

# Física Experimental III

Primeiro semestre de 2020

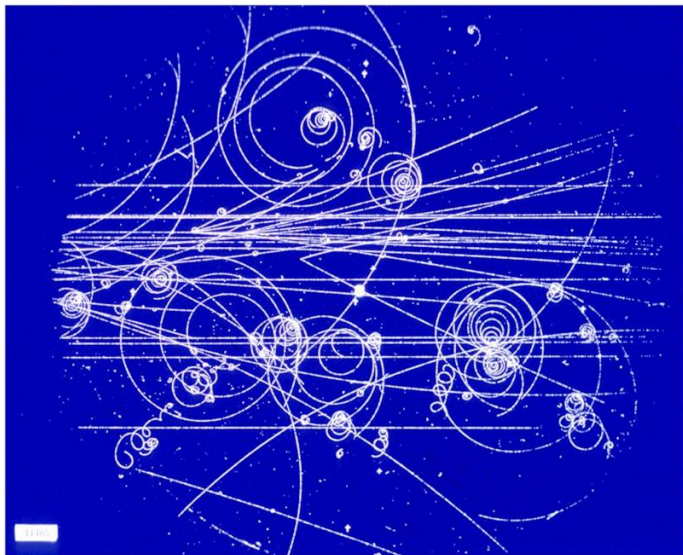
## Aula 3 - Experimento 3

Página da disciplina:

<https://edisciplinas.usp.br/course/view.php?id=73158>

Outubro de 2020

# Experimento 3 - Estudo do movimento de partículas em campos eletromagnéticos



## 1 Experimento

- Experimento 3
- Campos elétrico e magnético
- Mapeamento do campo magnético
- Simulação do campo elétrico
- Simulação do movimento das partículas
- Obtendo o deslocamento ao longo de  $z$

## 1 Experimento

- Experimento 3
- Campos elétrico e magnético
- Mapeamento do campo magnético
- Simulação do campo elétrico
- Simulação do movimento das partículas
- Obtendo o deslocamento ao longo de  $z$

## 1 Experimento

### ● Experimento 3

- Campos elétrico e magnético
- Mapeamento do campo magnético
- Simulação do campo elétrico
- Simulação do movimento das partículas
- Obtendo o deslocamento ao longo de  $z$

# Objetivos do experimento

- Estudar o movimento de uma partícula em um campo eletromagnético
- Caracterizar um seletor de velocidades do tipo filtro de Wien
  - ▶ Estudar uma configuração especial de campo EM
  - ▶ Estudar as propriedades e características deste filtro
  - ▶ Investigar as características experimentais que influenciam o funcionamento do filtro
  - ▶ Investigar as limitações experimentais e tratar um sistema não ideal do ponto de vista teórico

- 4 atividades

- ▶ Atividade 1

- ★ Estudo do movimento em um campo elétrico

- ▶ Atividade 2

- ★ Estudo do movimento em um campo magnético

- ▶ Atividade 3

- ★ Mapeamento dos campos elétrico e magnético e simulação do movimento das partículas

- ▶ Atividade 4

- ★ Calibração do filtro de velocidades

## 1 Experimento

- Experimento 3
- **Campos elétrico e magnético**
- Mapeamento do campo magnético
- Simulação do campo elétrico
- Simulação do movimento das partículas
- Obtendo o deslocamento ao longo de  $z$



- Tanto o campo elétrico como o magnético presentes no seletor de velocidades não são ideais
  - ▶ Efeitos de borda
  - ▶ Regiões de atuação diferentes
- Precisamos conhecer bem a distribuição espacial destes campos e suas dependências com  $V_P$  (para campos elétricos) e  $i$  (para campos magnéticos).

$$E(x) = \alpha(x)V_P$$

$$B(x) = \beta(x)i$$

- ▶ Precisamos determinar a dependência de  $\alpha(x)$  e  $\beta(x)$  com  $x$

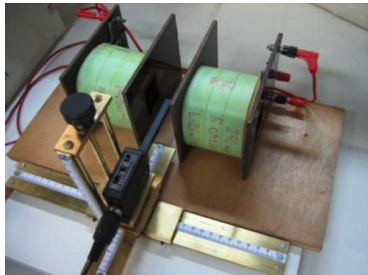
- Nessa atividade vamos
  - ▶ Medir o campo magnético criado pelas bobinas posicionadas ao lado do TRC
  - ▶ Simular computacionalmente o campo eletrostático das placas de deflexão do TRC

## 1 Experimento

- Experimento 3
- Campos elétrico e magnético
- **Mapeamento do campo magnético**
- Simulação do campo elétrico
- Simulação do movimento das partículas
- Obtendo o deslocamento ao longo de  $z$

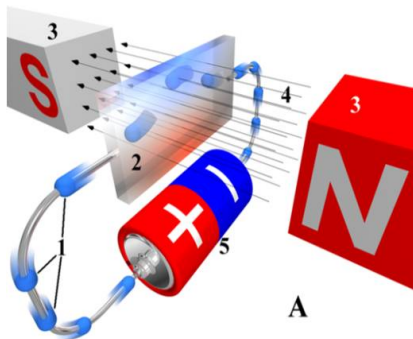
# Mapeamento do campo magnético entre as bobinas

- O campo é aplicado com 2 bobinas externas, de maneira que ele fique perpendicular ao campo elétrico das placas
- Tendo um sensor de campo magnético, pode-se mapear o campo entre as bobinas
  - ▶ Basta tirar o seletor mantendo a posição das bobinas
  - ▶ Note que o campo magnético é aplicado exatamente na região das placas defletoras



# Sensor de campo magnético: efeito Hall

- Quando um condutor, por onde passa uma corrente, é inserido em um campo magnético, uma força atua sobre os portadores de carga modificando a sua distribuição dentro do condutor
- Esta mudança de distribuição de cargas no condutor cria uma diferença de potencial entre as superfícies do mesmo
- Esta diferença de potencial é proporcional à intensidade do campo magnético na posição do sensor

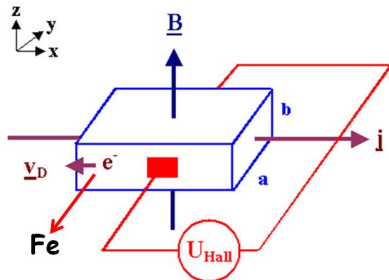


# Sensor de campo magnético: efeito Hall

- Pode-se construir um sensor capaz de medir um campo magnético estático baseado nesse efeito
  - ▶ Com um campo magnético perpendicular à corrente aparece uma força também perpendicular à corrente que tem o efeito de criar uma diferença de potencial

$$U_{Hall} \propto B$$

- ▶ Basta calibrar o sensor com um campo conhecido e pode-se medir campos magnéticos



# O sensor Hall do laboratório

- Acoplado à interface de aquisição de dados
  - ▶ Capstone
  - ▶ DataStudio
- Dois sensores selecionados por uma chave
  - ▶ Componente transversal (radial)
  - ▶ Componente longitudinal (axial)
- Possível selecionar a sensibilidade
- Botão de calibração (tare)



- Algumas características

**Table 1**

Magnetic Sensor Specification Chart

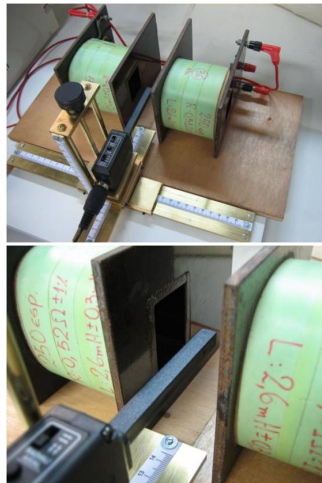
Range	Gain	Resolution	Accuracy	Calibration Factor
$\pm 1000$ gauss	1X	0.5 gauss	100 gauss	100 gauss/volt
$\pm 100$ gauss	10X	0.05 gauss	10 gauss	10 gauss/volt
$\pm 10$ gauss	100X	0.050 gauss	1 gauss	1 gauss/volt

**Note:** The Hall Effect sensing elements used in the CI-6520A are temperature compensated. However when measuring very low magnetic field levels ( $\pm 10$  gauss scale) some temperature dependent variation may be observed in the output. It is on the order of a few gauss. For the best results when using the 100X ( $\pm 10$  gauss) scale the sensor should be connected to the interface for 5 to 15 minutes before data is collected. This will allow the sensing element to come to thermal equilibrium and will yield more stable results.



# Medida do campo das bobinas

- Para fazer a medida retirem o TRC mas reproduzam a geometria das bobinas em relação a ele
- Suporte de madeira para poder centralizar o medidor Hall
- Seleccionem o transversal
- É necessário medir a componente longitudinal? Por que?



## 1 Experimento

- Experimento 3
- Campos elétrico e magnético
- Mapeamento do campo magnético
- **Simulação do campo elétrico**
- Simulação do movimento das partículas
- Obtendo o deslocamento ao longo de  $z$

# O campo elétrico entre as placas

- Como obter o campo elétrico entre as placas do TRC?
- Um pouco de teoria

- ▶ Lei de Gauss

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \Rightarrow \vec{\nabla} \cdot (-\vec{\nabla} V) = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

- ▶ Equação de Poisson para o potencial

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

- ▶ Na ausência de cargas livres (Equação de Laplace)

$$\nabla^2 V = 0$$

- Vamos olhar o Laplaciano em duas dimensões

$$\nabla^2 V = \frac{\partial^2}{\partial x^2} V(x, z) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} V(x, z) = 0$$

- Como calcular essas derivadas?
  - ▶ Aproximação numérica para derivada

$$\frac{\partial}{\partial x} V(x, z) \approx \frac{\Delta V}{\Delta x} = \frac{V(x + \frac{\Delta x}{2}, z) - V(x - \frac{\Delta x}{2}, z)}{\Delta x}$$

- Calculando a derivada segunda

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} V(x, z) \approx \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{V\left(x + \frac{\Delta x}{2}, z\right) - V\left(x - \frac{\Delta x}{2}, z\right)}{\Delta x} \right]$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} V(x, z) \approx \frac{1}{\Delta x} \left[ \frac{\partial}{\partial x} V\left(x + \frac{\Delta x}{2}, z\right) - \frac{\partial}{\partial x} V\left(x - \frac{\Delta x}{2}, z\right) \right]$$

- Calculando o primeiro termo da expressão acima

$$\frac{\partial}{\partial x} V\left(x + \frac{\Delta x}{2}, z\right)$$

- Cálculo do primeiro termo

$$\frac{\partial}{\partial x} V \left( x + \frac{\Delta x}{2}, z \right) = \frac{V \left( x + \frac{\Delta x}{2} + \frac{\Delta x}{2}, z \right) - V \left( x + \frac{\Delta x}{2} - \frac{\Delta x}{2}, z \right)}{\Delta x}$$

- Ou seja

$$\frac{\partial}{\partial x} V \left( x + \frac{\Delta x}{2}, z \right) = \frac{V(x + \Delta x, z) - V(x, z)}{\Delta x}$$

- Do mesmo modo para o segundo termo

$$\frac{\partial}{\partial x} V \left( x - \frac{\Delta x}{2}, z \right) = \frac{V(x, z) - V(x - \Delta x, z)}{\Delta x}$$

- Substituindo

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} V(x, z) \approx \frac{1}{\Delta x} \left[ \frac{\partial}{\partial x} V \left( x + \frac{\Delta x}{2}, z \right) - \frac{\partial}{\partial x} V \left( x - \frac{\Delta x}{2}, z \right) \right]$$

$$\frac{\partial}{\partial x} V \left( x + \frac{\Delta x}{2}, z \right) = \frac{V(x + \Delta x, z) - V(x, z)}{\Delta x} \quad \frac{\partial}{\partial x} V \left( x - \frac{\Delta x}{2}, z \right) = \frac{V(x, z) - V(x - \Delta x, z)}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} V(x, z) = \frac{V(x + \Delta x, z) - 2V(x, z) + V(x - \Delta x, z)}{\Delta x^2}$$

- As derivadas segunda em  $x$  e  $z$  valem

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} V(x, z) = \frac{V(x + \Delta x, z) - 2V(x, z) + V(x - \Delta x, z)}{\Delta x^2}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} V(x, z) = \frac{V(x, z + \Delta z) - 2V(x, z) + V(x, z - \Delta z)}{\Delta z^2}$$

- Se escolhemos  $\Delta x = \Delta z = \Delta$  podemos resolver a equação de Laplace facilmente



# Resolução numérica da equação de Laplace

- Substituindo as derivadas calculadas e fazendo  $\Delta x = \Delta z = \Delta$  a equação de Laplace fica

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} V(x, z) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} V(x, z) = 0$$

$$\frac{V(x + \Delta, z) + V(x - \Delta, z) - 4V(x, z) + V(x, z + \Delta) + V(x, z - \Delta)}{\Delta^2} = 0$$

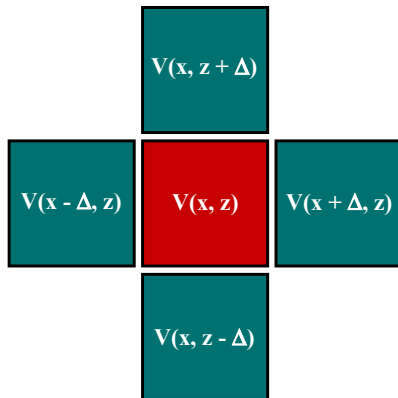
- Cujas solução é

$$V(x, z) = \frac{1}{4} [V(x + \Delta, z) + V(x - \Delta, z) + V(x, z + \Delta) + V(x, z - \Delta)]$$

# Resolução numérica da equação de Laplace

- A solução da equação de Laplace diz que o potencial em um ponto é dado pela MÉDIA SIMPLES dos potenciais nas vizinhanças
  - ▶ Podemos usar uma planilha eletrônica!!!!

$$V(x, z) = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} V(x + \Delta, z) + \\ V(x - \Delta, z) + \\ V(x, z + \Delta) + \\ V(x, z - \Delta) \end{pmatrix}$$



# Criando uma planilha para resolver a equação de Laplace

laplaciano.xls [Modo de Compatibilidade] - Microsoft Excel

SE     $=0,25*(I13+I14+I15+H14)$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1															
2		6,44939	6,437635	6,420826	6,402474	6,386279	6,375285	6,371405	6,375285	6,386279	6,402474	6,420826	6,437635	6,44939	6,453605
3		5,90632	5,880327	5,843194	5,802794	5,76736	5,743455	5,735054	5,743455	5,76736	5,802794	5,843194	5,880327	5,90632	5,915642
4		5,379922	5,334159	5,268831	5,198147	5,136911	5,096124	5,081899	5,096124	5,136911	5,198147	5,268831	5,334159	5,379922	5,396324
5		4,882886	4,807557	4,699821	4,584054	4,486013	4,422229	4,400294	4,422229	4,486013	4,584054	4,699821	4,807557	4,882886	4,909807
6		4,434259	4,31336	4,138844	3,952233	3,800858	3,706488	3,674817	3,706488	3,800858	3,952233	4,138844	4,31336	4,434259	4,477132
7		4,063657	3,872781	3,589962	3,285178	3,058697	2,928046	2,886	2,928046	3,058697	3,285178	3,589962	3,872781	4,063657	4,132024
8		3,817384	3,524145	3,063046	2,539818	2,220705	2,061001	2,013089	2,061001	2,220705	2,539818	3,063046	3,524145	3,817384	3,916372
9		3,765362	3,343368	2,598258	1,590345	1,223304	1,082165	1,044355	1,082165	1,223304	1,590345	2,598258	3,343368	3,765362	3,900514
10		4,00018	3,485708	2,396272	0	0	0	0	0	0	2,396272	3,485708	4,00018	4,154963	
11		4,594689	4,203012	3,501122	2,539714	2,21252	2,097613	2,068884	2,097613	2,21252	2,539714	3,501122	4,203012	4,594689	4,718978
12		5,456585	5,230529	4,865488	4,445216	4,212754	4,109407	4,080311	4,109407	4,212754	4,445216	4,865488	5,230529	5,456585	5,53157
13		6,46955	6,397033	6,285085	6,162907	6,084234	6,045509	6,034266	6,045509	6,084234	6,162907	6,285085	6,397033	6,46955	6,494134
14		7,530449	7,602966	7,714914	7,837093	7,915766	7,95449	7,965734	J14+I15+H	7,915766	7,837093	7,714914	7,602966	7,530449	7,505865
15		8,543415	8,76947	9,134511	9,554784	9,787245	9,890953	9,919689	9,890953	9,787245	9,554784	9,134511	8,76947	8,543415	8,468429
16		9,40531	9,796987	10,49888	11,46029	11,78748	11,90239	11,93112	11,90239	11,78748	11,46029	10,49888	9,796987	9,40531	9,281021
17		9,999819	10,51429	11,60373	14	14	14	14	14	14	14	11,60373	10,51429	9,999819	9,845036
18		10,23464	10,65663	11,40174	12,40965	12,7767	12,91783	12,95564	12,91783	12,7767	12,40965	11,40174	10,65663	10,23464	10,09948
19		10,18261	10,47585	10,93695	11,46018	11,77929	11,939	11,98691	11,939	11,77929	11,46018	10,93695	10,47585	10,18261	10,08363
20		9,936341	10,12722	10,41004	10,71482	10,9413	11,07195	11,114	11,07195	10,9413	10,71482	10,41004	10,12722	9,936341	9,869794
21		9,565739	9,686638	9,861154	10,04776	10,19914	10,29351	10,32518	10,29351	10,19914	10,04776	9,861154	9,686638	9,565739	9,522865
22		9,117111	9,192441	9,300176	9,415944	9,513985	9,577768	9,599704	9,577768	9,513985	9,415944	9,300176	9,192441	9,117111	9,09019
23		8,620075	8,665838	8,731167	8,80185	8,863086	8,903874	8,918099	8,903874	8,863086	8,80185	8,731167	8,665838	8,620075	8,603674
24		8,093677	8,11967	8,156803	8,197203	8,232637	8,256542	8,264943	8,256542	8,232637	8,197203	8,156803	8,11967	8,093677	8,084355
25		7,550607	7,562362	7,579171	7,597523	7,613718	7,624712	7,628592	7,624712	7,613718	7,597523	7,579171	7,562362	7,550607	7,546392
26		6,999998	6,999998	6,999998	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999998	6,999998
27															

# Criando uma planilha para resolver a equação de Laplace

- Definir o tamanho de cada célula

laplaciano.xls [Modo de Compatibilidade] - Microsoft Excel

SE  $=0,25*(I13+I14+I15+H14)$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1															
2		6,44939	6,437635	6,420826	6,402474	6,386279	6,375285	6,371405	6,375285	6,386279	6,402474	6,420826	6,437635	6,44939	6,453605
3		5,90632	5,880327	5,843194	5,802794	5,76736	5,743455	5,735054	5,743455	5,76736	5,802794	5,843194	5,880327	5,90632	5,915642
4		5,379922	5,334159	5,268831	5,198147	5,136911	5,096124	5,081899	5,096124	5,136911	5,198147	5,268831	5,334159	5,379922	5,396324
5		4,882886	4,807557	4,699821	4,584054	4,486013	4,422229	4,400294	4,422229	4,486013	4,584054	4,699821	4,807557	4,882886	4,909807
6		4,434259	4,31336	4,138844	3,952233	3,800858	3,706488	3,674817	3,706488	3,800858	3,952233	4,138844	4,31336	4,434259	4,477132
7		4,063657	3,872781	3,589962	3,285178	3,058697	2,928046	2,886	2,928046	3,058697	3,285178	3,589962	3,872781	4,063657	4,130204
8		3,817384	3,524145	3,063046	2,539818	2,220705	2,061001	2,013089	2,061001	2,220705	2,539818	3,063046	3,524145	3,817384	3,916372
9		3,765362	3,343368	2,598258	1,590345	1,223304	1,082165	1,044355	1,082165	1,223304	1,590345	2,598258	3,343368	3,765362	3,900514
10		4,00018	3,485708	2,396272	0	0	0	0	0	0	0	2,396272	3,485708	4,00018	4,154963
11		4,594689	4,203012	3,501122	2,539714	2,21252	2,097613	2,068884	2,097613	2,21252	2,539714	3,501122	4,203012	4,594689	4,718978
12		5,456585	5,230529	4,865488	4,445216	4,212754	4,109047	4,080311	4,109047	4,212754	4,445216	4,865488	5,230529	5,456585	5,531517
13		6,46955	6,397033	6,285085	6,162907	6,084234	6,045509	6,034266	6,045509	6,084234	6,162907	6,285085	6,397033	6,46955	6,494134
14		7,530449	7,602966	7,714914	7,837093	7,915766	7,95449	7,965734	7,965734	7,915766	7,837093	7,714914	7,602966	7,530449	7,505865
15		8,543415	8,76947	9,134511	9,54784	9,787245	9,890953	9,919689	9,890953	9,787245	9,54784	9,134511	8,76947	8,543415	8,468429
16		9,40531	9,796987	10,49888	11,46029	11,78748	11,90239	11,93112	11,90239	11,78748	11,46029	10,49888	9,796987	9,40531	9,281021
17		9,999819	10,51429	11,60373	14	14	14	14	14	14	14	11,60373	10,51429	9,999819	9,845036
18		10,23464	10,65663	11,40174	12,40965	12,7767	12,91783	12,95564	12,91783	12,7767	12,40965	11,40174	10,65663	10,23464	10,09498
19		10,18261	10,47855	10,93695	11,46018	11,77929	11,939	11,98691	11,939	11,77929	11,46018	10,93695	10,47855	10,18261	10,08363
20		9,936341	10,12722	10,41004	10,71482	10,9413	11,07195	11,114	11,07195	10,9413	10,71482	10,41004	10,12722	9,936341	9,869794
21		9,565739	9,686638	9,861154	10,04776	10,19914	10,29351	10,32518	10,29351	10,19914	10,04776	9,861154	9,686638	9,565739	9,522865
22		9,117111	9,192441	9,300176	9,415944	9,513985	9,577768	9,599704	9,577768	9,513985	9,415944	9,300176	9,192441	9,117111	9,09019
23		8,620075	8,665838	8,731167	8,80185	8,863086	8,903874	8,918099	8,903874	8,863086	8,80185	8,731167	8,665838	8,620075	8,603674
24		8,093677	8,11967	8,156803	8,197203	8,232637	8,256542	8,264943	8,256542	8,232637	8,197203	8,156803	8,11967	8,093677	8,084355
25		7,550607	7,562362	7,579171	7,597523	7,613178	7,624712	7,628592	7,624712	7,613178	7,597523	7,579171	7,562362	7,550607	7,546392
26		6,999998	6,999998	6,999998	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999998	6,999998	6,999998
27															

# Criando uma planilha para resolver a equação de Laplace

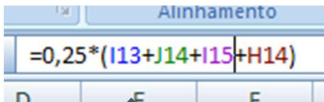
- Definir o sistema e o valor do potencial em cada ponto do sistema

laplaciano.xls [Modo de Compatibilidade] - Microsoft Excel

SE     $=0,25*(I13+I14+I15+H14)$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	
1																
2			6,44939	6,437635	6,420826	6,402474	6,386279	6,375285	6,371405	6,375285	6,386279	6,402474	6,420826	6,437635	6,44939	6,453605
3			5,90632	5,880327	5,843194	5,802794	5,76736	5,743455	5,735054	5,743455	5,76736	5,802794	5,843194	5,880327	5,90632	5,915642
4			5,379922	5,334159	5,268831	5,198147	5,136911	5,096124	5,081899	5,096124	5,136911	5,198147	5,268831	5,334159	5,379922	5,396324
5			4,882886	4,807557	4,699821	4,584054	4,486013	4,422229	4,400294	4,422229	4,486013	4,584054	4,699821	4,807557	4,882886	4,909807
6			4,434259	4,31336	4,138844	3,952233	3,800858	3,706488	3,674817	3,706488	3,800858	3,952233	4,138844	4,31336	4,434259	4,477132
7			4,063657	3,872781	3,589962	3,285178	3,058697	2,928046	2,886	2,928046	3,058697	3,285178	3,589962	3,872781	4,063657	4,130204
8			3,817384	3,524145	3,063046	2,539818	2,220705	2,061001	2,013089	2,061001	2,220705	2,539818	3,063046	3,524145	3,817384	3,916372
9			3,765362	3,343368	2,598258	1,590345	1,223304	1,082165	1,044355	1,082165	1,223304	1,590345	2,598258	3,343368	3,765362	3,900514
10			4,00018	3,485708	2,396272	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11			4,594689	4,203012	3,501122	2,539714	2,21252	2,097613	2,068884	2,097613	2,21252	2,539714	3,501122	4,203012	4,594689	4,718978
12			5,456585	5,230529	4,865488	4,445216	4,212754	4,109047	4,080311	4,109047	4,212754	4,445216	4,865488	5,230529	5,456585	5,53157
13			6,46955	6,397033	6,285085	6,162907	6,084234	6,045509	6,034266	6,045509	6,084234	6,162907	6,285085	6,397033	6,46955	6,494134
14			7,530449	7,602966	7,719414	7,837093	7,915766	7,95449	7,965734	7,95449	7,915766	7,837093	7,719414	7,602966	7,530449	7,505865
15			8,543415	8,76947	9,134511	9,554784	9,787245	9,890953	9,919689	9,890953	9,787245	9,554784	9,134511	8,76947	8,543415	8,468429
16			9,40531	9,796897	10,49888	11,46029	11,78748	11,90239	11,93112	11,90239	11,78748	11,46029	10,49888	9,796897	9,40531	9,281021
17			9,999819	10,51429	11,60373	14	14	14	14	14	14	14	14	10,51429	9,999819	9,845036
18			10,23464	10,65663	11,40174	12,40965	12,7767	12,91783	12,95564	12,91783	12,7767	12,40965	11,40174	10,65663	10,23464	10,09948
19			10,18261	10,47585	10,93695	11,46018	11,77929	11,939	11,98691	11,939	11,77929	11,46018	10,93695	10,47585	10,18261	10,08363
20			9,936341	10,12722	10,41004	10,71482	10,9413	11,07195	11,114	11,07195	10,9413	10,71482	10,41004	10,12722	9,936341	9,869794
21			9,565739	9,686638	9,861154	10,04776	10,19914	10,29351	10,32518	10,29351	10,19914	10,04776	9,861154	9,686638	9,565739	9,522865
22			9,117111	9,192441	9,300176	9,415944	9,513985	9,577768	9,599704	9,577768	9,513985	9,415944	9,300176	9,192441	9,117111	9,09019
23			8,620075	8,665838	8,731167	8,80185	8,863086	8,903874	8,918099	8,903874	8,863086	8,80185	8,731167	8,665838	8,620075	8,603674
24			8,093677	8,11967	8,156803	8,197203	8,232637	8,256542	8,264943	8,256542	8,232637	8,197203	8,156803	8,11967	8,093677	8,083455
25			7,550607	7,562362	7,579171	7,597523	7,613718	7,624712	7,628592	7,624712	7,613718	7,597523	7,579171	7,562362	7,550607	7,546392
26			6,999998	6,999998	6,999998	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999998	6,999998	6,999998
27																

# Criando uma planilha para resolver a equação de Laplace



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1															
2															
3															
4															
5															
6															
7															
8															
9															
10															
11															
12															
13															
14															
15															
16															
17															
18															
19															
20															
21															
22															
23															
24															
25															
26															
27															
28															
29															
30															
31															
32															
33															
34															
35															
36															
37															
38															
39															
40															
41															
42															
43															
44															
45															
46															
47															
48															
49															
50															
51															
52															
53															
54															
55															
56															
57															
58															
59															
60															
61															
62															
63															
64															
65															
66															
67															
68															
69															
70															
71															
72															
73															
74															
75															
76															
77															
78															
79															
80															
81															
82															
83															
84															
85															
86															
87															
88															
89															
90															
91															
92															
93															
94															
95															
96															
97															
98															
99															
100															

- Programar as equações nas células

# Criando uma planilha para resolver a equação de Laplace

The screenshot shows an Excel spreadsheet with a formula bar containing  $=0,25*(E26+F2+E3+D2)$ . Below it, a table displays the iterative results of the equation:

	D	E	F
02	6,386184	$=0,25*(E26+F2+E3+D2)$	6,354573
91	5,809742	5,770682	5,736701
31	5,237632	5,168216	5,108233
97	4,671778	4,557722	4,460444

The spreadsheet also shows a larger grid of values, with a red arrow pointing from the formula bar to the cell containing the formula. Another red arrow points from the bottom of the grid to the value 70362.

- Estabelecer condições de contorno cíclicas para simular o infinito

# Criando uma planilha para resolver a equação de Laplace

- Mandar calcular até convergir

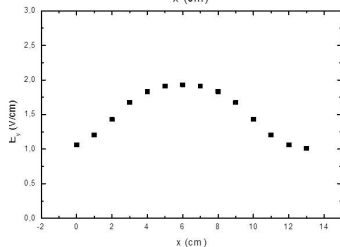
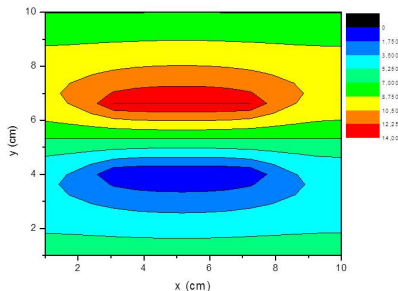
The screenshot shows a Microsoft Excel spreadsheet titled "laplaciano.xls" in "Modo de Compatibilidade". The formula bar at the top displays the formula  $=0,25*(I13+I14+H14)$ . The spreadsheet contains numerical data for rows 1 through 27 and columns A through O. The data appears to be a sequence of values that converges towards a constant value of approximately 6.999999.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O		
1																	
2			6,44939	6,437635	6,420826	6,402474	6,386279	6,375285	6,371405	6,375285	6,386279	6,402474	6,420826	6,437635	6,44939	6,453605	
3			5,90632	5,880327	5,843194	5,802794	5,76736	5,743455	5,735054	5,743455	5,76736	5,802794	5,843194	5,880327	5,90632	5,915642	
4			5,379922	5,334159	5,268831	5,198147	5,136911	5,096124	5,081899	5,096124	5,136911	5,198147	5,268831	5,334159	5,379922	5,396324	
5			4,882886	4,807557	4,699821	4,584054	4,486013	4,422229	4,400294	4,422229	4,486013	4,584054	4,699821	4,807557	4,882886	4,909807	
6			4,434259	4,31336	4,138844	3,952233	3,800858	3,706488	3,674817	3,706488	3,800858	3,952233	4,138844	4,31336	4,434259	4,477132	
7			4,063657	3,872781	3,589962	3,285178	3,058697	2,928046	2,886	2,928046	3,058697	3,285178	3,589962	3,872781	4,063657	4,130204	
8			3,817384	3,524145	3,063046	2,539818	2,220705	2,061001	2,013089	2,061001	2,220705	2,539818	3,063046	3,524145	3,817384	3,916372	
9			3,765362	3,343368	2,598258	1,590345	1,223304	1,082165	1,044355	1,082165	1,223304	1,590345	2,598258	3,343368	3,765362	3,900514	
10			4,00018	3,485708	2,396272	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4,00018	4,154963	
11			4,594689	4,203012	3,501122	2,539714	2,21252	2,097613	2,068884	2,097613	2,21252	2,539714	3,501122	4,203012	4,594689	4,718978	
12			5,456585	5,230529	4,865488	4,445216	4,212754	4,109047	4,080311	4,109047	4,212754	4,445216	4,865488	5,230529	5,456585	5,53157	
13			6,46955	6,397033	6,285085	6,162907	6,084234	6,045509	6,034266	6,045509	6,084234	6,162907	6,285085	6,397033	6,46955	6,494134	
14			7,530449	7,602966	7,714914	7,837093	7,915766	7,95449	7,965734	7,95449	7,915766	7,837093	7,714914	7,602966	7,530449	7,505865	
15			8,543415	8,76947	9,134511	9,554784	9,787245	9,890953	9,919689	9,890953	9,787245	9,554784	9,134511	8,76947	8,543415	8,468429	
16			9,40531	9,796887	10,49888	11,46029	11,78748	11,90239	11,93112	11,90239	11,78748	11,46029	10,49888	9,796887	9,40531	9,281021	
17			9,999819	10,51429	11,60373	14	14	14	14	14	14	14	14	11,60373	10,51429	9,999819	9,845036
18			10,23464	10,65663	11,40174	12,40965	12,7767	12,91783	12,95564	12,91783	12,7767	12,40965	11,40174	10,65663	10,23464	10,09948	
19			10,18261	10,47585	10,93695	11,46018	11,77929	11,939	11,98691	11,939	11,77929	11,46018	10,93695	10,47585	10,18261	10,08363	
20			9,936341	10,12722	10,41004	10,71482	10,9413	11,07195	11,114	11,07195	10,9413	10,71482	10,41004	10,12722	9,936341	9,869794	
21			9,565739	9,686638	9,861154	10,04776	10,19914	10,29351	10,32518	10,29351	10,19914	10,04776	9,861154	9,686638	9,565739	9,522865	
22			9,117111	9,192441	9,300176	9,415944	9,513985	9,577768	9,599704	9,577768	9,513985	9,415944	9,300176	9,192441	9,117111	9,09019	
23			8,620075	8,665838	8,731167	8,80185	8,863086	8,903874	8,918099	8,903874	8,863086	8,80185	8,731167	8,665838	8,620075	8,603674	
24			8,093677	8,11567	8,156803	8,197203	8,232637	8,256542	8,264943	8,256542	8,232637	8,197203	8,156803	8,11567	8,093677	8,083455	
25			7,550607	7,562362	7,579171	7,597523	7,613718	7,624712	7,628592	7,624712	7,613718	7,597523	7,579171	7,562362	7,550607	7,546392	
26			6,999998	6,999998	6,999998	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999998	6,999998	6,999998	
27																	

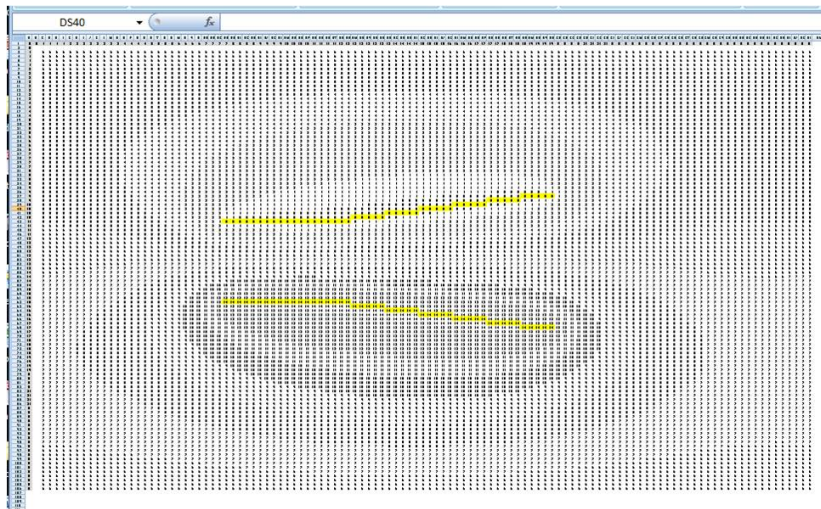


# Criando uma planilha para resolver a equação de Laplace

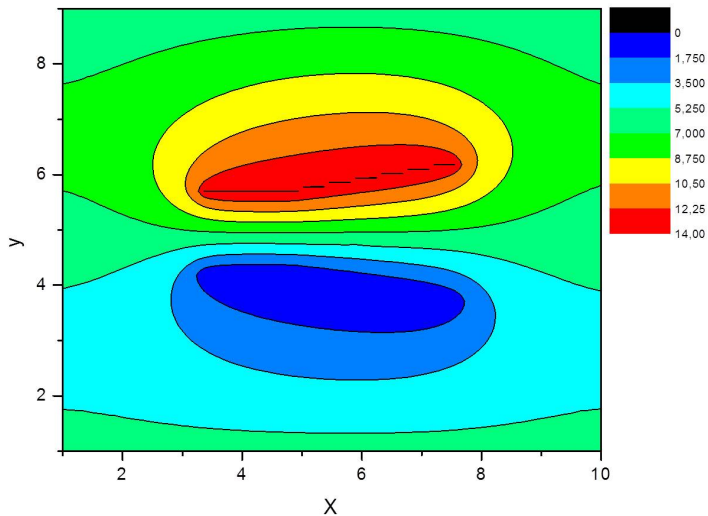
- Copiar a matriz para o Origin ou programa gráfico de sua preferência
- Fazer a análise como se fossem dados normais de potencial
  - ▶ Calcular campos equipotenciais
  - ▶ etc.



# Um exemplo com uma malha maior (mais precisão)



# Um exemplo com uma malha maior (mais precisão)



## 1 Experimento

- Experimento 3
- Campos elétrico e magnético
- Mapeamento do campo magnético
- Simulação do campo elétrico
- **Simulação do movimento das partículas**
- Obtendo o deslocamento ao longo de  $z$

- Qual é a força que atua em uma partícula que está imersa em um campo eletromagnético?

$$\vec{F} = \vec{F}_{\text{Elétrica}} + \vec{F}_{\text{Magnética}}$$

- Se o campo elétrico e magnético são conhecidos

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} = q \left( \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right)$$

- A trajetória de uma partícula qualquer pode ser descrita resolvendo-se as equações de movimento

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

- No campo eletromagnético

$$m \frac{d}{dt} \vec{v} = q \left( \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right)$$

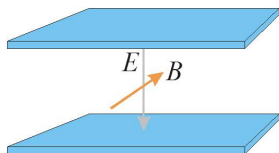
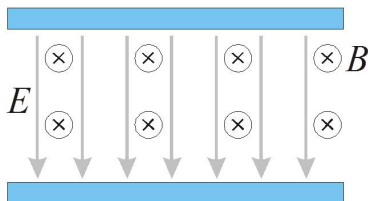
# O filtro de Wien

- O filtro de Wien consiste de uma configuração de campo elétrico e magnético cruzados (perpendiculares) e perpendiculares à velocidade inicial da partícula incidente

$$\vec{v}_0 = v_0 \hat{i}$$

$$\vec{B} = -B \hat{j}$$

$$\vec{E} = E \hat{k}$$



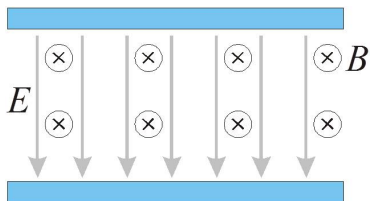
# O filtro de Wien

- O filtro de Wien consiste de uma configuração de campo elétrico e magnético cruzados (perpendiculares) e perpendiculares à velocidade inicial da partícula incidente

$$\vec{v}_0 = v_0 \hat{i}$$

$$\vec{B} = -B \hat{j}$$

$$\vec{E} = E \hat{k}$$



$$\vec{F}_0 = q (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$



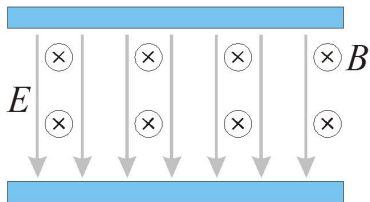
# O filtro de Wien

- O filtro de Wien consiste de uma configuração de campo elétrico e magnético cruzados (perpendiculares) e perpendiculares à velocidade inicial da partícula incidente

$$\vec{v}_0 = v_0 \hat{i}$$

$$\vec{B} = -B \hat{j}$$

$$\vec{E} = E \hat{k}$$



$$\vec{F}_0 = q (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

$$\vec{F}_0 = q (E - v_0 B) \hat{k}$$

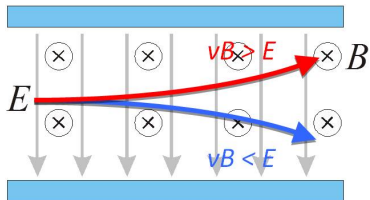
# O filtro de Wien

- O filtro de Wien consiste de uma configuração de campo elétrico e magnético cruzados (perpendiculares) e perpendiculares à velocidade inicial da partícula incidente

$$\vec{v}_0 = v_0 \hat{i}$$

$$\vec{B} = -B \hat{j}$$

$$\vec{E} = E \hat{k}$$



$$\vec{F}_0 = q (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

$$\vec{F}_0 = q (E - v_0 B) \hat{k}$$

- Aceleração inicial apenas na direção  $k$ . Sentido depende das intensidades de  $E$ ,  $v$  e  $B$

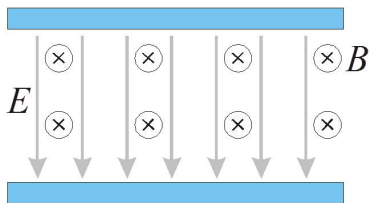
## O filtro de Wien - na presença dos campos

- À medida que a partícula penetra a região dos campos elétrico e magnético a sua velocidade se altera

$$\vec{v} = v_x \hat{i} + v_z \hat{k}$$

$$\vec{B} = -B \hat{j}$$

$$\vec{E} = E \hat{k}$$



$$\vec{F} = q \left( \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right)$$

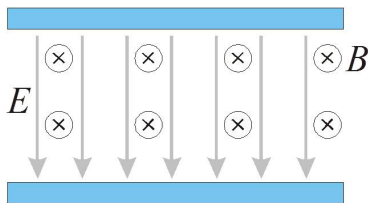
## O filtro de Wien - na presença dos campos

- À medida que a partícula penetra a região dos campos elétrico e magnético a sua velocidade se altera

$$\vec{v} = v_x \hat{i} + v_z \hat{k}$$

$$\vec{B} = -B \hat{j}$$

$$\vec{E} = E \hat{k}$$



$$\vec{F} = q \left( \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right)$$

$$\vec{F} = q \left[ v_z B \hat{i} + (E - v_x B) \hat{k} \right]$$

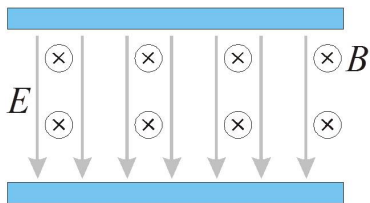
## O filtro de Wien - na presença dos campos

- À medida que a partícula penetra a região dos campos elétrico e magnético a sua velocidade se altera

$$\vec{v} = v_x \hat{i} + v_z \hat{k}$$

$$\vec{B} = -B \hat{j}$$

$$\vec{E} = E \hat{k}$$



$$\vec{F} = q \left( \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right)$$

$$\vec{F} = q \left[ v_z B \hat{i} + (E - v_x B) \hat{k} \right]$$

- Aceleração nas direções  $i$  e  $k$ .

## 1 Experimento

- Experimento 3
- Campos elétrico e magnético
- Mapeamento do campo magnético
- Simulação do campo elétrico
- Simulação do movimento das partículas
- Obtendo o deslocamento ao longo de  $z$

- Precisamos conhecer bem a distribuição espacial destes campos e suas dependências com  $V_P$  (para campos elétricos) e  $i$  (para campos magnéticos).

$$E(x) = \alpha(x)V_P$$

$$B(x) = \beta(x)i$$

- ▶ Determinada a dependência de  $\alpha(x)$  e  $\beta(x)$  com  $x$ , podemos escrever

$$\vec{F} = q \left\{ v_z B(x) \hat{i} + [E(x) - v_x B(x)] \hat{k} \right\}$$

- Campos mapeados

$$E(x) = \alpha(x)V_P$$

$$B(x) = \beta(x)i$$

- Força agindo sobre a partícula

$$\vec{F} = q \left\{ v_z \beta(x) i \hat{n} + [\alpha(x)V_P - v_x \beta(x)i] \hat{k} \right\}$$

- Acelerações

$$a_x = \frac{q}{m} v_z \beta(x) i$$

$$a_z = \frac{q}{m} [\alpha(x)V_P - v_x \beta(x)i]$$



# Obtendo o deslocamento

- Para obter a trajetória da partícula, podemos dividir o percurso ao longo de  $x$  em pequenos intervalos  $\Delta x$  dentro do qual podemos considerar a força agindo sobre a partícula como constante, ou seja, dentro de cada intervalo o movimento será retilíneo e uniformemente acelerado
- Para cada  $\Delta x$ 
  - ▶ Acelerações

$$a_x(x + \Delta x) = \frac{q}{m} v_z(x) \beta(x + \Delta x) i$$

$$a_z(x + \Delta x) = \frac{q}{m} [\alpha(x + \Delta x) V_P - v_x(x) \beta(x + \Delta x) j]$$

- Para cada  $\Delta x$ 
  - ▶ Velocidades

$$v_x(x + \Delta x) = \pm \sqrt{v_x^2(x) + 2a_x(x + \Delta x)\Delta x}$$

$$\Delta t(x + \Delta x) = \frac{\Delta x}{\langle v_x \rangle} = \frac{2\Delta x}{v_x(x) + v_x(x + \Delta x)}$$

$$v_z(x + \Delta x) = v_z(x) + a_z(x + \Delta x)\Delta t(x + \Delta x)$$

- Para cada  $\Delta x$

- ▶ Deslocamento

$$z(x + \Delta x) = z(x) + v_z(x)\Delta t(x + \Delta x) + \frac{1}{2}a_z(x + \Delta x)\Delta t^2(x + \Delta x)$$

- $z(\text{tela}) = \text{deslocamento do feixe}$