SEL0302 – Circuitos Elétricos II

Universidade de São Paulo
Escola de Engenharia de São Carlos
Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação
Prof. Rogério Andrade Flauzino

SEL0301 – Circuitos Elétricos I
Universidade de São Paulo
Escola de Engenharia de São Carlos
Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação
Prof. Rogério Andrade Flauzino

CAPÍTULO 1
CIRCUITOS POLIFÁSICOS
(TRIFÁSICOS EQUILIBRADOS)

1.1. Introdução

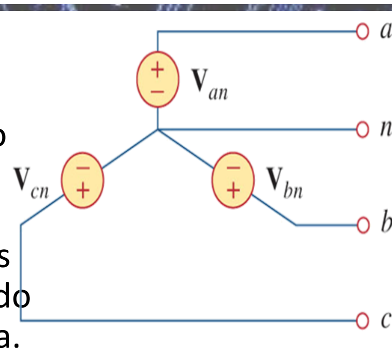
- O emprego de circuitos polifásicos, com destaque aos trifásicos, é uma constante em sistemas elétricos de potência.
- Pode-se definir um sistema polifásico como sendo aquele que, de forma bem específica, fornece uma alimentação que pode ser modelada por mais de uma fonte de alimentação.
- Nesse capítulo vamos destacar os sistemas trifásicos, a potência elétrica trifásica e o estudo de sistemas trifásicos balanceados.

1.2. Fontes de alimentação trifásicas

- As fontes de alimentação trifásicas podem ser conectadas basicamente de duas formas distintas:
  - conexão em estrela “Y”
  - conexão triângulo ou “Δ”

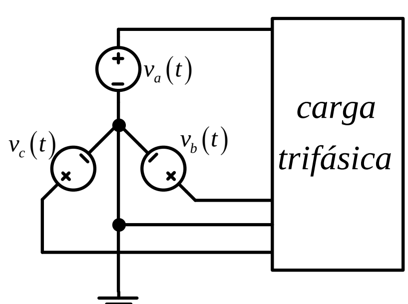
1.2. Fontes de alimentação trifásicas

- Conexão Estrela - "Y"
  - A principal característica dessa forma de conexão é o fato de que as fontes possuem um ponto comum de ligação que em situações prática vêm a ser o neutro do sistema elétrico de potência.
  - Ainda em termos práticos, esse neutro pode estar ou não disponível pra conexão com carga elétrica.

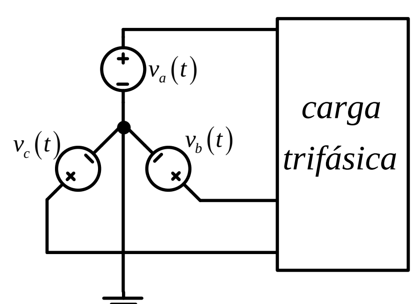


1.2. Fontes de alimentação trifásicas

- Conexão Estrela - "Y"
  - Desta forma, as seguintes possibilidades são viáveis:



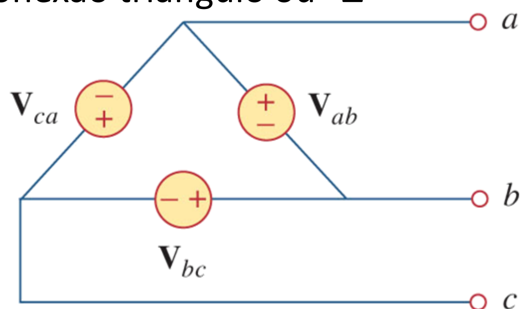
Carga trifásica a 4 fios



Carga trifásica a 3 fios

1.2. Fontes de alimentação trifásicas

- Conexão triângulo ou "Δ"



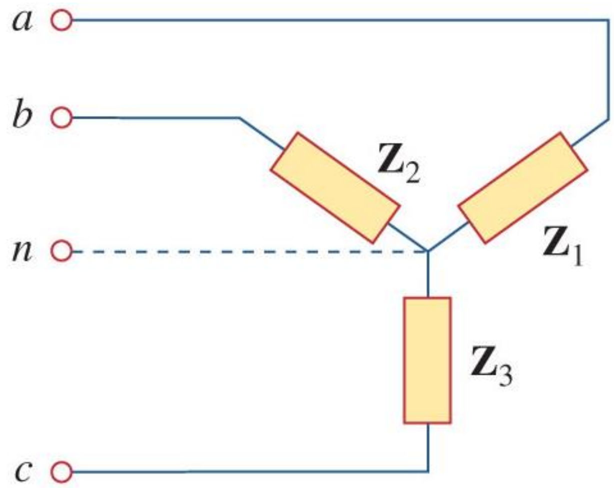
  - Diferentemente do que ocorre com as fontes em estrela, não existe ponto comum de ligação nas fontes conectadas em triângulo. Cada fonte tem um de seus terminais conectado a um outro terminal da fonte adjacente.

1.3. Cargas trifásicas

- Assim como as fontes de alimentação, as cargas trifásicas podem se apresentar em dois tipos de conexão:
  - conexão em estrela "Y"
  - conexão triângulo ou "Δ"

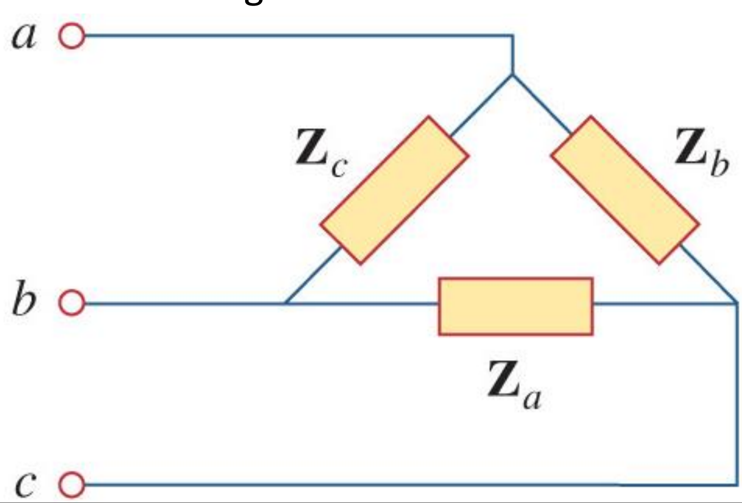
1.3. Cargas trifásicas

- Conexão em estrela "Y"



1.3. Cargas trifásicas

- Conexão triângulo ou "Δ"

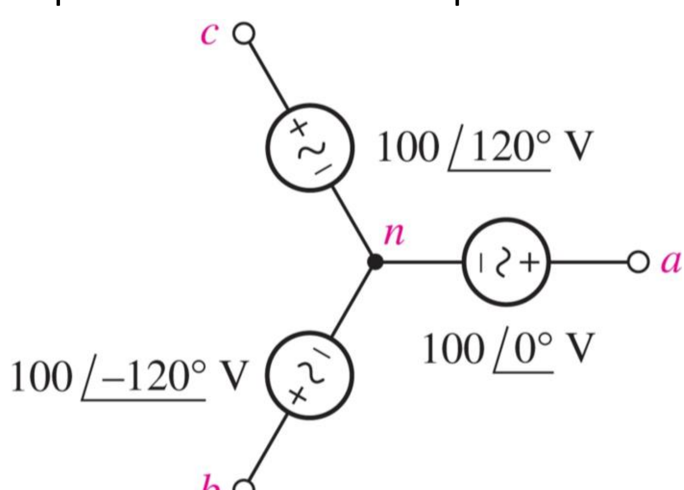


1.4. Sistemas trifásicos equilibrado, tensões de fase, tensões de linha, corrente de fase e corrente de linha

- Um sistema trifásico equilibrado é aquele onde as tensões possuem a mesma amplitude e cada qual encontra-se defasada uma da outra de 120 graus.
- Além disso, é necessário que o mesmo aconteça para as correntes, ou seja, elas devem possuir a mesma amplitude e estar defasadas entre sí de 120 graus.

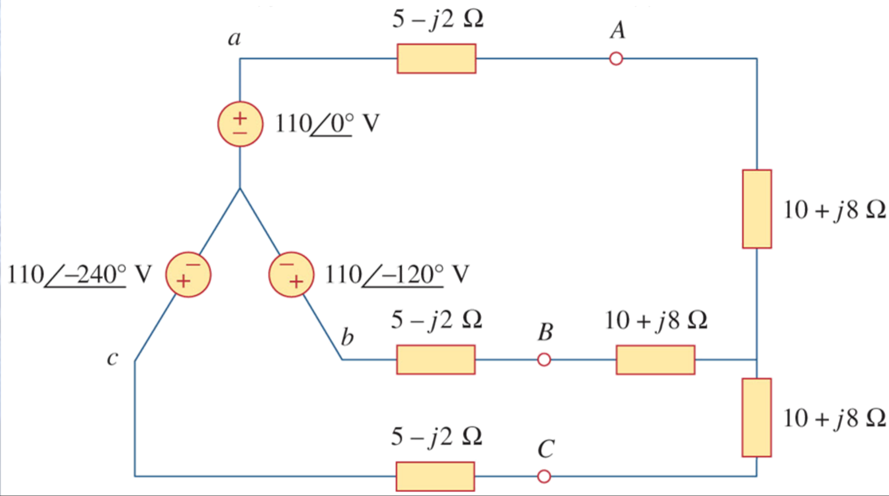
1.4. Sistemas trifásicos equilibrado, tensões de fase, tensões de linha, corrente de fase e corrente de linha

- Exemplo de fonte trifásica equilibrada



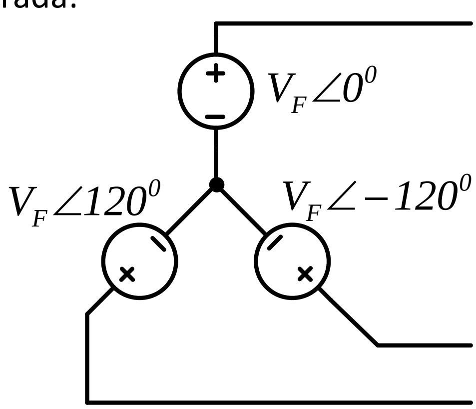
1.4. Sistemas trifásicos equilibrado, tensões de fase, tensões de linha, corrente de fase e corrente de linha

- Exemplo de sistema trifásico equilibrado



1.4. Sistemas trifásicos equilibrado, tensões de fase, tensões de linha, corrente de fase e corrente de linha

- Tensão de Fase e Tensão de Linha
  - Vamos considerar a seguinte fonte trifásica equilibrada:



1.4. Sistemas trifásicos equilibrado, tensões de fase, tensões de linha, corrente de fase e corrente de linha

- Tensão de Fase e Tensão de Linha
  - Define-se como tensão de fase a tensão entre a fase e o neutro.
  - Então para o sistema em questão, as tensões de fase são:

$$V_A = V_F \angle 0^0$$
$$V_B = V_F \angle -120^0$$
$$V_C = V_F \angle 120^0$$

1.4. Sistemas trifásicos equilibrado, tensões de fase, tensões de linha, corrente de fase e corrente de linha

- Tensão de Fase e Tensão de Linha
  - A tensão de linha é definida pela tensão entre fases adjacentes.
  - Continuando ainda com o exemplo, tem-se:

$$V_{AB} = V_A - V_B = V_F \underline{\lfloor 0^0} - V_F \underline{\lfloor -120^0}$$
$$V_{AB} = V_F \left(1\underline{\lfloor 0^0} - 1\underline{\lfloor -120^0} \right)$$
$$V_{AB} = V_F \left(\cos(0) - \left(\cos\left(120^o\right) - j\,\mathrm{sen}\left(120^o\right) \right) \right)$$

1.4. Sistemas trifásicos equilibrado, tensões de fase, tensões de linha, corrente de fase e corrente de linha

- Tensão de Fase e Tensão de Linha

$$V_{AB} = V_F \left(\cos(0) - \left(\cos(120^o) - j\,\text{sen}(120^o) \right) \right)$$

$$V_{AB} = V_F \left(1 - \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right)$$

$$V_{AB} = V_F \left(\frac{3}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$V_{AB} = V_F \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} \underline{\left| \arctan\left(\frac{\sqrt{3}/2}{3/2} \right) \right.}$$

1.4. Sistemas trifásicos equilibrado, tensões de fase, tensões de linha, corrente de fase e corrente de linha

- Tensão de Fase e Tensão de Linha

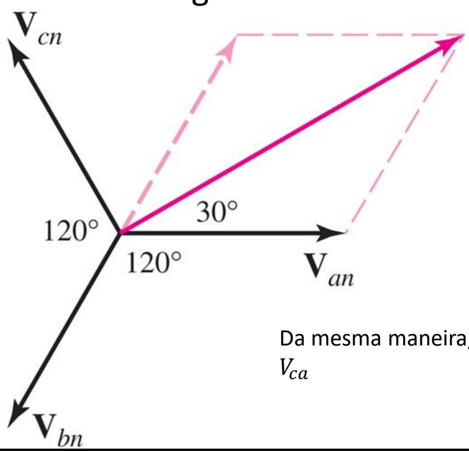
$$V_{AB} = V_F \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} \underline{\left| \arctan\left(\frac{\sqrt{3}/2}{3/2} \right) \right.}$$

$$V_{AB} = V_F \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{3}{4}} \underline{\left| \arctan\left(\frac{\sqrt{3}}{3} \right) \right.}$$

$$V_{AB} = V_F \sqrt{3} \underline{\left| 30^o \right.}$$

1.4. Sistemas trifásicos equilibrado, tensões de fase, tensões de linha, corrente de fase e corrente de linha

- Tensão de Fase e Tensão de Linha
  - Em termos de diagrama de fases:

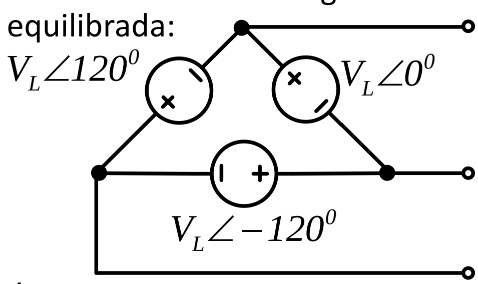


$\mathbf{V}_{ab} = \mathbf{V}_{an} - \mathbf{V}_{bn}$

Da mesma maneira, vamos calcular V_{bc} e V_{ca}

1.4. Sistemas trifásicos equilibrado, tensões de fase, tensões de linha, corrente de fase e corrente de linha

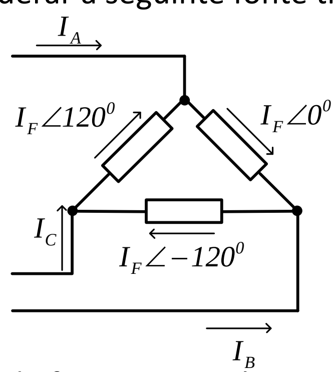
- Tensão de Fase e Tensão de Linha
  - Vamos considerar a seguinte fonte trifásica equilibrada:



  - É possível observar que não há ponto comum de conexão.
  - Assim, por definição, tensão de linha será igual à tensão de fase.

1.4. Sistemas trifásicos equilibrado, tensões de fase, tensões de linha, corrente de fase e corrente de linha

- Corrente de Fase e Corrente de Linha
  - Vamos considerar a seguinte fonte trifásica equilibrada:



  - As correntes de fase são aquelas que circulam pelas impedâncias da carga ou pelas fontes de alimentação.

1.4. Sistemas trifásicos equilibrado, tensões de fase, tensões de linha, corrente de fase e corrente de linha

- Corrente de Fase e Corrente de Linha
  - Pela lei de Kirschhoff das correntes:

$$I_A + I_F\angle 120^0 = I_F\angle 0^0$$

$$I_B + I_F\angle 0^0 = I_F\angle = 120^0$$

$$I_C + I_F\angle -120^0 = I_F\angle -120^0$$

1.4. Sistemas trifásicos equilibrado, tensões de fase, tensões de linha, corrente de fase e corrente de linha

- Corrente de Fase e Corrente de Linha
  - Pela lei de Kirschhoff das correntes:

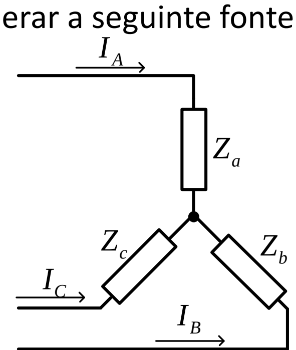
$$I_A = \sqrt{3} I_F \angle -30^0$$

$$I_B = \sqrt{3} I_F \angle -150^0$$

$$I_C = \sqrt{3} I_F \angle +90^0$$

1.4. Sistemas trifásicos equilibrado, tensões de fase, tensões de linha, corrente de fase e corrente de linha

- Corrente de Fase e Corrente de Linha
  - Vamos considerar a seguinte fonte trifásica equilibrada:



  - Considerando uma carga conectada em estrela tem-se que as correntes de linha são iguais às correntes de fase.

1.4. Sistemas trifásicos equilibrado, tensões de fase, tensões de linha, corrente de fase e corrente de linha

- Resumo

Conexão	Tensões	Correntes
Estrela ou "Y"	$V_{Linha} = \sqrt{3} \, . \, V_{Fase}$	$I_{Linha} = I_{Fase}$
Triângulo ou "Δ"	$V_{Linha} = V_{Fase}$	$I_{Linha} = \sqrt{3} \, . \, I_{Fase}$

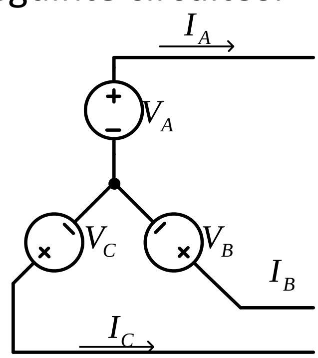
1.5. Potência em sistemas trifásicos

- A potência ativa total será resultado do somatório das potências ativas de cada fase.
  - $P_{3\emptyset} = P_A + P_B + P_C$
- O mesmo é válido para as potências reativas:
  - $Q_{3\emptyset} = Q_A + Q_B + Q_C$
- E para a potência aparente e fator de potência:
  - $S_{3\emptyset} = \sqrt{{P_{3\emptyset}}^2 + {Q_{3\emptyset}}^2}$
  - $fp_{3\emptyset} = \frac{P_{3\emptyset}}{S_{3\emptyset}}$

Essas definições são válidas para quaisquer sistemas trifásicos: Equilibrados ou não.

1.5. Potência em sistemas trifásicos

- Vamos considerar o seguinte circuitos:
  - $V_A = V_F\angle 0^o$
  - $V_B = V_F\angle -120^o$
  - $V_C = V_F\angle 120^o$
  - $I_A = I_F\angle\theta$
  - $I_B = I_F\angle\theta - 120^o$
  - $I_C = I_F\angle\theta + 120^o$



1.5. Potência em sistemas trifásicos

- Vamos calcular a potência complexa associada a cada fase:
  - $\dot{S}_A = \dot{V}_A\dot{I}_A^{\ *} = V_F\angle 0^o(I_F\angle\theta\ )^* = V_F I_F\angle -\theta$
  - $\dot{S}_A = P_A + jQ_A = V_F I_F\cos(\theta) - jV_F I_F\,\mathrm{sen}(\theta)$

  - $\dot{S}_B = \dot{V}_B\dot{I}_B^{\ *} = V_F\angle -120^o(I_F\angle\theta - 120^o)^* = V_F I_F\angle -\theta$
  - $\dot{S}_B = P_B + jQ_B = V_F I_F\cos(\theta) - jV_F I_F\,\mathrm{sen}(\theta)$

  - $\dot{S}_C = \dot{V}_C\dot{I}_C^{\ *} = V_F\angle -120^o(I_F\angle\theta - 120^o)^* = V_F I_F\angle -\theta$
  - $\dot{S}_C = P_C + jQ_C = V_F I_F\cos(\theta) - jV_F I_F\,\mathrm{sen}(\theta)$

1.5. Potência em sistemas trifásicos

- Dos resultados anteriores é possível verificar que:
  - $\dot{S_A} = \dot{S_B} = \dot{S_C}$
  - O que implica dizer que as componentes de potência (ativa, reativa e aparente) também serão iguais entre si.
  - Tomando, por exemplo, a potência aparente, é possível escrever:
  - $S_{3\phi} = S_A + S_B + S_C$ (somente possível pois o sistema é equilibrado)

1.5. Potência em sistemas trifásicos

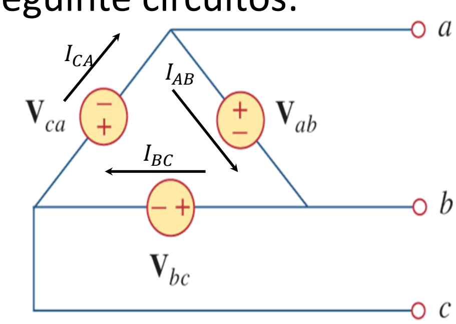
- Logo:
  - $S_{3\phi} = S_A + S_B + S_C$
  - $S_{3\phi} = V_F I_F + V_F I_F + V_F I_F$
  - $S_{3\phi} = 3V_F I_F$
- Contudo, sabemos que em uma conexão estrela as seguintes igualdades são válidas:
  - $V_L = \sqrt{3} V_F$
  - $I_L = I_F$

1.5. Potência em sistemas trifásicos

- Dessa forma:
  - $S_{3\phi} = 3V_F I_F$
  - $S_{3\phi} = 3\frac{V_L}{\sqrt{3}} I_L$
  - $S_{3\phi} = 3\frac{V_L}{\sqrt{3}} I_L \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$
  - $S_{3\phi} = \sqrt{3} V_L I_L$
- Assim, em uma conexão estrela, a potência pode ser calculada da seguinte maneira:
  - $S_{3\phi} = 3V_F I_F$ (Potência em termos de grandezas de fase)
  - $S_{3\phi} = \sqrt{3} V_L I_L$ (Potência em termos de grandezas de linha)

1.5. Potência em sistemas trifásicos

- Vamos considerar o seguinte circuitos:
  - $V_{AB} = V_L\angle 0^o$
  - $V_{BC} = V_L\angle -120^o$
  - $V_{CA} = V_L\angle 120^o$
  - $I_{AB} = I_F\angle\theta$
  - $I_{BC} = I_F\angle\theta - 120^o$
  - $I_{CA} = I_F\angle\theta + 120^o$



1.5. Potência em sistemas trifásicos

- Vamos calcular a potência complexa associada a cada fase:
  - $\dot{S_{AB}} = \dot{V_{AB}}\dot{I_{AB}}^* = V_L\angle 0^o (I_F\angle\theta)^* = V_L I_F \angle -\theta$
  - $\dot{S_{AB}} = P_A + jQ_A = V_L I_F \cos(\theta) - jV_L I_F \operatorname{sen}(\theta)$

  - $\dot{S_{BC}} = \dot{V_{BC}}\dot{I_{BC}}^* = V_L\angle -120^o (I_F\angle\theta - 120^o)^* = V_L I_F \angle -\theta$
  - $\dot{S_{BC}} = P_{BC} + jQ_{BC} = V_L I_F \cos(\theta) - jV_L I_F \operatorname{sen}(\theta)$

  - $\dot{S_{CA}} = \dot{V_{CA}}\dot{I_{CA}}^* = V_L\angle -120^o (I_F\angle\theta - 120^o)^* = V_L I_F \angle -\theta$
  - $\dot{S_{CA}} = P_{CA} + jQ_{CA} = V_L I_F \cos(\theta) - jV_L I_F \operatorname{sen}(\theta)$

1.5. Potência em sistemas trifásicos

- Dos resultados anteriores é possível verificar que:
  - $\dot{S_{AB}} = \dot{S_{BC}} = \dot{S_{CA}}$
  - O que implica dizer que as componentes de potência (ativa, reativa e aparente) também serão iguais entre si.
  - Tomando, por exemplo, a potência aparente, é possível escrever:
  - $S_{3\phi} = S_{AB} + S_{BB} + S_{CA}$

1.5. Potência em sistemas trifásicos

- Logo:
  - $S_{3\phi} = S_{AB} + S_{BC} + S_{CA}$
  - $S_{3\phi} = V_L I_F + V_L I_F + V_L I_F$
  - $S_{3\phi} = 3V_L I_F$
- Contudo, sabemos que em uma conexão triângulo as seguintes igualdades são válidas:
  - $V_L = V_F$
  - $I_L = \sqrt{3} I_F$

1.5. Potência em sistemas trifásicos

- Dessa forma:
  - $S_{3\phi} = 3V_F I_F$
  - $S_{3\phi} = 3V_L \frac{I_L}{\sqrt{3}}$
  - $S_{3\phi} = 3V_L \frac{I_L}{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$
  - $S_{3\phi} = \sqrt{3} V_L I_L$
- Assim, em uma conexão estrela, a potência pode ser calculada da seguinte maneira:
  - $S_{3\phi} = 3V_F I_F$ (Potência em termos de grandezas de fase)
  - $S_{3\phi} = \sqrt{3} V_L I_L$ (Potência em termos de grandezas de linha)

1.5. Potência em sistemas trifásicos

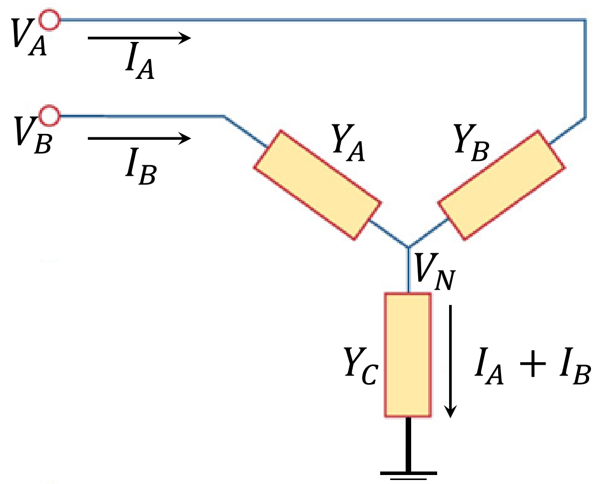
- Resumo:
  - Independente da conexão, a potência elétrica trifásica em sistemas equilibrados podem ser calculas da seguinte maneira:
  - $S_{3\phi} = 3V_F I_F$ (Potência em termos de grandezas de fase)
  - $S_{3\phi} = \sqrt{3} V_L I_L$ (Potência em termos de grandezas de linha)
- **Pergunta: Se formos adotar uma única forma de cálculo, qual seria?**

1.6. Transformação de "Y" para "Δ" e de "Δ" para "Y"

- Quando se tem uma carga em estrela, é possível obter o equivalente triângulo da mesma. O mesmo é possível quando se tem uma carga conectada em triângulo, ou seja, é possível encontrar o equivalente estrela desta última.
- Essa equivalência permite a associação série e paralelo entre impedância.

1.6. Transformação de "Y" para "Δ" e de "Δ" para "Y"

- A) Transformação de "Y" para "Δ"



1.6. Transformação de "Y" para "Δ" e de "Δ" para "Y"

- A) Transformação de "Y" para "Δ"
  - Do circuito anterior tem-se que:
    - $I_A = (V_A - V_N)Y_A$
    - $I_B = (V_B - V_N)Y_B$
    - $I_A + I_B = V_N Y_C$
  - Substituindo I_A e I_B na última equação, tem-se:
    - $I_A + I_B = V_N Y_C$
    - $(V_A - V_N)Y_A + (V_B - V_N)Y_B = V_N Y_C$
    - $V_A Y_A + V_B Y_B = V_N(Y_A + Y_B + Y_C)$
    - $V_N = \frac{V_A Y_A + V_B Y_B}{Y_A + Y_B + Y_C}$

1.6. Transformação de "Y" para "Δ" e de "Δ" para "Y"

- A) Transformação de "Y" para "Δ"
  - Substituindo V_N em I_A, tem-se:
    - $I_A = (V_A - V_N)Y_A$
    - $I_A = \left(V_A - \frac{V_A Y_A + V_B Y_B}{Y_A + Y_B + Y_C}\right) Y_A$
    - $I_A = \left(\frac{V_A Y_A + V_A Y_B + V_A Y_C - V_A Y_A - V_B Y_B}{Y_A + Y_B + Y_C}\right) Y_A$
    - $I_A = \frac{Y_A Y_B + Y_A Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} V_A - \frac{Y_A Y_B}{Y_A + Y_B + Y_C} V_B$

1.6. Transformação de "Y" para "Δ" e de "Δ" para "Y"

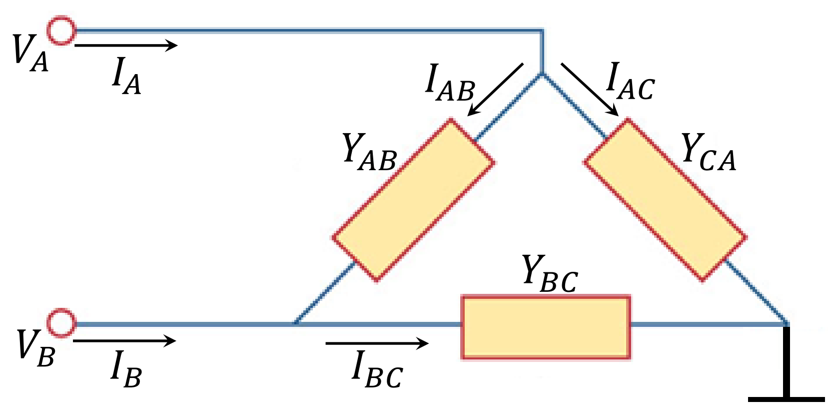
- A) Transformação de "Y" para "Δ"
  - Substituindo V_N em I_B, tem-se:
    - $I_B = (V_B - V_N)Y_B$
    - $I_B = \left(V_B - \frac{V_A Y_A + V_B Y_B}{Y_A + Y_B + Y_C}\right) Y_B$
    - $I_B = \left(\frac{V_B Y_A + V_B Y_B + V_B Y_C - V_A Y_A - V_B Y_B}{Y_A + Y_B + Y_C}\right) Y_B$
    - $I_B = -\frac{Y_A Y_B}{Y_A + Y_B + Y_C} V_A + \frac{Y_A Y_B + Y_B Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} V_B$

1.6. Transformação de "Y" para "Δ" e de "Δ" para "Y"

- A) Transformação de "Y" para "Δ"
  - Resumindo, tem-se as seguintes equações para as correntes:
    - $I_A = \frac{Y_A Y_B + Y_A Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} V_A - \frac{Y_A Y_B}{Y_A + Y_B + Y_C} V_B$
    - $I_B = -\frac{Y_A Y_B}{Y_A + Y_B + Y_C} V_A + \frac{Y_A Y_B + Y_B Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} V_B$

1.6. Transformação de "Y" para "Δ" e de "Δ" para "Y"

- A) Transformação de "Y" para "Δ"



1.6. Transformação de "Y" para "Δ" e de "Δ" para "Y"

- A) Transformação de "Y" para "Δ"
  - Do circuito anterior tem-se que:
    - $I_A = I_{AB} + I_{AC}$
    - $I_B = I_{BC} - I_{AB}$
  - onde:
    - $I_{AB} = (V_A - V_B)Y_{AB}$
    - $I_{AC} = V_A Y_{CA}$
    - $I_{BC} = V_B Y_{BC}$

1.6. Transformação de "Y" para "Δ" e de "Δ" para "Y"

- A) Transformação de "Y" para "Δ"
  - Substituindo as correntes de fase nas equações das correntes de linha:
    - $I_A = I_{AB} + I_{AC}$
    - $I_A = (V_A - V_B)Y_{AB} + V_A Y_{CA}$
    - $I_A = V_A(Y_{AB} + Y_{CA}) - V_B Y_{AB}$

    - $I_B = I_{BC} - I_{AB}$
    - $I_B = V_B Y_{BC} - (V_A - V_B)Y_{AB}$
    - $I_B = -V_A Y_{AB} + V_B(Y_{BC} + Y_{AB})$

1.6. Transformação de "Y" para "Δ" e de "Δ" para "Y"

- A) Transformação de "Y" para "Δ"
  - Para que as cargas sejam equivalentes é necessário que as correntes sejam iguais, ou seja:
    - $I_A = \frac{Y_A Y_B + Y_A Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} V_A - \frac{Y_A Y_B}{Y_A + Y_B + Y_C} V_B$
    - $I_A = V_A (Y_{AB} + Y_{CA}) - V_B Y_{AB}$

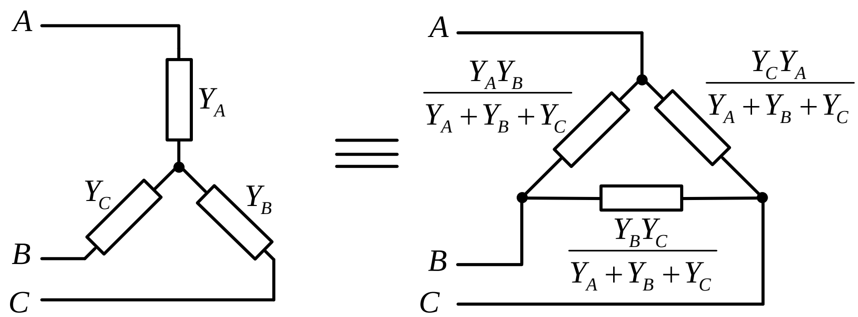
    - $I_B = -\frac{Y_A Y_B}{Y_A + Y_B + Y_C} V_A + \frac{Y_A Y_B + Y_B Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} V_B$
    - $I_B = -V_A Y_{AB} + V_B (Y_{BC} + Y_{AB})$

1.6. Transformação de "Y" para "Δ" e de "Δ" para "Y"

- A) Transformação de "Y" para "Δ"
  - $Y_{AB} = \frac{Y_A Y_B}{Y_A + Y_B + Y_C}$
  - $Y_{BC} = \frac{Y_B Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C}$
  - $Y_{CA} = \frac{Y_C Y_A}{Y_A + Y_B + Y_C}$

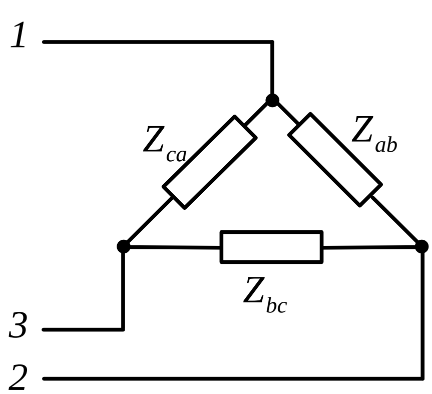
1.6. Transformação de "Y" para "Δ" e de "Δ" para "Y"

- A) Transformação de "Y" para "Δ"



1.6. Transformação de "Y" para "Δ" e de "Δ" para "Y"

- B) Transformação de "Δ" para "Y"

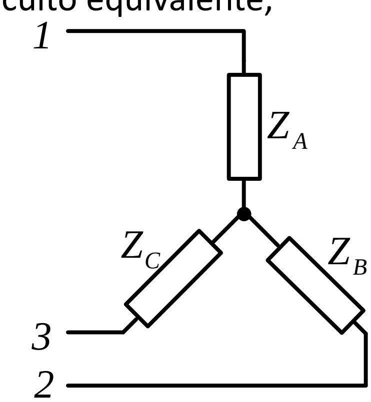


1.6. Transformação de "Y" para "Δ" e de "Δ" para "Y"

- B) Transformação de "Δ" para "Y"
  - Para delinearmos essa transformação vamos proceder com o cálculo da impedância equivalente entre cada terminal:
    - $Z_{12} = \frac{Z_{AB}(Z_{BC}+Z_{CA})}{Z_{AB}+Z_{BC}+Z_{CA}}$
    - $Z_{23} = \frac{Z_{BC}(Z_{AB}+Z_{CA})}{Z_{AB}+Z_{BC}+Z_{CA}}$
    - $Z_{31} = \frac{Z_{CA}(Z_{AB}+Z_{BC})}{Z_{AB}+Z_{BC}+Z_{CA}}$

1.6. Transformação de "Y" para "Δ" e de "Δ" para "Y"

- B) Transformação de "Δ" para "Y"
  - Fazendo o mesmo para o circuito equivalente, tem-se:
    - $Z_{12} = Z_A + Z_B$
    - $Z_{23} = Z_B + Z_C$
    - $Z_{31} = Z_A + Z_C$



1.6. Transformação de “Y” para “Δ” e de “Δ” para “Y”

- B) Transformação de “Δ” para “Y” – Cálculo de Z_A
  - $Z_{12} = Z_A + Z_B$
  - $Z_{23} = Z_B + Z_C$
  - $Z_{31} = Z_A + Z_C$
  - Fazendo $Z_{12} - Z_{23} + Z_{31}$, tem-se:
    - $Z_{12} - Z_{23} + Z_{31} = Z_A + Z_B - Z_B - Z_C + Z_A + Z_C$
    - $Z_{12} - Z_{23} + Z_{31} = 2Z_A$
    - $2Z_A = \frac{Z_{AB}(Z_{BC}+Z_{CA})}{Z_{AB}+Z_{BC}+Z_{CA}} - \frac{Z_{BC}(Z_{AB}+Z_{CA})}{Z_{AB}+Z_{BC}+Z_{CA}} + \frac{Z_{CA}(Z_{AB}+Z_{BC})}{Z_{AB}+Z_{BC}+Z_{CA}}$
    - $Z_A = \frac{Z_{AB}Z_{CA}}{Z_{AB}+Z_{BC}+Z_{CA}}$

1.6. Transformação de “Y” para “Δ” e de “Δ” para “Y”

- B) Transformação de “Δ” para “Y” – Cálculo de Z_B
  - $Z_{12} = Z_A + Z_B$
  - $Z_{23} = Z_B + Z_C$
  - $Z_{31} = Z_A + Z_C$
  - Fazendo $Z_{12} + Z_{23} - Z_{31}$, tem-se:
    - $Z_{12} + Z_{23} - Z_{31} = Z_A + Z_B + Z_B + Z_C - Z_A - Z_C$
    - $Z_{12} + Z_{23} - Z_{31} = 2Z_B$
    - $2Z_B = \frac{Z_{AB}(Z_{BC}+Z_{CA})}{Z_{AB}+Z_{BC}+Z_{CA}} + \frac{Z_{BC}(Z_{AB}+Z_{CA})}{Z_{AB}+Z_{BC}+Z_{CA}} - \frac{Z_{CA}(Z_{AB}+Z_{BC})}{Z_{AB}+Z_{BC}+Z_{CA}}$
    - $Z_B = \frac{Z_{AB}Z_{BC}}{Z_{AB}+Z_{BC}+Z_{CA}}$

1.6. Transformação de "Y" para "Δ" e de "Δ" para "Y"

- B) Transformação de "Δ" para "Y" – Cálculo de Z_C
  - $Z_{12} = Z_A + Z_B$
  - $Z_{23} = Z_B + Z_C$
  - $Z_{31} = Z_A + Z_C$
  - Fazendo $-Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}$, tem-se:
    - $-Z_{12} + Z_{23} + Z_{31} = -Z_A - Z_B + Z_B + Z_C + Z_A + Z_C$
    - $-Z_{12} + Z_{23} + Z_{31} = 2Z_C$
    - $2Z_C = -\frac{Z_{AB}(Z_{BC}+Z_{CA})}{Z_{AB}+Z_{BC}+Z_{CA}} + \frac{Z_{BC}(Z_{AB}+Z_{CA})}{Z_{AB}+Z_{BC}+Z_{CA}} + \frac{Z_{CA}(Z_{AB}+Z_{BC})}{Z_{AB}+Z_{BC}+Z_{CA}}$
    - $Z_C = \frac{Z_{BC}Z_{CA}}{Z_{AB}+Z_{BC}+Z_{CA}}$

Exemplo