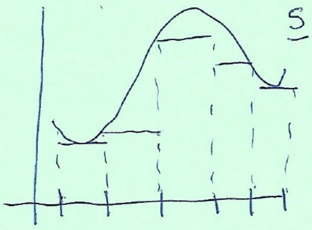
Integral inferior $\underline{\int_a^b} f\,dx = \sup \underline{S}(P,f)$

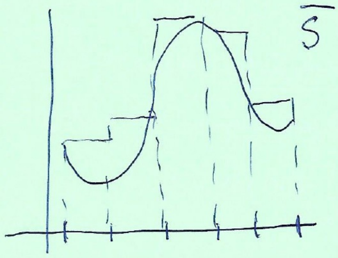
Integral superior $\overline{\int_a^b} f\,dx = \inf \overline{S}(P,f)$

Obs que $\underline{S} \le \overline{S}$ $\forall$ partição

Definição 2: se $\underline{\int_a^b} f(x)\,dx = \overline{\int_a^b} f\,dx$, definimos

$$\int_a^b f\,dx = \underline{\int_a^b} f\,dx = \overline{\int_a^b} f\,dx$$





As definições são equivalentes.

Observe que aproximamos f por funções degrau, isto é, funções constantes em intervalos.

Se pensarmos em $\int_a^b f\,dx$ como a "área embaixo do gráfico de f", observamos que ~~estimamos~~ calculamos a área de D por aproximações de ~~conjuntos~~ retângulos $\underline{R_j}$ e $\overline{R_j}$, correspondentes à soma inferior e superior. Ou seja a definição de valores para as áreas dos retângulos leva, pela ao valor da área de conjuntos mais complicados.

para algumas funções $\underline{\int} f$ $\overline{\int}$

Obs que $\underline{\int}$ e $\overline{\int}$ sempre existem

Se f ltda

Se f ilimitada e $\geq 0 \Rightarrow$

$\overline{\int}$ pode ser $+\infty$