Macroeconomia I – Terceira Lista de Exercícios

Mauro Rodrigues

Departamento de Economia – FEA/USP

1. Considere o modelo de crescimento neoclássico com incerteza, em que preferências e tecnologia são dadas respectivamente por:

$$U = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \ln(c_t)$$

$$c_t + k_{t+1} \leq z_t k_t^{\alpha}$$

Em que $z_t \in \{z_L, z_H\}$ segue um processo de Markov com a seguinte matriz de transição:

$$P = \begin{bmatrix} p & 1-p \\ 1-p & p \end{bmatrix}$$

Além disso, z_0 e k_0 são dados.

   (a) Escreva o problema do planejador central na forma recursiva.

   (b) Defina $V_H(k) = V(k, z = z_H)$ e $V_L(k) = V(k, z = z_L)$. Dado o chute inicial $V_H^0(k) = V_L^0(k) = 0$, utilize o método iterativo para calcular a regra de decisão para o investimento, i.e., $k' = \phi(k, z)$ (este problema possui solução fechada)

2. (Time to Build) O tempo é discreto e indexado por $t = 0, 1, 2, ...$ Considere uma economia povoada por um grande número de agentes idênticos, distribuídos uniformemente no intervalo $[0, 1]$. Cada agente vive para sempre e possui as seguintes preferências:

$$U = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t), \quad 0 < \beta < 1$$

Em que $u'(\cdot) > 0$, $u''(\cdot) < 0$ e $u'(0) = \infty$. A restrição de recursos e a lei de movimento do capital são dadas respectivamente por:

$$\begin{aligned} c_t + i_t &\leq f(k_t) \\ k_{t+1} &= (1-\delta)k_t + i_t \end{aligned}$$

Sendo que $f'(\cdot) > 0$, $f''(\cdot) < 0$, $f'(0) = \infty$, $f'(\infty) = 0$ e $0 < \delta < 1$.

(a) Escreva o problema do planejador central na forma recursiva. Defina as variáveis de estado e de controle.

(b) Calcule a(s) condição(ões) de primeira ordem. Use o teorema do envelope para derivar a equação de Euler.

Assuma agora que apenas metade do montante investido em t é incorporado ao capital em $t+1$; o restante vai se tornar capital apenas em $t+2$. Ou seja, a restrição de recursos e a lei de movimento tornam-se:

$$\begin{aligned} c_t + i_t^2 &\leq f(k_t) \\ k_{t+1} &= (1-\delta)k_t + \frac{i_t^1 + i_t^2}{2} \end{aligned}$$

Em que i_t^2 é investimento realizado em t, e i_t^1 é o investimento realizado em $t-1$.

(c) Levando estas informações em conta, escreva o problema do planejador central na forma recursiva. Defina as variáveis de estado e de controle.

(d) Calcule a(s) condição(ões) de primeira ordem. Use o teorema do envelope para calcular a equação de Euler (obtenha uma expressão semelhante à da parte (b)).

(e) Interprete intuitivamente a nova equação de Euler, comparando-a com a encontrada na parte (b).

3. Este problema considera um modelo de crescimento com dois setores: o setor de bens de consumo e o setor de bens de investimento. As preferências são dadas por:

$$U = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\ln(C_t) + \phi \ln(1 - N_{ct} - N_{it})]$$

Em que N_c (N_i) é o número de horas trabalhadas no setor de consumo (investimento).

As restrições são:

$$\begin{aligned}
C_t &\leq K_{ct}^{\alpha}(E_{ct}N_{ct})^{1-\alpha} \\
I_t &\leq K_{it}^{\alpha}(E_{it}N_{it})^{1-\alpha} \\
K_{ct} + K_{it} &\leq K_t \\
K_{t+1} &= (1-\delta)K_t + I_t
\end{aligned}$$

Em que $E_{ct} = E_{c0}(1+\gamma_c)^t$ e $E_{it} = E_{i0}(1+\gamma_i)^t$. Ou seja, há progresso técnico exógeno, porém específico a cada setor. Por simplicidade, não há crescimento populacional. Além disso, $K_0 > 0$ é dado, e $E_{c0} = E_{i0} = 1$.

(a) Caracterize a trajetória de crescimento balanceado (longo prazo) desta economia. Quais as taxas de crescimento de longo prazo de C, I e K? (assuma que, na trajetória de crescimento balanceado, a fração do capital e do trabalho em cada setor é constante).

(b) Reescreva o modelo de modo a torná-lo estacionário (tanto preferências como restrições). Nesse caso, o equivalente estacionário de uma variável X é dado por $x_t = X_t/[1+g(x)]^t$, em que $g(x)$ é a taxa de crescimento de longo prazo de X.

(c) Escreva o problema do planejador central na forma recursiva, utilizando a versão estacionária do modelo. Derive as condições de primeira ordem. Utilize o teorema do envelope para obter a(s) equação(ões) de Euler.

(d) Descentralize esta economia em um equilíbrio competitivo (assuma o bem de consumo como numerário). Defina o equilíbrio competitivo recursivo.

(e) Qual a taxa de crescimento dos preços (preço do investimento, salário e aluguel do capital) na trajetória de crescimento balanceado? (calcule estes preços para a versão não estacionária do modelo)

4. Considere novamente o modelo de dois setores da questão 3, mas assuma agora que o capital é específico a cada setor, ou seja, K_c só pode ser utilizado na produção do bem de consumo e K_i só pode ser utilizado na produção do bem de investimento. Por simplicidade, suponha que não há progresso técnico ou crescimento populacional. Isto

implica que as restrições agora serão (as preferências continuam como antes):

$$\begin{aligned}
C_t &\leq K_{ct}^{\alpha} N_{ct}^{1-\alpha} \\
I_{ct} + I_{it} &\leq K_{it}^{\alpha} N_{it}^{1-\alpha} \\
K_{c,t+1} &= (1-\delta) K_{ct} + I_{ct} \\
K_{i,t+1} &= (1-\delta) K_{it} + I_{it}
\end{aligned}$$

Em que $K_{c,0}$ e $K_{i,0}$ são dados.

(a) Escreva o problema do planejador central na forma recursiva. Derive as condições de primeira ordem. Utilize o teorema do Envelope para obter a(s) equação(ões) de Euler.

(b) Descentralize a economia em um equilíbrio competitivo (assuma o bem de consumo como numerário). Defina o equilíbrio competitivo recursivo (note que, por conta da especificidade do capital, haverá uma taxa de aluguel do capital para cada setor).

(c) Em que situação as taxas de aluguel do capital serão diferentes entre setores? Compare com a situação em que o capital não é específico. Interprete.

5. Considere uma economia em que as preferências do agente representativo são caracterizadas por persistência de hábito, ou seja, sua utilidade ao longo da vida é dada por:

$$U = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t - \phi c_{t-1}), \quad 0 < \phi < 1$$

Em que $u'(\cdot) > 0$, $u''(\cdot) < 0$ e $u'(0) = \infty$. Além disso, se $c_t - \phi c_{t-1} < 0$, $u(\cdot) = -\infty$. Estas hipóteses implicam que variações muito bruscas no consumo entre dois períodos quaisquer são penalizadas na função utilidade (ou seja, o agente prefere não mudar seus hábitos de consumo muito rapidamente no tempo). A restrição de recursos é padrão:

$$c_t + k_{t+1} - (1-\delta) k_t \leq f(k_t)$$

Sendo que f satisfaz as condições de Inada.

(a) Escreva o problema do planejador central na forma recursiva. Defina quais são as variáveis de controle e de estado.

(b) Derive a(s) condição(ões) de primeira ordem. Utilize o teorema do envelope para calcular a equação de Euler.

(c) Interprete intuitivamente a equação de Euler, comparando-a com o caso em que não há persistência de hábito.

6. O agente representativo possui as seguintes preferências:

$$U = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \theta_t \frac{c_t^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma}$$

Em que θ_t é um choque de preferência, o qual pode assumir três valores:

$$\theta_t \in \{0{,}75; 1{,}00; 1{,}25\}$$

O processo estocástico deste choque é caracterizado pela seguinte matriz de transição:

$$P = \begin{bmatrix} 0{,}15 & 0{,}7 & 0{,}15 \\ 0{,}1 & 0{,}8 & 0{,}1 \\ 0{,}15 & 0{,}7 & 0{,}15 \end{bmatrix}$$

A restrição de recursos desta economia é:

$$c_t + k_{t+1} - (1-\delta)k_t \leq k_t^{\alpha}$$

(a) Escreva o problema do planejador central na forma recursiva.

Assuma $\alpha = 0{,}3$, $\beta = 0{,}95$, $\gamma = 2$ e $\delta = 0{,}1$.

(b) Calcule o capital de estado estacionário com $\theta_t = 1$, constante. Construa um grid de 101 pontos para o estoque de capital – 50 pontos acima do estado estacionário e 50 pontos abaixo do estado estacionário –, sendo a distância entre estes pontos igual a 0,005. Resolva numericamente a função valor nos pontos do grid. Reporte sua solução para a função valor e para a lei de movimento do capital (faça gráficos).

(c) Simule a economia por 1000 períodos. Descarte as 100 primeiras observações e calcule a correlação entre consumo e investimento.

(d) Refaça (c) e (d), assumindo a matriz de transição:

$$P = \begin{bmatrix} 0{,}8 & 0{,}1 & 0{,}1 \\ 0{,}1 & 0{,}8 & 0{,}1 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}8 \end{bmatrix}$$

Como a correlação entre consumo e investimento muda? Interprete.