Física Experimental IV

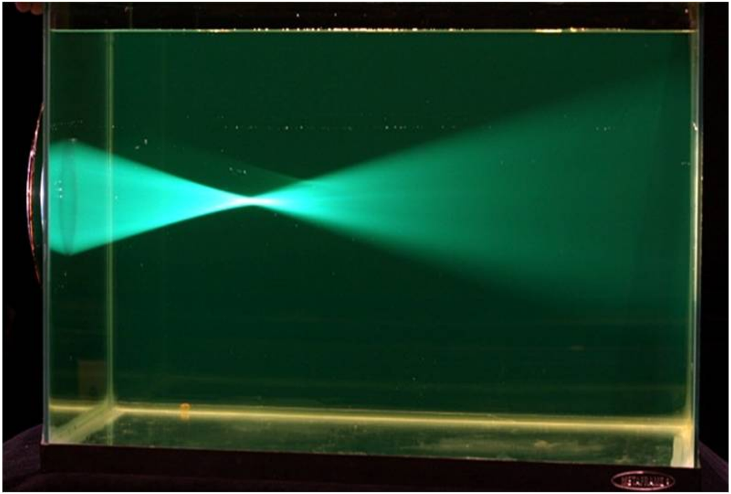
Segundo semestre de 2020

Experimento I - Atividade 2

Página da disciplina:
https://edisciplinas.usp.br/course/view.php?id=82701

2020

Experimento I - Experiencias básicas de óptica



Sumário

Sumário

Sumário

Objetivos do experimento

- Estudar algumas características da óptica geométrica e construir imagens a partir de objetos em uma lente.

Cronograma

- 2 atividades
  - Atividade 1
    - Alinhamento do sistema e lente delgada
  - Atividade 2
    - Determinação da distância focal de lentes convergente e divergente

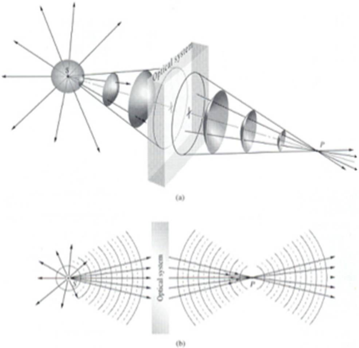
Sumário

Óptica geométrica

- Os comprimentos de onda típicos da luz visível estão entre 400 e 700 nm
  - Sistemas macroscópicos simples, do dia a dia, possuem dimensões tais que $\dfrac{\lambda}{d} < 10^{-3}$, ou seja, os efeitos ondulatórios são muito pequenos
- Neste caso, a óptica geométrica é aquela onde:
  - Podemos aproximar a luz por raios luminosos que se propagam de forma retilínea de um ponto a outro e os fenômenos ondulatórios podem ser desprezados

Sumário

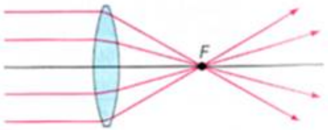
- Sistema refrator imerso em um meio
- O índice de refração da lente é diferente do meio e o seu formato é planejado de forma a alterar a direção dos raios luminosos incidentes



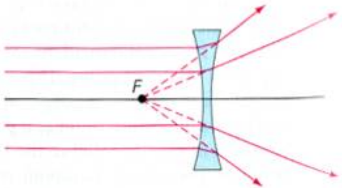
Tipos de lentes

- Lentes podem ser convergentes ou divergentes
  - Convergentes (positivas) aproximam os raios luminosos
  - Divergentes (negativas) afastam os raios luminosos

convergente



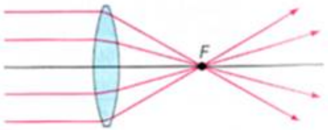
divergente



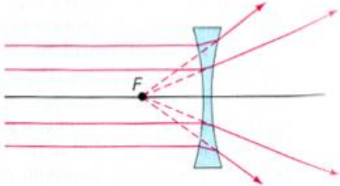
Lentes delgadas

- Toda lente delgada é caracterizada por uma distância focal, única e independente da face em que o raio luminoso atinge a lente
- A distância focal (f) é a distância entre o centro da lente e o ponto no qual todos os raios luminosos, incidentes paralelos ao eixo da lente, convergem (ou divergem)
  - Lentes convergentes: $f > 0$
  - Divergentes: $f < 0$

convergente

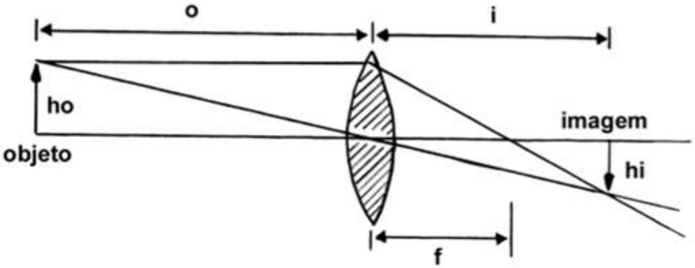


divergente



Algumas definições úteis

- Objeto e imagem de uma lente
  - ho = tamanho do objeto
  - hi = tamanho da imagem
  - o = distância do objeto ao centro da lente
  - i = distância da imagem ao centro da lente
  - f = distância focal da lente



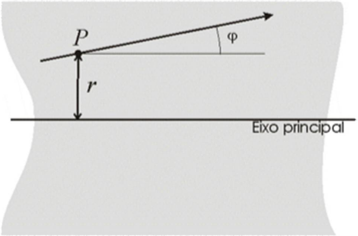
Sumário

Como calcular a trajetória de um raio luminoso?

- O cálculo das trajetórias de raios luminosos é bastante complexo e trabalhoso
- Necessita-se saber os ângulos de incidência em cada uma das superfícies, os respectivos índices de refração e as distâncias/formas das superfícies
- Uma técnica utilizada para estes cálculos é o método matricial

O método matricial

- Seja um raio luminoso R em um meio óptico qualquer. Podemos caracterizar, em qualquer ponto P, este raio luminoso pela distância ao eixo ótico principal (r) e o ângulo com este eixo (φ)
- Sendo assim, um ponto P qualquer pode ser escrito como um vetor de duas componentes



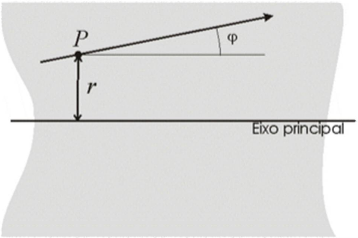
$$P = \begin{pmatrix} r \\ \varphi \end{pmatrix}$$

Aproximação de raio paraxial

- Para aplicar o método matricial nos moldes que iremos discutir, é necessário que os raios luminosos sejam paraxiais
- Um raio paraxial é aquele que incide na lente em ângulos pequenos, de tal modo que:

$$\cos\varphi \sim 1 \quad \text{e} \quad \text{sen}\varphi \sim \varphi$$

- Razoável para $\varphi < 10^\circ$

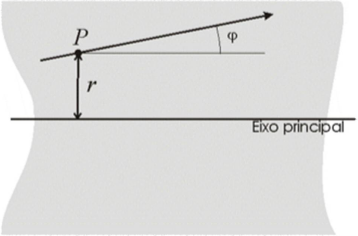


O método matricial

- O método matricial estabelece uma transformação de um ponto P_1 para outro ponto P_2 de um meio através de uma matriz de transformação M

$$P_2 = M \cdot P_1$$

$$P_1 = M^{-1} \cdot P_2$$



O método matricial

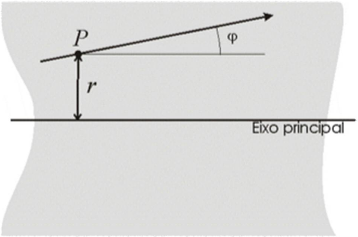
- O método matricial estabelece uma transformação de um ponto P_1 para outro ponto P_2 de um meio através de uma matriz de transformação M

$$P_2 = M \cdot P_1$$

$$P_1 = M^{-1} \cdot P_2$$

- Ou seja

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = M \cdot \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix}$$



O método matricial

- O método matricial estabelece uma transformação de um ponto P_1 para outro ponto P_2 de um meio através de uma matriz de transformação M

$$P_2 = M \cdot P_1$$

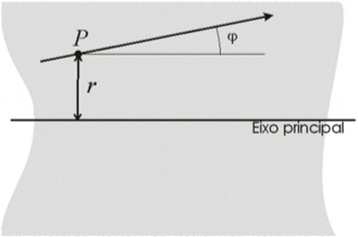
$$P_1 = M^{-1} \cdot P_2$$

- Ou seja

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = M \cdot \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix}$$

- M é dada por

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$$



Transformação de P_1 para P_2

- A transformação de um ponto P_1 para um ponto P_2 pode ser escrita como:

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix}$$

Transformação de P_1 para P_2

- A transformação de um ponto P_1 para um ponto P_2 pode ser escrita como:

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix}$$

$$r_2 = Ar_1 + B\varphi_1$$

$$\varphi_2 = Cr_1 + D\varphi_1$$

Múltiplas propagações

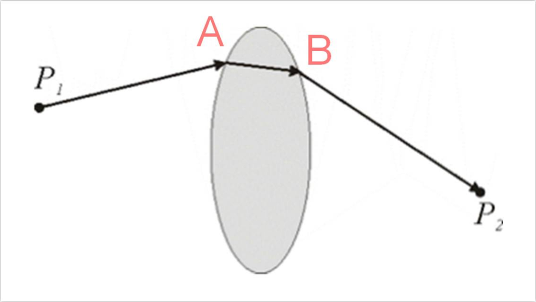
- A vantagem do método matricial é poder escrever a propagação de um raio luminoso por matrizes independentes para cada meio envolvido e combiná-las
- Seja, por exemplo, uma propagação do ponto P_1 para P_2 que passa por vários meios distintos. A transformação, neste caso, é:

$$P_2 = M_n \cdot M_{n-1} \cdot \ldots \cdot M_2 \cdot M_1 \cdot P_1$$

Exemplo: lente simples

- A transformação de P_1 para P_2 é dada por:

$$P_2 = M_{P_1 \to P_2} \cdot P_1$$

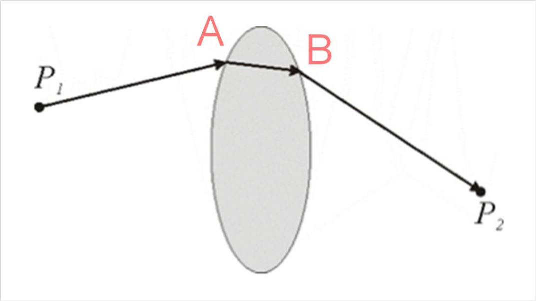


Exemplo: lente simples

- A transformação de P_1 para P_2 é dada por:

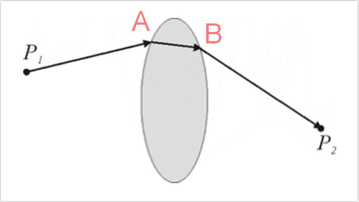
$$P_2 = M_{P_1 \to P_2} \cdot P_1$$

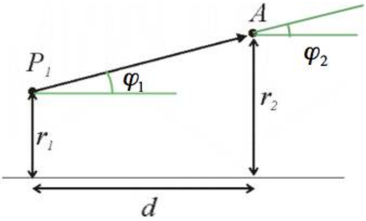
$$P_2 = M_{B \to P_2} \cdot M_{A \to B} \cdot M_{P_1 \to A} \cdot P_1$$



- Propagação em linha reta
- Equação de uma reta, conhecendo dois pontos

$$\varphi_2 = \varphi_1 \quad \tan\varphi_1 \sim \varphi_1$$



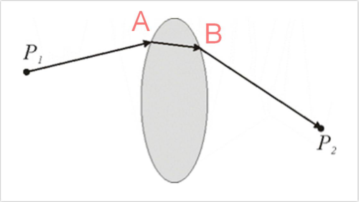


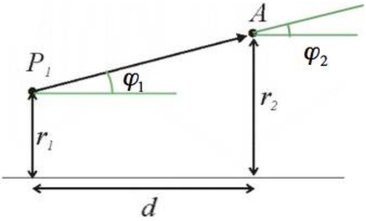
Propagação de $P_1 \to A$

- Propagação em linha reta
- Equação de uma reta, conhecendo dois pontos

$$\varphi_2 = \varphi_1 \quad \tan\varphi_1 \sim \varphi_1$$

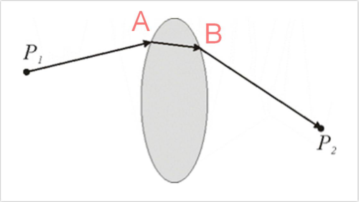
$$r_2 = r_1 + d\tan\varphi_1 \quad \Rightarrow \quad r_2 = r_1 + d\varphi_1$$





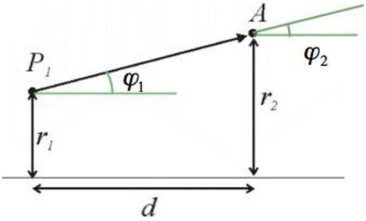
Propagação de $P_1 \to A$

- Propagação em linha reta
- Equação de uma reta, conhecendo dois pontos



$$\varphi_2 = \varphi_1 \quad \tan\varphi_1 \sim \varphi_1$$

$$r_2 = r_1 + d\tan\varphi_1 \quad \Rightarrow \quad r_2 = r_1 + d\varphi_1$$



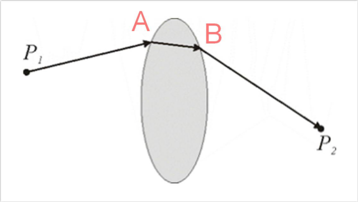
$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix}$$

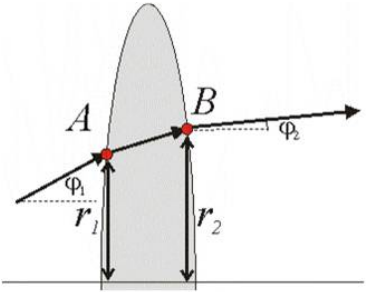
$$M_{P_1 \to A} = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Dentro da lente
- Ver texto no site para dedução desta expressão

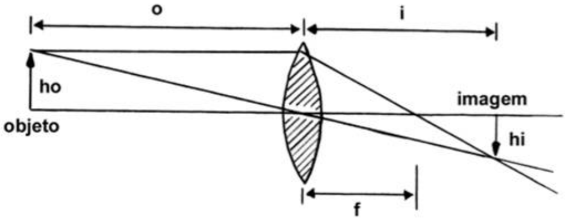
$$M_{A\rightarrow B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}$$

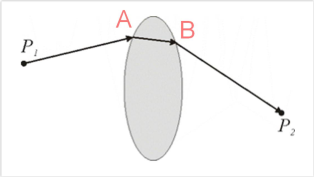
f = distância focal





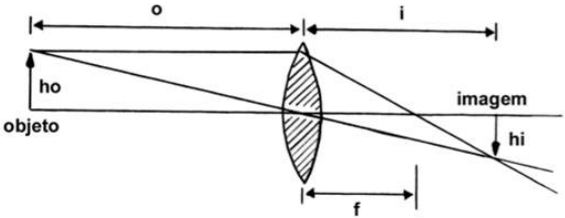
Transformação completa

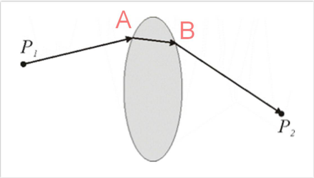




$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = M_{B\to P_2} \cdot M_{A\to B} \cdot M_{P_1\to A} \cdot \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix}$$

Transformação completa

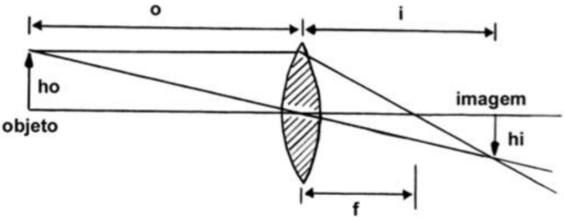


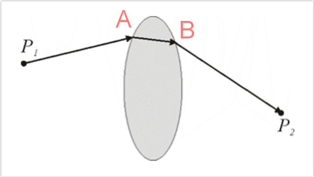


$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = M_{B\to P_2} \cdot M_{A\to B} \cdot M_{P_1\to A} \cdot \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & o \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix}$$

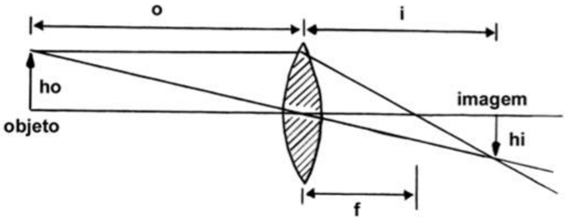
Transformação completa

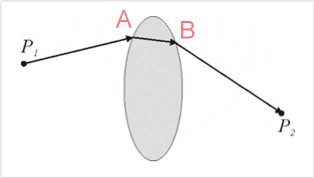




$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \dfrac{i}{f} & o - \dfrac{io}{f} + i \\ -\dfrac{1}{f} & 1 - \dfrac{o}{f} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} r_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix}$$

Transformação completa

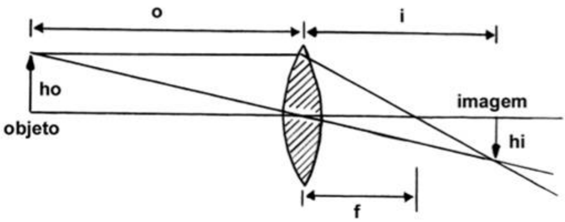


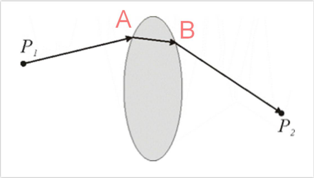


$$r_2 = \left(1 - \frac{i}{f}\right) r_1 + \left(o - \frac{io}{f} + i\right) \varphi_1$$

$$\varphi_2 = -\frac{1}{f} r_1 + \left(1 - \frac{o}{f}\right) \varphi_1$$

Transformação completa

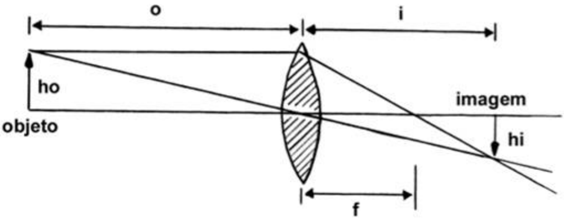


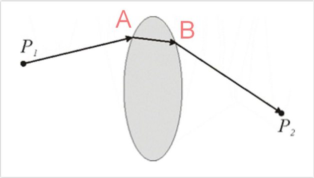


- Como todos os raios que saem de P_1 devem chegar em P_2, r_2 não pode depender do ângulo φ_1

$$r_2 = \left(1 - \frac{i}{f}\right) r_1 + \left(o - \frac{io}{f} + i\right) \varphi_1$$

Transformação completa



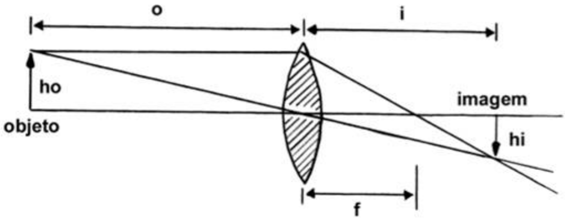


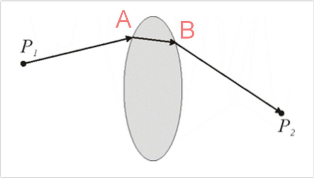
- Como todos os raios que saem de P_1 devem chegar em P_2, r_2 não pode depender do ângulo φ_1

$$r_2 = \left(1 - \frac{i}{f}\right) r_1 + \left(o - \frac{io}{f} + i\right) \varphi_1$$

$$\left(o - \frac{io}{f} + i\right) = 0$$

Transformação completa





- Como todos os raios que saem de P_1 devem chegar em P_2, r_2 não pode depender do ângulo φ_1

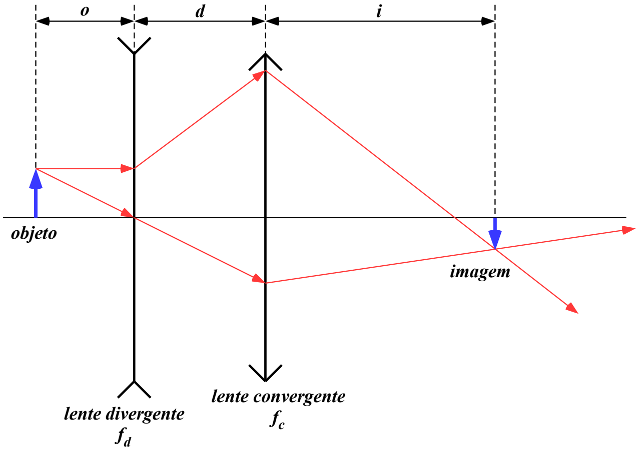
$$r_2 = \left(1 - \frac{i}{f}\right) r_1 + \left(o - \frac{io}{f} + i\right) \varphi_1$$

$$\left(o - \frac{io}{f} + i\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{o}$$

Sumário

Objetivos da atividade

- Estudar uma associação de lentes
  - Lente convergente + lente divergente

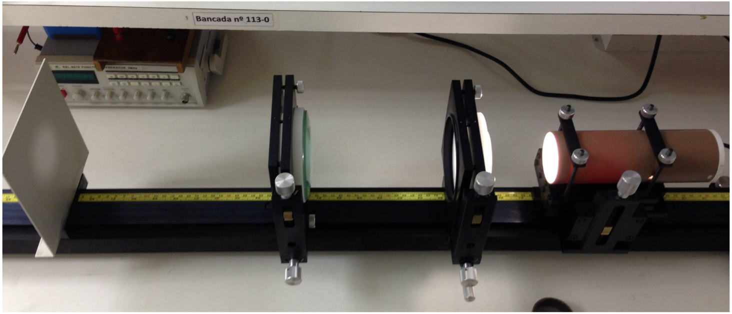


Atividade pré-lab: construção de um modelo físico adequado

- Encontrar a relação entre a posição da imagem gerada (i) em função da posição do objeto (o), mantendo fixa a distância entre as lentes (d)
  - **DICA**: use o método matricial
- Supondo $f_d = -10$ cm, $f_c = 20$ cm, $o = 50$ cm e $i = 75$ cm, calcule d.

Medida posição da imagem em função da posição do objeto

- Para cada posição do objeto (o) foi medida a posição da imagem (i) correspondente

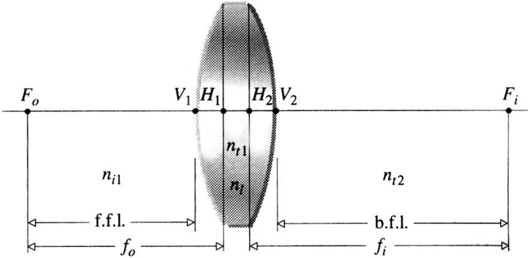


Análise

- Aplicar o modelo construído aos dados experimentais
  - Ajuste de dados. Avalie o χ^2 e resíduos do ajuste. É um bom ajuste?
  - Obter as distâncias focais das lentes convergente e divergente

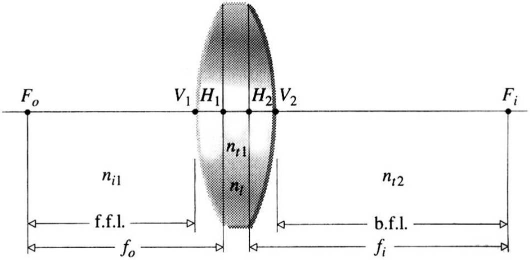
Sumário

- Na lente espessa muitas aproximações adotadas para lente delgada não são válidas.
  - Tanto a espessura como a forma da superfície da lente são importantes para estabelecer as relações entre objeto e imagem.



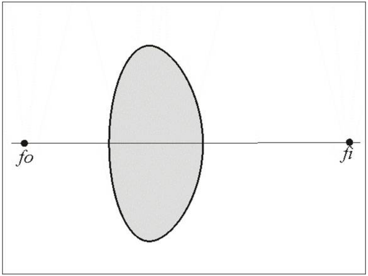
Lentes espessas: algumas definições

- As distâncias focais dependem do lado da lente. Costuma-se ter duas distâncias focais, f_o, ou foco objeto; e f_i, ou foco imagem.
- Estas distâncias são obtidas a partir dos planos principais da lente (H_1 e H_2)
  - Se a lente estiver imersa em um meio isotrópico (o meio tem o mesmo índice de refração de cada lado da lente) $f_o = f_i$

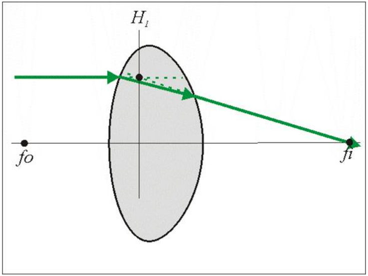


Lentes espessas: planos principais

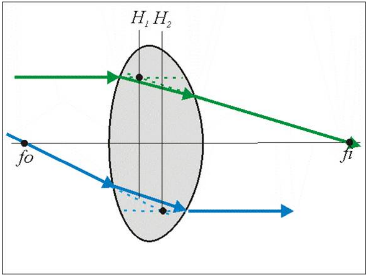
- A determinação dos planos principais corresponde ao cruzamento das extrapolações dos raios paralelos que convergem para o foco da lente. Isso é feito para os dois focos da lente (f_o e f_i)



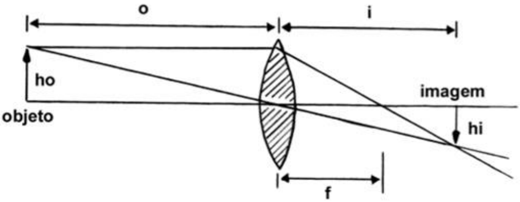
- A determinação dos planos principais corresponde ao cruzamento das extrapolações dos raios paralelos que convergem para o foco da lente. Isso é feito para os dois focos da lente (f_o e f_i)



- A determinação dos planos principais corresponde ao cruzamento das extrapolações dos raios paralelos que convergem para o foco da lente. Isso é feito para os dois focos da lente (f_o e f_i)



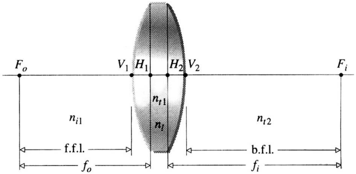
Para a lente delgada



$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}$$

Para a lente espessa

- A matriz de propagação é mais complexa, porém pode ser demonstrada (ver testo sobre óptica geométrica) e vale:



$$M = \begin{pmatrix} 1 - \frac{tP_1}{n} & \frac{t}{n} \\ \frac{tP_1P_2}{n} - P_1 - P_2 & 1 - \frac{tP_2}{n} \end{pmatrix}$$

- Onde:
  - t é a espessura da lente
  - n o índice de refração
  - P_i é a potência da superfície i $\left(P_1 = \frac{n-1}{R_1} \text{ e } P_2 = \frac{1-n}{R_2}\right)$
  - R_i o raio de curvatura da superfície i

No caso da lente espessa

- Uma consequência desta matriz de transformação é que:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) + \frac{(n-1)^2}{n}\frac{t}{R_1 R_2}$$

- Denominada equação do fabricante de lentes

No caso da lente espessa

- E as distâncias aos planos principais da lente são dadas por:

$$h_1 = \frac{t}{n\left(1 + \frac{P_1}{P_2} - t\frac{P_1}{n}\right)}$$

$$h_2 = \frac{t}{n\left(1 + \frac{P_2}{P_1} - t\frac{P_2}{n}\right)}$$