Isto é falso; Vejamos

Seja $\{r_n\}$ uma numeração dos racionais em $[0,1]$ e definamos

②

$$f_n(x) = \begin{cases} 1 & x = r_1, \dots, r_n \\ 0 & \text{em outro caso} \end{cases}$$

Logo $f_n(x) \to f$, $\int_0^1 f_n\,dx = 0 \quad \forall n$ mas

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x \in \mathbb{Q} \\ 0 & x \notin \mathbb{Q} \end{cases} \quad \text{(função de Dirichlet)}$$

Que não é Riemann Integrável porque é descontínua em todo ponto $\Rightarrow \nexists \int_0^1 f\,dx$ no sentido de Riemann - Também $\overline{S} = 1$ e $\underline{S} = 0$

Outro problema:

Desde a antigüidade, o cálculo de comprimentos, áreas e volumes é um tema de estudo.

Restringindo-nos a $\mathbb{R}$, atribuimos como medida μ de um intervalo $[a,b]$ o seu comprimento ou seja $\mu([a,b]) = b - a$ (Intervalo aberto, fechado ou semiaberto)

Para uma união finita ou enumerável de intervalos disjuntos (a_i, b_i) podemos definir compa