio, e que isso representa uma boa notícia para o valor da *put* e uma notícia ruim para a *call*. Considerando que o anúncio desse dividendo dure o período inteiro da opção, pode-se concluir que de fato irá afetar o preço da opção. Assim, o valor da opção está negativamente relacionado com o tamanho do dividendo caso seja uma *call*, e positivamente se for uma *put*. O preço de exercício também reflete a decisão sobre uma opção, pois caso o preço de exercício suba, o preço da opção irá cair. O vencimento indica que quanto maior for o vencimento da opção, mais arriscado é a operação, assim o preço da opção tende a subir.

Já a variável taxa de juros livre de risco representa um custo de oportunidade. Esse custo depende da taxa de juros básica da economia e do vencimento da opção. Assim, essa taxa entra na análise das opções, pois o valor presente do preço de exercício só será pago no vencimento da opção. Assim, ao aumentar a taxa de juros, o valor da opção de compra aumenta e a opção de venda diminui.

Como citado por Tonin (2012), uma opção pode ser precificada utilizando-se modelos de tempo discreto ou contínuo. Hull (2008) define como a diferença entre esses dois tempos o momento exato onde o valor da variável em questão poderá mudar. No caso do tempo discreto, o valor da variável poderá mudar apenas num ponto especifico do tempo, diferentemente do tempo continuo no qual o valor irá mudar a qualquer momento. Os modelos de tempo discreto realizam uma abordagem conhecida como *lattice* multinomial, a qual analisa a precificação por métodos numéricos, são eles: o modelo binomial, trinomial e pentanomial. Já os modelos de tempo contínuo podem ocorrer de três formas: por uma solução fechada (Black-Scholes, 1973); uma equação diferencial estocástica (Bachelier, 1900) ou uma simulação (Monte Carlo). Na figura abaixo é possível verificar os diferentes modelos para a precificação de opções.

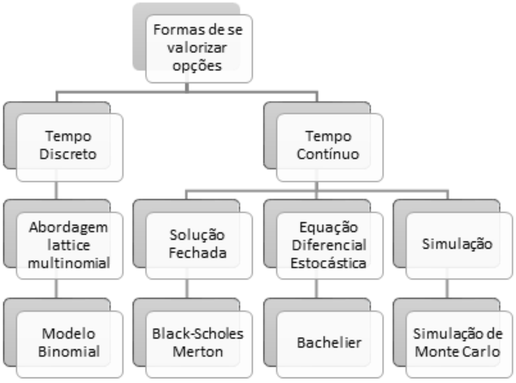

Figura 1 - Formas de se precificar opções

Fonte: Adaptado de Tonin (2012)

O foco desse trabalho será utilizar um modelo de tempo discreto (o modelo binomial) e dois de tempo contínuo (Black-Scholes e Simulação de Monte Carlo). Esses métodos foram escolhidos para testar diferentes meios de se chegar à precificação das opções.

2.2.1 Fórmula de Black-Scholes

A fórmula de Black-Scholes foi elaborada em 1973 por Fischer Black, Myron Scholes e Robert Merton. A sua importância no mercado de opções foi visível, pois a partir dessa fórmula passou-se a discutir com mais frequência como se calcular o preço das opções. Após a sua divulgação no meio acadêmico, surgiram trabalhos com o intuito de discutir tal fórmula, como: Coelho e Tonin (2012), Maia e Silva (2011), Duque *et al* (1999), Clementes e Mattos (2011).

De acordo com Black e Scholes (1973), os modelos existentes até então para precificação de opções eram incompletos, pois envolviam muitas fórmulas com parâmetros arbitrários. Figueiredo (2005) relata que essa fórmula tem como hipótese central a de que os preços do ativo seguem uma distribuição log-normal, isso significa que a distribuição probabilística dos retornos do ativo em uma data no futuro, calculados de uma forma contínua e que sejam compostos a partir de seus preços, é normal.

Mahfuz (2008) analisou de forma rápida quais seriam as vantagens em se usar a Black-Scholes para se precificar uma opção, chegando-se à conclusão de que esse modelo é o mais divulgado e discutido, sendo assim, facilmente implantado. Além de que uma solução por fórmula fechada não necessita de uma análise de cenários, como é o caso dos modelos numéricos.

A volatilidade tem grande importância no modelo de Black-Scholes, visto ser a única variável subjetiva do modelo. Hull (2012) define a volatilidade como a medida de incerteza sobre os retornos provenientes da ação em questão. Sendo, portanto, esta variável a mais discutida academicamente.

Maia e Silva (2011) afirmam que a volatilidade é uma das variáveis mais difíceis de se determinar no modelo de Black-Scholes, por ser subjetiva. Assim, os agentes do mercado podem ter diferentes percepções de preços para essas opções, mesmo tendo todas as variáveis iguais, e será pela volatilidade que cada um determinará a sua tomada de decisão.

Ramos da Silva (2003) realizou um estudo sobre a formula de Black-Scholes, chegando à conclusão de que a melhor volatilidade a ser utilizada neste modelo é a implícita. Porém, ocorreu uma discrepância entre as *calls* e as *puts,* pois ao aplicar essa volatilidade na segunda, os prêmios cobrados estariam acima dos praticados no mercado.

2.2.2 Modelo Binomial

O modelo Binomial apareceu academicamente pela primeira vez com a divulgação do artigo de Cox, Ross e Rubinstein (1979). Os autores argumentam em seu artigo que a Black-Scholes é de fato uma fórmula importante para a precificação de opções, porém, seria uma fórmula obscura por apresentar cálculos complexos. Assim, afirmam ser possível chegar a um resultado de forma mais fácil utilizando-se matemática elementar. O modelo Binomial irá representar o movimento do preço do ativo subjacente como um limite continuo de um caminho aleatório baseado em um tempo discreto.

Figueiredo (2005), ao introduzir o modelo binomial, afirma que este é muito utilizado pelos agentes econômicos no apreçamento de opções americanas, em especial, pois essas não podem ter seus valores teóricos determinados pelo modelo de Black-Scholes. Seguindo este mesmo raciocínio, Clemente e Mattos (2011) afirmam que o modelo binomial pode ser aplicado tanto para opções europeias quanto para americanas. Os autores também citam que como o modelo é simples este conseguiu ser eficiente ao ser testado nos mercados europeu e americano, e que assim acredita-se que o modelo binomial pode ser aplicado a todos os mercados, inclusive o brasileiro.

Mahfuz (2008) analisou o modelo binomial como uma proposta alternativa ao modelo de Black-Scholes. O autor conclui que o modelo binomial é bem simples de compreender e realizar os cálculos no computador do que seu antecessor. Porém, Tonin (2009) relata em seu trabalho uma crítica ao modelo binomial com relação ao seu custo computacional que ocorreria devido ao aumento exponencial de operações a cada intervalo de tempo inserido na análise. Isso ocorre pois o modelo tem uma aproximação discreta de um evento em tempo continuo o que acaba por gerar a convergência oscilatória. E que assim, a definição da quantidade de intervalos de tempo, que seria entre o lançamento e a maturidade da opção, pode fazer com que a convergência para um conjunto de soluções seja extremamente lenta e oscilatória o que acarreta num aumento no custo computacional para este modelo em questão.

2.2.3 Simulação de Monte Carlo

Boyle (1977) realizou um estudo demonstrando que a simulação de Monte Carlo pode ser utilizada como um método para se precificar opções. O método utiliza o fato de que a distribuição do preço final é determinada com base num processo de gerar movimentos futuros com relação ao preço futuro da ação.

Mahfuz (2008) afirma que Pheim Boyle foi o primeiro a utilizar as simulações de Monte Carlo para precificar opções, a utilização deste método para essa finalidade foi revolucionária porém a baixa capacidade de processamento da época, ano de 1977, não permitia o uso desse método em larga escala. Sendo ainda este o principal problema do modelo, os meios computacionais de se calcular foram aperfeiçoados porém, demoram um tempo maior do que os outros métodos para serem calculados e, portanto, torna-se a última opção para os agentes de mercado.

Rochman (1998) determina que a simulação de Monte Carlo é um método muito simples e flexível de se aplicar para precificar opções, podendo ser aplicado para qualquer nível de complexidade. Porém, que para conseguir um bom resultado, reduzindo o erro da estimativa da solução procurada, é necessário realizar diversas simulações o que, na prática, torna o processo de cálculo lento.

Silva Neto (2010) define a simulação de Monte Carlo como uma técnica de análise do risco e retorno de ativos que consiste em simular eventos futuros considerando medidas de sensibilidade e a distribuição das variáveis. De uma forma simplificada, pode-se definir que esse método irá simular valores em cada uma das variáveis necessárias para se precificar opções.

Frota (2003) define que há três passos básicos para se precificar opções com a simulação de Monte Carlo: (i) simulação do preço do ativo com parâmetros como taxa livre de risco, dividendos e volatilidade do preço do ativo; (ii) determinação do *payoff* do ativo; (iii) precificação da opção por meio da média das simulações e determinação da precisão do resultado representada pelo intervalo de confiança e desvio padrão. O último passo representa conceitos estatísticos básicos que determinarão a precisão da simulação e é essa medida de precisão que Frota (2003) defende como sendo uma das vantagens desse modelo frente aos demais métodos numéricos.

3. Método da Pesquisa

3.1 Amostra

Os ativos subjacentes desse estudo serão as ações que compõem o índice Bovespa para que assim sejam escolhidas apenas ações que de fato têm liquidez. Será utilizado como período de estudo os preços dos ativos subjacentes no período 2009- 2013, sendo esse período pós-crise. O intervalo a ser utilizado será pequeno com o objetivo de se analisar mais modelos. Ao final, será feita uma comparação entre o preço da opção obtido em cada um dos modelos com relação ao preço negociado no mercado brasileiro.

3.2 Parâmetros utilizados nos modelos de precificação para obtenção dos preços estimados

Para atingir esse objetivo, foi obtido do site da BM&FBovespa todas as cotações históricas do ano de 2009 a 2013. Após isso, separou-se quais dos objetos em questão eram opções de venda ou de compra. Com essa separação, percebe-se que as *calls* tendem a ser mais líquidas do que as *puts*, portanto, para a análise da aderência do mercado em relação aos modelos, serão utilizadas apenas as *calls*.

Para cálculo dos prêmios de cada modelo, deve-se assumir uma premissa sobre os dividendos. Como Hull (2008) e Albanese (2006) definem, que não se tem como saber quando um dividendo será pago, portanto eles deverão ser desconsiderados.

Além de se obter as cotações históricas pelo site da BM&FBovespa, os modelos pedem a determinação da taxa de juros livre de risco. Para tanto, foram obtidas as cotações históricas da taxa SELIC por meio do site do Banco Central. A partir disso, a SELIC foi anualizada em 252 dias corridos, sendo distribuída de acordo com a data de negociação das opções.

Outro ponto importante para precificação por meio dos modelos deve-se ao levantamento das cotações de cada um dos ativos, sendo separadas as ações que constavam como negociadas em pacotes padrões.

Um dos maiores desafios com relação à precificação de opções deve-se a variável volatilidade. Trabalhos como os de Macedo e Silva (2003) e Maia e Silva (2011), evidenciaram que a volatilidade implícita resultaria num valor muito diferente da volatilidade histórica. Outros como Tonin (2012), Duque *et al*. (1999) e Pontes (2013) determinam diferentes volatilidades, afirmando também que cada uma possui um efeito diferente no cálculo dos prêmios.

Neste trabalho será escolhida apenas uma volatilidade, conhecida como Exponencial Weighted Moving Average (EWMA), que é calculada com base na metodologia de amortecimento exponencial da variância. Esse método atribui pesos exponencialmente decrescentes de acordo com a idade de cada um dos dados. Os pesos são determinados de acordo com um parâmetro de alisamento λ, em que $0 < \lambda < 1$, com isso, o peso do retorno de um dia é λ vezes o peso do retorno do dia seguinte. Essa volatilidade é dada no site da BM&FBovespa e determinada pelo manual de marcação a mercado divulgado pelo Banco BM&F.

Para cálculo dos prêmios foram necessários alguns ajustes na base de dados. Assim, alguns ativos que mudaram de nome por algum motivo (como fusão com outra empresa ou por redistribuição de capital) tiveram seus nomes antigos excluídos. Essa análise foi feita com base numa comparação entre as cotações históricas e a tabela de volatilidade da Bovespa, que é constantemente atualizada, facilitando a exclusão de qualquer opção na cotação histórica que não exista mais. Além deste ajuste, optou-se por eliminar da amostra as ações do grupo Eike Batista, pois apresentaram alta volatilidade no período analisado e poderiam atrapalhar os modelos. Outra empresa que também apresentou essa discrepância foi a empresa HRT Petróleo, sendo também excluída do banco de dados. As empresas pertencentes à amostra podem ser visualizadas no apêndice 2.

Para cálculo dos três modelos foi utilizado o programa Matlab R2009b para Unix. Brandimarte (2005) define alguns métodos para se calcular os preços das opções por meio do Matlab, sendo este a base para programar a precificação dos modelos de Black-Scholes e Binomial. As funções utilizadas foram: BLSPRICE e BINPRICE, respectivamente. O modelo de Black-Scholes não tem nenhum tipo de detalhamento adicional do que já foi abordado até agora, porém foi necessário determinar para o modelo Binomial qual seria a *time step*[vi], que no caso foi de 1/252.

Sobre a simulação de Monte Carlo, Assis *et al.* (2012) relatam a importância que tem no meio acadêmico, mas que, porém, há aperfeiçoamentos necessários para melhorar os resultados obtidos, tornando-a conhecida como Quasi-Monte Carlo. Os modelos mais aprimorados de Monte Carlo exigem uma maior quantidade de variáveis e um maior número de simulações. Mahfuz (2008) afirma que a simulação de Monte Carlo é um modelo que apresenta um resultado altamente preciso, porém, para consegui-lo, é necessário realizar um número de simulações muito elevado, o que seria um processo inviável de *trading* deste derivativo.

Como o foco deste trabalho não é determinar o método ótimo da simulação de Monte Carlo, ela será utilizada a partir de uma abordagem simplificada. Como base para calculá-la, Clewlow e Strickland (1998) criaram um pseudocódigo de *call* referenciada por Black-Scholes. Para conseguir gerar a distribuição normal neste modelo, Brandimarte (2005) sugere o uso da função randn, e, por se tratar do modelo mais simples da simulação de Monte Carlo, foi utilizado o processo de 500 simulações de 50 iterações.

3.3 Tratamento dos Dados

Para análise comparativa de cada um dos valores obtidos com os valores negociados no mercado, será utilizado o erro quadrático médio (EQM), esse representa a soma das diferenças entre o valor estimado e o valor real dos dados, ponderados pelo número de termos. Valença (2005) determina que as vantagens ao se usar o EQM seriam: a facilidade de cálculo pois é uma métrica que irá penalizar erros grandes e as suas derivadas parciais em relação aos pesos podem ser calculadas diretamente de uma forma simples.

Além disso, serão realizados testes de diferenças de médias visando examinar se há diferenças significativas estatisticamente entre os valores gerados pelos três modelos para precificação de opções, bem como se há diferença significativa entre os valores gerados pelos modelos e o valor de mercado. Para tanto, será verificado se os dados apresentam distribuição normal, por meio do Teste de Normalidade de Kolmogorov-Smirnov, e se as variâncias são homogêneas, por meio do Teste de Levene. Após a verificação destes pressupostos, será utilizado o teste adequado (paramétrico ou não-paramétrico).

4. Análise dos Resultados

4.1 Análise Comparativa dos Preços Negociados e dos Preços Estabelecidos pelos Modelos

Antes de realizar a análise, vale citar o modo pelo qual a BM&FBovespa de fato precifica as opções no mercado brasileiro que é apresentado em um documento de marcação a mercado, emitido pelo Banco BM&F[vii]. Esse documento define que as opções sobre ações são precificadas com base na oferta e demanda daquele ativo no mercado, sem utilizar portanto qualquer método de precificação. Porém, no mesmo documento há uma declaração de que o modelo de Black-Scholes pode ser utilizado caso um ativo não consiga ter seu preço definido pelo primeiro método.

Para a análise dos resultados, elaborou-se uma tabela contendo os erros quadráticos médios dos modelos. Esse tipo de medida visa determinar o quanto os preços obtidos estão divergentes em relação aos preços estabelecidos pelos negociados no mercado brasileiro. A Tabela 1 apresenta o Erro Quadrático Médio obtido com base no valor encontrado em cada modelo menos o negociado pela Bovespa, elevando o mesmo ao quadrado para não apresentar resultados negativos. Os valores que se encontram na Tabela 1 representam a diferença do valor do modelo e do mercado em centavos.

Tabela 1 – Diferença entre o preço negociado e os preços estabelecidos pelos modelos (em centavos de R$)

Ano	Black-Scholes	Binomial	Monte Carlo
2009	0,2282	0,2285	0,2397
2010	2,5445	2,5475	2,559
2011	0,3032	0,3051	0,3157
2012	0,209	0,2105	0,2174
2013	0,1608	0,1619	0,1684

Com base na Tabela 1, consegue-se perceber que o erro quadrático médio dos modelos tem um valor muito próximo, demonstrando que os valores médios dos prêmios são quase iguais nos três modelos. Um outro ponto importante a se destacar refere-se ao ano de 2010 e a sua elevada diferença em comparação com os outros anos. Enquanto nos outros quatro anos o EQM estava entre 0,16 a 0,30, no ano de 2010 o mesmo disparou para aproximadamente 2,5. Poder-se-ia chegar a possíveis duas conclusões com base nesse resultado obtido: a primeira é que esse alto valor demonstraria que o mercado estava negociando as opções por um preço muito diferente do que os três modelos em questão defendiam; a segunda conclusão, não tão óbvia, poderia estar relacionada ao fato de que no ano de 2010 ocorria a eleição para presidente, o que pareceu que causou uma incerteza no mercado fazendo com as opções fossem ofertadas a preços extremos.

Uma outra análise feita com os modelos é com relação ao tempo gasto para calcular cada um. Como já citado anteriormente, o tempo gasto para determinar o preço por um modelo é de alta importância pois é um dos fatores importantes para os agentes de mercado. Na Tabela 2, a seguir, encontra- o tempo, em segundos, que cada modelo levou para calcular o preço de todas as opções.

Tabela 2 – Tempo de precificação de cada modelo (em segundos)

Ano	Black-Scholes	Binomial	Monte Carlo
2009	5,07	5,16	9,35
2010	12,75	6,21	10,95
2011	12,65	6,05	11,06
2012	17,83	8,46	15,71
2013	19,82	10,33	17,27

A Tabela 2 demonstra em quanto tempo o programa Matlab R2009b demorou para realizar os cálculos dos prêmios de cada um dos modelos. Pode-se perceber que o tempo aumentou pois o número de opções aumentou proporcionalmente a cada ano, tendo ambos uma relação direta. Mahfuz (2008) em seu trabalho determinou que o modelo que mais exigia tempo seria a Simulação de Monte Carlo, neste trabalho o resultado foi diferente pois o modelo que apresentou um maior tempo foi o modelo de Black-Scholes. Um dos motivos que explicaria essa diferença seria o fato da simulação de Monte Carlo aqui apresentada ser a mais básica, sendo composta por poucas simulações.

4.2 Análise Comparativa dos Preços Estabelecidos pelos Modelos: Teste de Médias

Para comparar os preços estabelecidos pelos modelos por meio de um teste de médias foram realizados, primeiramente, testes de normalidade para os cinco anos em análise. O método escolhido para analisar a normalidade foi o teste de Kolmogorov-Smirnov. Dados H_0(a distribuição é normal) e H_1(a distribuição não é normal), pode-se dizer que existem evidências estatísticas para rejeitar H_0 ao nível de significância de 5% pois o sig<0,05 e, assim, os dados não apresentam uma distribuição normal em nenhum dos anos aqui analisados.

Outro teste necessário a se fazer é com relação à homoscedasticidade, isto é, igualdade de variâncias entre variáveis. Corrar *et al* (2007) definem que esse teste refere-se à suposição de que as variáveis dependentes exibem níveis iguais de variância ao longo do domínio das variáveis independentes. Para realizar esta análise foi escolhido o teste de Levene que irá analisar se as variâncias populacionais são homogêneas, ao comparar duas ou mais populações. Dados H_0(as variâncias são iguais) e H_1(ao menos uma variância é diferente), pode-se dizer que não existem evidências estatísticas para se rejeitar H_0, pois o sig>0,05 e, portanto, as variâncias são homogêneas.

A tabela 3, a seguir, apresenta os resultados dos testes dos pressupostos realizados no SPSS para os preços estabelecidos por cada modelo e em cada ano de análise.

Tabela 3 – Testes dos pressupostos de normalidade e homogeneidade de variâncias

			Teste de Normalidade	Teste de Homogeneidade de Variâncias
Ano	Modelo		Kolmogorov-Smirnov	Levene
2009	Black-Scholes	Sig.	0,00	
	Binomial	Sig.	0,00	0,999
	Monte Carlo	Sig.	0,00	
2010	Black-Scholes	Sig.	0,00	
	Binomial	Sig.	0,00	0,997
	Monte Carlo	Sig.	0,00	
2011	Black-Scholes	Sig.	0,00	
	Binomial	Sig.	0,00	0,996
	Monte Carlo	Sig.	0,00	
2012	Black-Scholes	Sig.	0,00	
	Binomial	Sig.	0,00	0,996
	Monte Carlo	Sig.	0,00	
2013	Black-Scholes	Sig.	0,00	
	Binomial	Sig.	0,00	0,979
	Monte Carlo	Sig.	0,00	

Com base nos resultados obtidos nos testes de Kolmogorov-Smirnov e de Levene, chega-se à conclusão de que os preços estabelecidos pelos modelos não seguem uma distribuição normal, embora possuam variâncias homogêneas. Com isso, deve-se realizar um teste não paramétrico de diferenças de médias. Por se tratar de três modelos distintos, será utilizado o teste de Kruskal- Wallis. Na tabela 4 é possível visualizar os resultados do teste para os cinco anos de análise.

Tabela 4 – Teste de diferenças de médias dos preços estabelecidos pelos modelos

Ano	Asymp. Sig.
2009	0,982
2010	0,988
2011	0,973
2012	0,978
2013	0,973

Será analisado por meio deste teste se as distribuições dos valores da variável dependente são idênticas nos três modelos (H_0); ou se há pelo menos um modelo onde a distribuição da variável dependente é diferente de uma das distribuições dos outros modelos (H_1). Analisando-se os resultados obtidos, (Sig.>0,05) por meio do nível de significância adotado de 5%, nota-se que não há evidências estatísticas para se rejeitar H_0. Portanto, os preços estabelecidos pelos modelos não diferem estatisticamente.

Ao analisar todos os resultados aqui apresentados, chega-se à conclusão de que há aderência do mercado em relação aos preços que cada modelo determina como justo, como verificado na análise do Erro Quadrático Médio. As análises estatísticas apontam ainda que os modelos estabelecem preços semelhantes, não havendo diferenças significativas entre eles.

5. Conclusão

Este trabalho teve por objetivo determinar qual seria a aderência dos preços negociados no mercado brasileiro de derivativos, em especial o mercado de opções, com os preços estabelecidos pelos modelos considerados clássicos na literatura.

Ao analisar os resultados, percebe-se que em todos os anos, exceto no ano de 2010, o Erro Quadrático Médio (EQM) dos modelos estava próximo de zero, o que indica que o mercado está negociando seus preços a um valor próximo ao que os modelos indicam como justo. A discrepância observada no ano de 2010 pode ser relacionada a um período de desconfiança no mercado ocasionado pelas eleições.

De acordo com os testes estatísticos aplicados, percebe-se que os preços das opções não seguem uma distribuição normal mas que têm variâncias homogêneas. É com base nesses dois testes que se determinou a utilização de um teste não paramétrico para determinar como é feita a distribuição de preços entre os modelos. Para tanto, foi utilizado o teste de Kruskal-Wallis na análise de cada um dos anos em questão, chegando-se à conclusão de que os modelos têm distribuições iguais, ou seja, seus preços não diferem significativamente.

Assim, pelos resultados obtidos, é possível inferir que o mercado brasileiro, em períodos conturbados, apresenta certa distorção com relação aos preços das opções que estão sendo negociadas. Em outros períodos, percebe-se que o mercado utiliza os preços dos modelos em questão, negociando valores que seriam considerados próximos ao conceito de justo que fundamentam os modelos utilizados.

Referências

Albanese, C., Campoliete, G. (2006). Advanced derivatives pricing and risk management. Theory, tools, and hands-on programming applications. *Elsevier Academic Press.*

Assis, M. A., Gomes, L. L., Klotzle, M. C., Pinto, A. C. F., Silva, R. I. (2012) Estimação do prêmio de opções asiáticas por Monte Carlo e Quase-Monte Carlo. *FACES Journal, v. 11, n. 4, p. 52-70.*

Baidya, T. K. N., Castro, A. L. (2001). Convergência dos modelos de árvores binomiais para avaliação de opções. *Pesquisa Operacional, v. 21, n.1, p.17-30.*

Black, F., Scholes, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy, v. 81, n. 3, p. 637-654.*

Brandimarte, P. (2005) Numerical Methods in finance and economics. A Matlab based introduction. *Wiley Interscience, 2.a ed.*

Clemente, F., Mattos, L. B. (2011). Precificação de opções sobre contratos futuros de boi gordo na BM&F: análise dos modelos binomial e Black-Scholes. *Revista de Economia e Desenvolvimento, v.10, n.1, p. 41-60.*

Clewlow, L., Strickland, C. (1998). Implementing derivatives models. *Wiley Interscience.*

Corrar, L. J. et al. (2007). Análise Multivariada para os cursos de Administração, Ciências Contábeis e Economia. *Atlas.*

Cox, J. C., Ross, S. A., Rubinstein, M. (1979). Option Pricing: A Simplified Approach. *Journal of Finance Economics, v.7, n.3, p. 229 – 263.*

Damodaran, A. (2010). Avaliação de investimentos. *Qualitymark Editora, 2.a. ed.*

Duque, J. L. C., Lanari, C. S., Souza, A. A. (1999). Desvios em relação ao modelo de Black-Scholes: Estudos relacionados à volatilidade dos ativos subjacentes às opções. *Anais do XIX ENEGEP.*

Farhi, M. (1999). Derivativos Financeiros: hedge, especulação e arbitragem. *Revista de Economia e Sociedade, v. 13, p. 93-114.*

Figueiredo, A. C. (2006). Introdução aos derivativos. *Thomson Learning, 2.a ed.*

Fortuna, E. (2013). Mercado financeiro: produtos e serviços. *Qualitymark Editora, 19.a ed.*

Frota, A. E. F. (2003). Avaliação de opções americanas tradicionais e complexas. *Dissertação de mestrado.*

Hull, J. C. (2012). Options, Futures, and other derivatives. *Prentice Hall, 8.a ed.*

Lima, I. S. et al. (2006). Curso de mercado financeiro: tópicos especiais. *Atlas.*

Lima, I. S., Lopes, A. B. (2003). Contabilidade e controle de operações com derivativos. *Pioneira Thomson Learning.*

Macedo, M. A. S., Silva, T. J. R. (2003). Opções sobre contratos futuros de café arábica: uma avaliação da aplicabilidade do modelo de Black-Scholes. *Anais do X Simpósio de Engenharia de Produção (SIMPEP).*

Mahfuz, R. N. (2008). Análise de modelos de precificação de opções. *Trabalho de formatura.*

Maia, S. F., Silva, L. D. C. (2011). O modelo Black-Scholes para precificação de opções no mercado futuro: uma análise para o café arábica da BM&FBovespa. *Revista de Economia Agrícola, v.58, n.2, p 57-70.*

Marins, A. C. (2009). Mercados Derivativos e Análise de Riscos. *AMS Editora, v. 2.*

Pontes, T. T. S. (2013). Precificação de opções sobre contratos futuros de boi gordo na BM&FBovespa: Um estudo das volatilidades. *Dissertação de Mestrado*.

Ramos da Silva, T. J. (2003). Uma avaliação da aplicação do modelo Black-Scholes para precificação de opções de futuro de café arábica da BM&F. *Dissertação de Mestrado.*

Rochman, R. R. (1998). Análise de métodos numéricos para precificação de opções *Dissertação de Mestrado*.

Silva Neto, L. A. (2010). Opções do tradicional ao exótico. *Atlas, 2.a ed.*

Tonin, J. M. (2009). Aplicabilidade dos modelos de precificação para as opções sobre contratos futuros de café arábica na BM&FBovespa. *Dissertação de mestrado.*

Tonin, J. M. (2012). Opções sobre contratos futuros de boi gordo na BM&FBovespa: apreçamento com a fórmula de Black. *Apresentação na 2.a conferência em gestão de risco e comercialização de commodities, BM&FBovespa*.

Valença, M. J. S. (2005). Aplicando Redes Neurais: um guia completo. *Livro Rápido*.

Vitiello Jr, L. R. S. (2000). Opções de Compra; o Ajustamento ao Mercado Brasileiro de Dois Modelos de Precificação. *Revista de Administração Contemporânea, v. 4, n.1, pp 27-45.*

Apêndice 1 – *Script* da Função de Monte Carlo no Matlab

```
function price = MCEuroCall(S,K,T,sig,r,N,M )
% Funcao MCEuroCall, calcula o preco de uma opca europeia sem dividendos a
% partir de uma simulacao Monte Carlo com os parametros Black-Scholes
%
% Adaptado de Clewlow e Strickland(1998) pag.85
%
%   VARIAVEIS
%
%   K = preco exercicio
%   S = preco corrente do ativo
%   sig = volatilidade do ativo
%   r = taxa livre de risco
%   N = numero de iteracoes da simulacao
%   M = numero de simulacoes
%

dt = T/N;
nudt = (r-(0.5*sig*sig))*dt;
sigsdt = sig*sqrt(dt);
lnS = log(S);

sum_CT =0;

    for j=1:M

        lnSt = lnS;

        for i=1:N

            lnSt = lnSt+nudt+(sigsdt*randn);

        end

        ST = exp(lnSt);
        CT = max(0, ST-K);
        sum_CT = sum_CT +CT;
    end

    price = sum_CT/M*exp(-r*T);
end
```

Apêndice 2 – Amostra

Nome da Empresa	Setor	Nome da Empresa	Setor
ABRIL EDUCA	Mídia/Jornais, Livros e Revistas	IOCHIP-MAXION	Bens Industriais / Material Rodoviário
AES TIETE	Utilidade Pública/Energia Elétrica	ITAUSA	Intermediários Financeiros / Bancos
ALLIANSCE	Financeiro e Outros/Exploração de Imóveis	ITAUUNNIBANCO	Intermediários Financeiros / Bancos
ALL AMER LAT	Transporte Ferroviário	JBS	Alimentos Processados
ALPARGATAS	Tecidos, Vestuário e Calçados	KLABIN S/A	Madeira e Papel / Papel e Celulose
ALUPAR	Utilidade Pública/Energia Elétrica	KROTON	Diversos / Serviços Educacionais
AMBEV S/A	Bebidas / Cervejas e Refrigerantes	LIGHT S/A	Energia Elétrica
BANRISUL	Intermediários Financeiros/Bancos	LOCALIZA	Diversos / Aluguel de carros
BBSEGURIDADE	Previdência e Seguros/Seguradoras	LOJAS AMERIC	Comércio / Produtos Diversos
BMFBOVESPA	Serviços Financeiros Diversos	LOJAS MARISA	Tecidos. Vestuário e Calçados
BR BROKERS	Construção e Engenharia	LOJAS RENNER	Tecidos. Vestuário e Calçados
BR INSURANCE	Previdência e Seguros	M. DIASBRANCO	Alimentos Processados
BR MALLS PART.	Financeiro e Outros/ Exploração de Imóveis	MAGNESITA	Materiais Básicos / Materiais Diversos
BR PROPERT	Financeiro e Outros/ Exploração de Imóveis	MARCOPOLO	Bens Industriais / Material Rodoviário
BRADESCO	Intermediários Financeiros / Bancos	METAL LEVE	Bens Industriais / Material Rodoviário
BRADESPAR	Financeiro e Outros / Holdings Diversificadas	MILLS	Construção e Engenharia
BRASIL	Intermediários Financeiros / Bancos	MMX MINER	Materiais Básicos / Mineração
BRASKEM	Petroquímicos	MRV	Construção Civil
BRF AS	Alimentos Processados	MULTIPLUS	Diversos / Programas de Fidelização
BTG Pactual	Serviços Financeiros Diversos	NATURA	Produtos de Uso Pessoal e de Limpeza
CCR AS	Exploração de Rodovias	OI	Telecomunicações / Telefonia Fixa
CEMIG	Energia Elétrica	PDG REALT	Construção Civil
CESP	Energia Elétrica	PETROBRAS	Petróleo. Gás e Biocombustíveis
CETIP	Serviços Financeiros Diversos	PORTO SEGURO	Previdência e Seguros / Seguradoras
CIA HERING	Tecidos. Vestuário e Calçados / Vestuário	RAIADROGASIL	Comércio e Distribuição / Medicamentos
CIELO	Serviços Financeiros Diversos	RANDON PART	Bens Industriais / Material de Transporte
COSAN	Alimentos Processados	ROSSI RESID	Construção Civil
CYRELA REALT	Construção Civil	SÃO MARTINHO	Alimentos Processados
DURATEX	Madeira e Papel / Madeira	SLC AGRICOLA	Agropecuária / Agricultura
ELETROBRAS	Energia Elétrica	SMILES	Diversos / Programas de Fidelizaçã
EMBRAER	Material Aeronáutico e de Defesa	SOUZA CRUZ	Cigarros e Fumo
EQUATORIAL	Energia Elétrica	SUL AMERICA	Previdência e Seguros / Seguradoras
ESTACIO PART	Serviços Educacionais	SUZANO PAPEL	Madeira e Papel / Papel e Celulose
EVEN	Construção Civil	TAESA	Energia Elétrica
EZTEC	Construção Civil	TECNISA	Construção Civil
FIBRIA	Papel e Celulose	TELEF BRASIL	Telecomunicações
FLEURY	Serv.Méd.Hospit..Análises e Diagnósticos	TIM PARTICIPAÇÕES S/A	Telecomunicações
GAFISA	Construção Civil	TRACTEBEL	Energia Elétrica
GERDAU	Materiais Básicos / Siderurgia e Metalurgia	ULTRAPAR	Financeiro e Outros / Holdings Diversificadas
GOL	Construção e Transporte / Transporte Aéreo	USIMINAS	Materiais Básicos / Siderurgia e Metalurgia
GRENDENE	Tecidos. Vestuário e Calçados / Calçado	VALE	Mineração / Minerais Metálicos
HELBOR	Construção Civil	VALID	Bens Industriais
HYPERMARCAS	Diversos / Produtos Diversos	VIAVAREJO	Eletrodomésticos
IGUATEMI	Financeiro e Outros / Exploração de Imóveis	WEG	Máquinas e Equipamentos

[i] De acordo com Farhi (1999), *hedge* é uma operação de cobertura de risco, pois consiste em assumir para um tempo futuro uma posição oposta à que se tem no mercado à vista.

[ii] Tem como objetivo o de operar os preços de mercado.

[iii] Esses derivativos apresentam alta alavancagem, pois o capital exigido na negociação deste instrumento é menor do que o preço do ativo no mercado à vista.

[iv] O objetivo é o de aproveitar as discrepâncias da formação de preços e dos vencimentos dos ativos para se obter lucro.

[v] O conceito de preço justo aqui está sendo utilizado no contexto do mercado de derivativos. Preço justo no caso dos derivativos seria o preço que não permitiria nenhuma oportunidade para qualquer tipo de arbitragem.

[vi] *Time Step* é o tempo que será utilizado para montar o modelo binomial.

[vii] Disponivel no site: http://www.bmfbovespa.com.br/BancoBmfbovespa/download/Manual-de-Marcacao-a-Mercado.pdf