



## MAT0103 — COMPLEMENTOS DE MATEMÁTICA PARA CONTABILIDADE E ADMINISTRAÇÃO

### LISTA DE EXERCÍCIOS 5

PROFESSOR: PAOLO PICCIONE  
MONITORA: JACKELINE CONRADO

**Exercício 1.** Estude o gráfico das funções  $\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$  e  $\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ .

**Exercício 2.** Determine os pontos críticos e os extremos locais das seguintes funções:

- |  |                                     |
|--|-------------------------------------|
| (1) $f(x) = x^3 + 3x - 2$                        | (11) $f(x) = x^2 \ln(x)$            |
| (2) $f(x) = x + \frac{1}{x}$                     | (12) $h(x) = x - \ln(x)$            |
| (3) $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$                     | (13) $h(x) = \ln(\frac{x^3}{x-1})$  |
| (4) $f(x) = \frac{2}{x(x+1)}$                    | (14) $g(x) = \ln(\frac{x}{1+x^2})$  |
| (5) $g(x) = \frac{x^2}{1+x}$                     | (15) $f(x) = (1-x) \exp(x)$         |
| (6) $g(x) = x^2 \sqrt{2+x}$                      | (16) $f(x) = x \exp(\frac{1}{x^2})$ |
| (7) $g(x) = x^{\frac{2}{3}} + 2x^{-\frac{1}{3}}$ | (17) $f(x) = x^2 \exp(-x)$          |
| (8) $h(x) = (\frac{x-2}{x+2})^3$                 | (18) $f(x) = (x-x^2) \exp(-x)$      |
| (9) $h(x) = (1-x)(1+x)^3$                        | (19) $g(x) = \frac{\sinh(x)}{x}$    |
| (10) $g(x) = \ln(4-x)$                           | (20) $h(x) = \sinh(x^2)$            |

**Exercício 3.** Calcule o máximo e o mínimo das seguintes funções, no intervalo dado.

- (1)  $f(x) = \sin(x) + \cos(x), \quad 0 \leq x \leq 2\pi.$
- (2)  $f(x) = x + \cos(2x), \quad 0 \leq x \leq \pi.$
- (3)  $f(x) = \sin(x) \cos(x) - 3 \sin(x) + 2x, \quad 0 \leq x \leq 2\pi.$
- (4)  $f(x) = \tan(x) - x, \quad -\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{2}.$
- (5)  $f(x) = x\sqrt{4-x^2}, \quad -2 \leq x \leq 2.$
- (6)  $f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}, \quad -1 \leq x \leq 2.$
- (7)  $f(x) = \sin^2(x) - \sqrt{3} \cos(x), \quad 0 \leq x \leq \pi.$

### Gabarito

**Exercício 1:** Se  $f(x) = \cosh(x)$  então:

$$D(f) = \mathbb{R} \text{ e } \text{Im}(f) = \{y \in \mathbb{R} : y \geq 1\},$$

$f$  é crescente em  $[0, +\infty[$  e é descrecente em  $] -\infty, 0[$ ,

$f$  possui um ponto crítico,  $x = 0$ ,

$f$  não tem pontos de máximos e tem um ponto de mínimo global,  $x = 0$ ,

Os limites notáveis são  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ .

Se  $g(x) = \sinh(x)$  então:

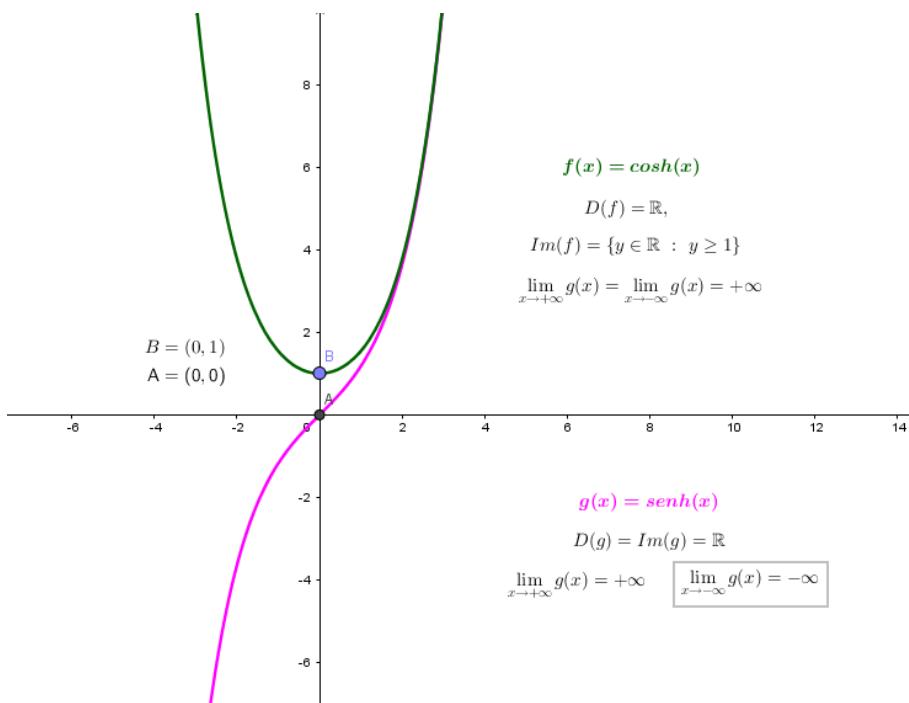
$$D(g) = \text{Im}(g) = \mathbb{R},$$

$g$  é crescente em  $\mathbb{R}$ ,

$g$  não possui pontos críticos,

$g$  não possui pontos de máximos e de mínimos,  $x = 0$  é um ponto de inflexão,

Os limites notáveis são  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$  e  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$ .



### Exercício 2:

- (1) não existem.
- (2) pontos críticos:  $x \in \{1, -1\}$ , máximo local:  $x = -1$ , mínimo local:  $x = 1$ .
- (3) não existem .
- (4) ponto crítico:  $x = -1/2$ , máximo local:  $x = -1/2$ .
- (5) pontos críticos:  $x \in \{0, -2\}$ , máximo local:  $x = -2$ , mínimo local:  $x = 0$ .

- (6) pontos críticos:  $x \in \{0, -2, -8/5\}$ , máximo local  $x = -8/5$ , mínimo  $x \in \{0, -2\}$ .  
(7) ponto crítico:  $x = 1$ , mínimo local  $x = 1$ .  
(8) ponto crítico:  $x = 2$ , máximo local  $x = 2$ .  
(9) pontos críticos:  $x \in \{-1, 1/2\}$ , máximo:  $x = 1/2$ .  
(10) não existem.  
(11) pontos críticos:  $x \in \{0, 1/\sqrt{e}\}$ , mínimo  $x = 1/\sqrt{e}$ .  
(12) ponto crítico:  $x = 1$ , mínimo  $x = 1$ .  
(13) ponto crítico:  $x = -3/2$ , mínimo local  $x = -3/2$ .  
(14) pontos críticos:  $x \in \{1, -1\}$ , máximo  $x = 1$ .  
(15) ponto crítico:  $x = 0$ , máximo  $x = 0$ .  
(16) pontos críticos:  $x \in \{\sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$ , máximo local  $x = -\sqrt{2}$ , mínimo local  $x = \sqrt{2}$ .  
(17) pontos críticos:  $x \in \{0, 2\}$ , mínimo local  $x = 0$ , máximo local:  $x = 2$   
(18) pontos críticos:  $x \in \{(3+\sqrt{5})/2, (3-\sqrt{5})/2\}$ , máximo  $x = (3-\sqrt{5})/2$ , mínimo  $x = (3+\sqrt{5})/2$ .  
(19) não existem.  
(20) ponto crítico  $x = 0$ , mínimo  $x = 0$ .

**Exercício 3:**

- (1) pontos críticos:  $\{\pi/4, 5\pi/4\}$ , máximo:  $\pi/4$  e mínimo:  $5\pi/4$ .  
(2) pontos críticos:  $\{\pi/12, 5\pi/12\}$ , máximo local:  $\pi/12$ , mínimo local:  $5\pi/12$ , máximo: 0 e mínimo:  $\pi$ .  
(3) pontos críticos:  $\{\pi/3, 5\pi/3\}$ , máximo:  $5\pi/3$  e mínimo:  $\pi/3$ .  
(4) ponto crítico:  $x = 0$ , 0 é ponto de inflexão,  $-\pi/3$  é ponto de mínimo.  
(5) pontos críticos:  $\{\sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$ , máximo:  $\sqrt{2}$  e mínimo  $-\sqrt{2}$ .  
(6) ponto crítico:  $x = 0$ , 0 é ponto de mínimo.  
(7) pontos críticos:  $\{0, \pi\}$ , 0 é ponto de mínimo e  $\pi$  é ponto de máximo.