Recapitulação

Integral de Riemann

Seja $f: [a,b] \longrightarrow \mathbb{R}$.

Uma partição $\mathcal{P} = \{ x_0 = a < x_1 < x_2 < \cdots < x_n = b \}$

$\|\mathcal{P}\| = \max \{ |x_{j+1} - x_j| \}$; $I_j = (x_j, x_{j+1}]$; $c_j \in I_j$

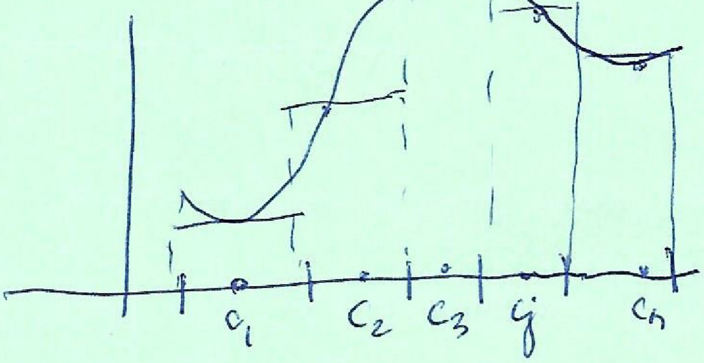
A soma de Riemann é 1

$$S(\mathcal{P}, f, c) = \sum_{j=0}^{n-1} f(c_j)\,(x_{j+1} - x_j)$$

Definição 1 = Se $\exists L \in \mathbb{R}$ com $L = \lim_{\|\mathcal{P}\| \to 0} S(\mathcal{P}, f, c)$

dizemos que f é integrável (Riemann) e escrevemos

$$\int_a^b f(x)\,dx = L$$



Soma Superior e Soma Inferior (Darboux)

Tomamos a mesma partição $\mathcal{P}$. Sejam

$m_j = \inf \{ f(x),\ x \in I_j \}$; $M_j = \sup \{ f(x),\ x \in I_j \}$

Assim temos:

Soma superior $\overline{S}(\mathcal{P}, f) = \sum_{j=0}^{n-1} m_j\,(x_{j+1} - x_j)$

Soma inferior $\underline{S}(\mathcal{P}, f) = \sum_{j=0}^{n-1} M_j\,(x_{j+1} - x_j)$

Definimos.