
Capítulo 2

Processos fundamentais em Altas Energias

Gênese do conceito do fóton

Processos relevantes para os fótons de alta energia (absorção e espalhamento)

Efeito fotoelétrico. Espalhamento Compton. Produção de pares. Seção de choque total e coeficiente de absorção por unidade de massa

Processos relevantes para os fótons de alta energia (emissão)

Radiação de corpo negro. Radiação de bremsstrahlung. Radiação de síncrotron.

Radiação de Čerenkov. Fontes de pósitrons e aniquilação de pares (linhas de emissão)

Gênese do conceito do fóton

A longa e fascinante história do estudo da luz e dos fenômenos eletromagnéticos (unificados por meio das equações de Maxwell) passou por vários estágios até chegarmos à visão contemporânea. Sem entrarmos em detalhe do pensamento antigo, no começo do século 18 foi registrada uma importante contribuição fundacional: a publicação das ideias de Newton no seu livro *Opticks* (1704), onde Newton contesta a natureza da luz aceita até então e que se remontava aos tempos de Aristóteles, colocando assim as bases para uma extensiva discussão posterior. Newton defende um quadro mecanicista para a luz, argumenta que está composta de corpúsculos materiais e desenvolve deduções científicas que começam com uma série de experimentos com a luz, incluído o seu famoso exemplo da decomposição cromática desta na passagem por um prisma.

O impacto desta obra foi muito grande, e marcou o caminho para desenvolvimentos importantes. De fato quase um século depois da publicação de Newton, Young e Fresnel efetuaram alguns *experimentos cruciais* (por exemplo, o da fenda dupla), e de alguma forma combinaram as ideias de Newton com a descrição ondulatoria de Huygens. Estes trabalhos são considerados por muitos como o nascimento efetivo da óptica moderna. É preciso apontar que esta dualidade onda-corpúsculo ficou entalada na teoria da luz, mas precisou decorrer mais um século até que os trabalhos de Kirchoff, Rayleigh, Jeans e outros a respeito

da emissão e absorção da luz levaram ao beco (aparentemente) sem saída que P. Erhenfest chamou da *catástrofe do ultravioleta*, e que motivou uma verdadeira revolução na Física onde este problema da natureza da luz ressurgiu com força.

O problema em consideração era a chamada *radiação do corpo negro*, ou seja o estudo da luz emitida por um corpo qualquer esquentado a uma temperatura T . Os físicos estavam interessados na distribuição da energia e na dependência do fluxo radiado com a temperatura, já que os experimentos mostravam que a composição era irrelevante (corpos de diferentes composições radiavam igual se mantidos à mesma temperatura T). Com a idéia de calcular estas quantidades, os físicos consideraram a densidade de energia de um corpo radiante, $\epsilon(\omega)$, como função da frequência ω da luz radiada (correspondente às ondas de Huygens-Fresnel). A análise do problema clássico das frequências das ondas dentro de uma cavidade que contém o corpo radiante indica que a energia deveria atingir a equi-partição, ou seja, que cada frequência ou modo teria uma energia $E = \frac{1}{2}k_B T$ (onde k_B é a constante de Boltzmann e T a temperatura do corpo). Assim, multiplicando esta energia pela densidade de modos entre ω e $\omega + d\omega$ teríamos

$$\epsilon(\omega) \propto \omega^2 k_B T d\omega \quad (2.1)$$

e, portanto, a energia cresceria sem limites para frequências altas, o qual é fisicamente impossível porque a quantidade de energia radiada não pode ser infinita. Esta inconsistência (ou “catástrofe”) apontava para algum erro nas hipóteses básicas que precisava ser esclarecido e corrigido.

A reviravolta interessante neste assunto é que a ideia decisiva para encontrar a solução física já tinha sido expressada por Max Planck. Por motivos muito diferentes, Planck tinha considerado que a absorção e emissão de radiação aconteceriam de forma *discreta*, em “pacotes” que satisfazem a seguinte relação entre energia e frequência

$$E = h\nu \quad (2.2)$$

Quando aplicada ao problema do corpo negro, esta expressão leva a uma distribuição que *não diverge* para grandes ω (ou em termos da frequência $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$)

$$B(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1} \quad (2.3)$$

isto é, muito diferente da problemática expressão “clássica” $\frac{8\pi\nu^2}{c^3} k_B T$.

A solução para esta “catástrofe” estava então implícita na hipótese de Planck, antes mesmo de ser calculada. Planck tinha trabalhado encima da noção de pacotes discretos sem realmente acreditar na sua realidade física, e nunca se convenceu da existência factual daqueles até o momento da sua morte. Foi o próprio Albert Einstein quem elevou a hipótese discreta de Planck à categoria de objeto físico real, ou seja, muito além de um mero truque matemático (Pais, 1995). Einstein foi assim o “pai” da Teoria Quântica (embora nunca gostou das consequências da interpretação probabilística que Bohr, Born e outros desenvolveram posteriormente...) dando origem ao *quantum* de luz, o fóton, que segue a eq. (2.2). A aplicação desta ideia a outro problema relevante, o efeito fotoelétrico, não somente confirmou a relevância desta abordagem, mas também garantiu a Einstein o Prêmio Nobel de Física de 1921. Discutiremos o efeito fotoelétrico e outros processos que envolvem fótons com o intuito de compreender os desenvolvimentos instrumentais que levaram ao crescimento da Astrofísica de Altas Energias a seguir (Longair, 2011).

Processos relevantes para os fótons de alta energia (absorção e espalhamento)

Com a invenção do fóton ou quantum de luz, a situação da interação da luz com a matéria sofreu uma mudança de perspectiva importante. Embora muitos fenômenos continuavam sendo bem descritos com o formalismo ondulatório, os processos mais elementares puderam ser pensados como uma interação de duas partículas: um elétron, próton etc. e um fóton. Isto não quer dizer que a luz tenha deixado de ser um fenômeno ondulatório, nem que a idéia do quantum de luz levasse a contradições com os resultados anteriores, mas que no mundo microscópico atribuir um caráter de onda ou partícula a um quantum elementar resulta inadequado e até confuso. Não temos uma vivência real do mundo quântico, e temos uma tendência (humana) a imaginar que os objetos quânticos se comportam como algo que sim conhecemos, ondas e corpúsculos.

Com esta perspectiva quântica o estudo de processos de absorção e espalhamento que envolvem interação de fótons com a matéria produziu resultados muito importantes, de aplicação direta para a compreensão de processos e fontes astrofísicas como veremos mais adiante. Passaremos agora revista a alguns destes desenvolvimentos da primeira metade do século 20, para dedicarmos logo a seguir aos processos onde os fótons são emitidos.

Efeito fotoelétrico

Einstein trabalhou isoladamente no Registro de Patentes de Berna por vários anos, e além da celebradíssima Teoria (Restrita) da Relatividade, produziu uma simples explicação do chamado *efeito fotoelétrico* utilizando a ousada hipótese do *quantum* de luz. As observações básicas que provocaram a reflexão de Einstein se baseavam no fato de que uma placa de metal iluminada com luz

monocromática provocava a ejeção de elétrons (para essa época já bem familiares para os físicos...) e que, além do mais, estes atingiam uma velocidade máxima dependente do metal considerado (Fig.2.1)

O que Einstein fez a seguir foi levar até as últimas consequências a hipótese de Planck que ele tinha adotado como a descrição física real da luz, o fóton. Com efeito, a análise de Einstein começou por admitir que exista uma quantidade de energia mínima a ser entregue para arrancar um elétron do metal, denominada função trabalho W , que é diferente para cada metal e resulta principalmente da ação das forças eletrostáticas que mantêm os elétrons a ele ligados. A luz que incide encima da placa, por sua vez, é composta (por hipótese) por fótons de energia quantizada $h\nu$. Assim, a energia disponível para acelerar o elétron ejetado é

$$E = h\nu - W \quad (2.1)$$

A energia do elétron emitido, por sua vez, é medida utilizando um voltímetro que registra uma voltagem V_{max} (ou seja, existe uma energia máxima eV_{max} observada, tal como já apontamos). Para conferir este quadro físico basta variar a frequência da luz incidente e medir os valores de V_{max} para cada metal que possui um W fixo, ou seja

$$eV_{max} = h\nu - W \quad (2.2)$$

Um gráfico da relação (2.2) com os valores medidos permite determinar a inclinação de h/e , isto é, um simples gráfico feito com quantidades diretamente medidas contém o "miolo" da hipótese quântica como corolário verificável. Não tão somente a relação linear se verifica com exatidão, mas o argumento permite determinar o valor numérico da constante de Planck. De fato Robert Millikan mediu esta última com precisão de $\sim 0.5\%$ depois de ter determinado independentemente a carga do elétron e , e recebeu posteriormente o Prêmio Nobel de Física de 1923 por aquele trabalho (Eisberg e Resnick, 1994).

Podemos agora apontar a relevância do efeito fotoelétrico na Astrofísica de Altas Energias. Como veremos a seguir, se a energia dos fótons é muito alta, outros processos serão importantes, mas para energias próximas ao valor típico da função trabalho W , é possível utilizar a absorção fotoelétrica eficientemente para efeitos de blindagem (por exemplo, proteger astronautas da radiação). O material utilizado precisa ser pesado, já que a profundidade óptica (uma medida da probabilidade do fóton interagir com o material e ser absorvido) é descrito por

$$\tau = \int \sigma N_A dl \propto \frac{Z^4}{(h\nu)^3} \quad (2.3)$$

onde a seção de choque σ é a da Fig. 2.1 (que mostra os “pulos” decorrentes das camadas eletrônicas), N_A é a densidade numérica do material de número A e dl o diferencial da distância na linha de visada. Resulta claro que para blindar, por exemplo, contra raios gama ($E \geq 100 \text{ keV}$), o melhor é utilizar chumbo com um alto valor de Z .

Nos processos reais, quando a energia E é muito alta, a fotoabsorção é seguida de *fluorescência*, já que os elétrons arrancados pelo fóton são muito internos (por exemplo, das camadas K), e logo mais outros elétrons se desexcitam até o estado daquele que foi ejetado emitindo a diferença de energia também em forma de fótons.

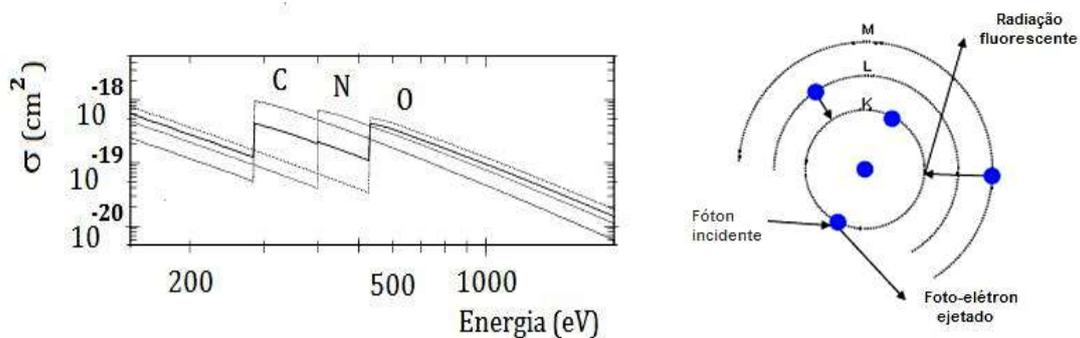


Fig. 2.1. a) A seção de choque da fotoabsorção para vários materiais como função da energia. B) esquema da radiação fluorescente emergente quando a energia do fóton incidente é grande o suficiente.

Na astrofísica muitas vezes a fotoabsorção recebe o nome de *processo ligado-livre* em referência aos estados inicial e final do elétron ejetado, independentemente da emissão fluorescente posterior que pode ou não estar presente.

Espalhamento Compton

O estudo das propriedades da luz descrito no Capítulo 1 teve um importante desenvolvimento nos começos do século 20 com o estudo dos raios X descobertos por Röntgen em 1895. O nome deles já indicava a total ignorância inicial a respeito da sua natureza, mas logo ficou claro que tratava-se de fótons muito energéticos. Os trabalhos de Barkla, Von Laue e Bragg tinham mostrado que os raios X se espalhavam na matéria, mas contrariamente à predição do eletromagnetismo clássico, sua frequência também se alterava (além de serem desviados respeito da direção do feixe original). Em 1923, Compton publicou um trabalho onde atribuía um momento aos *quanta* da luz (fótons) como se fossem partículas materiais, em total sintonia com as idéias iniciais de Einstein. Assim, a colisão de um fóton com um elétron, impossível na teoria clássica, ganhava um ar de realidade na nova

física quântica iniciada por Max Planck (Eisberg e Resnick, 1994). No trabalho de Compton, a hipótese do momento do fóton era consistente com (mas não inspirada em) aquelas idéias de Einstein e Planck, e procedeu a demonstrar que a frequência da radiação inicial teria que mudar quando colidisse com os elétrons de um gás, utilizando somente a conservação do momento e da energia na colisão esquematizada na Fig. 2.2.

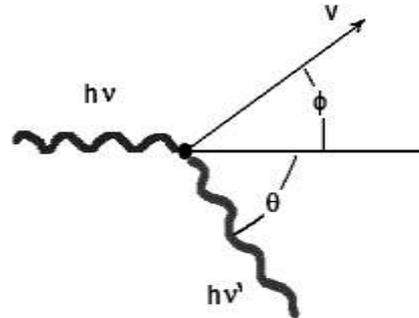


Fig. 2.2. Diagrama básico do efeito Compton. Um fóton de energia inicial $h\nu$ interage com um elétron em repouso (no sistema de referência próprio deste) e resulta desviado em um ângulo θ respeito da direção inicial, além de mudar sua energia para $h\nu'$. O elétron, por sua vez, adquire uma velocidade \mathbf{v} em certa direção caracterizada por outro ângulo ϕ . A tarefa é a de calcular a mudança do comprimento de onda do fóton em função do ângulo para comparar com os resultados observados nos experimentos.

Para o processo Compton satisfazer a conservação da energia e das duas componentes do momento da Fig. 2.2, precisamos escrever as três condições seguintes

$$m_e c^2 + h\nu = E' + h\nu'$$

$$\frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu'}{c} \cos \theta + m_e \gamma |\mathbf{v}| \cos \phi$$

$$\frac{h\nu'}{c} \sin \theta - m_e \gamma |\mathbf{v}| \sin \phi = 0 \quad (2.4)$$

Este é um sistema de equações algébricas que pode ser resolvido para $\mathbf{v}, \nu', \theta, \phi$. Depois de uma manipulação algébrica temos que ($\lambda = c/\nu$)

$$\frac{c}{h} \left(\frac{1}{\nu'} - \frac{1}{\nu} \right) = \frac{1 - \cos \theta}{m_e c} \quad \rightarrow \quad \lambda - \lambda' = 2\lambda_C \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (2.5)$$

Onde a quantidade $\lambda_C = h/m_e c$ é chamada de *comprimento Compton* do elétron. Numericamente $\lambda_C \approx 2.4 \times 10^{-4} \text{ \AA}$ é um número muito pequeno, e assim a

mudança na frequência da luz também é pequena, mas resulta claro que $\lambda - \lambda' > 0$ e os fótons perderam energia no espalhamento (chamada assim de *inelástico*), a qual foi transferida aos elétrons.

Este processo pode ser considerado ainda nos limites de baixa ($k_B T \ll m_e c^2$) ou alta ($k_B T \gg m_e c^2$) energia. No primeiro, a seção de choque não pode ser sensível à energia do fóton, já que este só “vê” o elétron como um alvo de dimensões $\approx r_e^2$, com r_e o chamado *raio clássico do elétron*, e que está vinculado com o comprimento Compton pela constante de estrutura fina $r_e = \alpha \lambda_C$. A seção de choque no limite de baixa energia (denominado *limite de Thompson*) deve ser $\sigma \approx r_e^2$, ou mais precisamente

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{e^2}{m_e c^2} \right)^2 \quad (2.6)$$

tal como esperado (a menos, claro, da determinação precisa do fator numérico $8\pi/3$). No limite oposto, o de alta energia $k_B T \gg m_e c^2$ o processo depende da energia incidente, deve ser calculado usando a Eletrodinâmica Quântica que está muito além do escopo da nossa discussão. Mas podemos expressar que o resultado final, a chamada *seção de choque de Klein-Nishina* (ultra-relativística), *decrece* com a energia e fica assintoticamente *menor* que σ_T (Fig. 2.3).

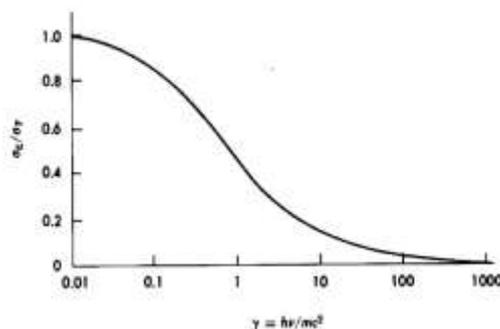


Fig. 2.3. O comportamento da seção de choque no limite de Klein-Nishina. Para valores de $k_B T \gg m_e c^2$ (região da direita no eixo) o decréscimo mencionado é evidente.

Uma propriedade importante da eq.(2.6) é a *independência da frequência*. Como consequência temos que, dentro de certa faixa de energias, o espalhamento Compton (Thompson) será igual para qualquer fóton incidente.

Na astrofísica muitas vezes temos que lidar ainda com o chamado efeito *Compton inverso*, onde um elétron ultra-relativístico colide com um fóton de baixa energia. Este caso tem expressões matemáticas análogas, e o resultado desejado pode ser obtido com uma simples transformação de Lorentz entre referenciais. Como exemplo desta situação, mostramos na Fig. 2.4 a emissão difusa do centro da nossa

galáxia atribuída ao efeito Compton inverso por *prótons* ultra-relativísticos acelerados e injetados por fontes compactas na região de Sgr A*.

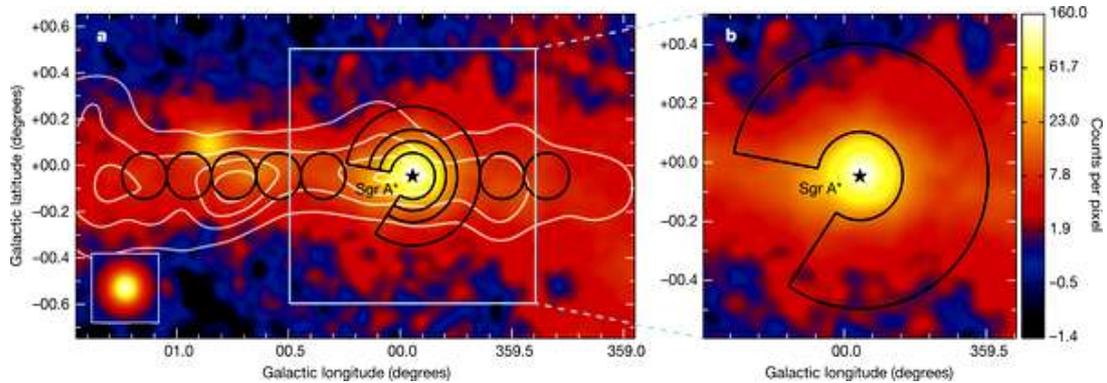


Fig. 2.4. A emissão gama difusa do centro da Via Láctea para energias $E > 100 \text{ MeV}$ (HESS Collaboration, 2016). O espectro medido requer prótons de pelo menos 10^{15} eV sendo injetados, possivelmente pelo buraco negro supermassivo Sgr A* em períodos de atividade no passado. Existe uma fração da emissão não associada com o Compton inverso, mas esta emissão é longamente dominante.

Produção de pares

Como discutido no Capítulo 1, a formulação da Física Quântica alterou a idéia do vácuo e estabeleceu que este é o estado de mínima energia, mas não esta “vazio” em sentido algum, já que existem flutuações permanentes e uma densidade de energia atribuível a ele. Uma relação entre a energia e a massa (provavelmente a fórmula mais famosa do mundo...) já tinha sido obtida por Einstein na sua Teoria da Relatividade Restrita

$$E = mc^2 \quad (2.7)$$

e, junto com a idéia das antipartículas foi responsável do conceito a seguir: consideremos um fóton (real) com energia E suficientemente alta. A eq. (2.7) permitiria que este fóton desse origem a um par de partícula-antipartícula convertendo-se sua energia na massa do par. Ou seja, seria possível o processo da Fig. 2.5

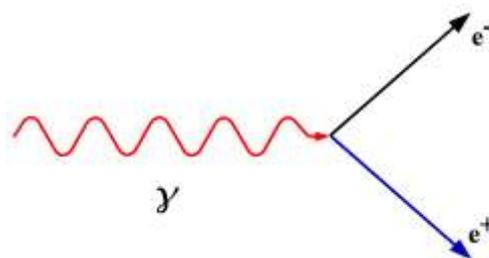


Fig. 2.5. Um fóton se transforma em um par de partícula-antipartícula sem violar nenhuma lei de conservação. É possível calcular a probabilidade deste processo, e com ela a seção de choque?

Se a frequência do fóton é $\omega = 2\pi\nu$ e chamamos $\gamma = 1/\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$ ao fator de Lorentz, poderemos escrever de imediato a conservação da energia e do momento na colisão

$$\begin{aligned} \hbar\omega &= 2\gamma m_e c^2 \\ 2\gamma m_e v &= \left(\frac{\hbar\omega}{c}\right) \left(\frac{v}{c}\right) \end{aligned} \quad (2.8)$$

Como o momento inicial do fóton é $\left(\frac{\hbar\omega}{c}\right)$, e (obviamente) $v < c$, é impossível satisfazer simultaneamente as duas condições. Assim, a conversão de um fóton em par não pode acontecer. Para conseguir satisfazer as leis de conservação é necessário 1) um segundo fóton se aniquilando com o primeiro no estado inicial (o qual é possível mas requer uma enorme densidade do campo de radiação); ou 2) um outro agente que faça o papel de absorver o momento adicional (geralmente um núcleo).

Em presença de um núcleo de carga Z , podemos considerar o limite de baixas energias comparando a energia do fóton (em unidades da energia de um elétron com momento zero) com uma quantidade adimensional ligada à energia de Coulomb. As "baixas" energias são aquelas que satisfazem a condição $\frac{\hbar\omega}{m_e c^2} \ll \frac{1}{\alpha Z^2}$, ou fisicamente aquelas onde o fóton tem energia suficiente para criar o par, mas não para disparar efeitos mais complexos ligados ao campo coulombiano.

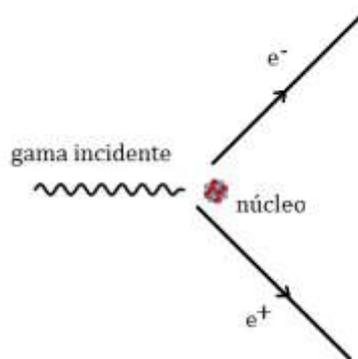


Fig. 2.6. A produção de pares elétron-pósitron viabilizada pela presença de um núcleo que possibilita conservar a energia e o momento totais.

Em estas condições o cálculo da seção de choque para produção de pares resulta

$$\sigma_{pares} = \alpha r_e^2 Z^2 \left[\ln \left(\frac{2\hbar\omega}{m_e c^2} \right) - \frac{218}{27} \right] \times 10^4 \text{ cm}^2 \quad (2.9)$$

como produto de um elaborado cálculo da Eletrodinâmica Quântica. Os fatos importantes da seção de choque (2.9) são a dependência quadrática com a carga do núcleo Z e a crescimento monótono com a energia. Já vimos que o efeito Compton não depende da energia no limite de baixas energias e que a seções de choque diminui para energias muito elevadas. Assim, é inevitável que exista um limiar a partir da qual a produção de pares domine a seção de choque total das interações dos fótons com a matéria.

No limite de altas energias $\frac{\hbar\omega}{m_e c^2} \gg \frac{1}{\alpha Z^3}$ a seção de choque tem uma expressão similar, e uma dependência fraca com a carga. Este regime dificilmente é relevante e preferimos não mostrar as expressões correspondentes.

Seção de choque total e coeficiente de absorção por unidade de massa

Com a consideração dos três processos discutidos podemos visualizar o resultado total introduzindo o coeficiente de atenuação linear da seguinte forma: consideremos um feixe inicialmente com N_0 fótons atravessando um material de densidade ρ . A probabilidade de interação com a matéria provoca que, em média, sobrevivam N deles depois de viajar uma distância x tal que

$$N = N_0 e^{-\mu x} \quad (2.10)$$

onde a quantidade μ com dimensões de $(\text{comprimento})^{-1}$ é o *coeficiente de atenuação linear* que depende da energia e do material atravessado. Multiplicando e dividindo por ρ no argumento da exponencial definimos μ/ρ como o *coeficiente de atenuação por unidade de massa*, geralmente expressado em $\text{cm}^2 \text{ g}^{-1}$. Se todos os processos contribuem para absorver os fótons, o coeficiente de atenuação total decorre da soma de cada um deles.

A Fig. 2.7 mostra graficamente as regiões onde cada um destes processos domina (existe também o espalhamento Rayleigh, coerente, mas ele nunca é importante em Astrofísica de Altas Energias, embora seja responsável pela cor azul do céu da Terra...). Vemos que quanto mais leve for o elemento, antes deixará de ser importante o efeito foto-elétrico em favor do Compton; e também este perderá importância só para energias mais elevadas.

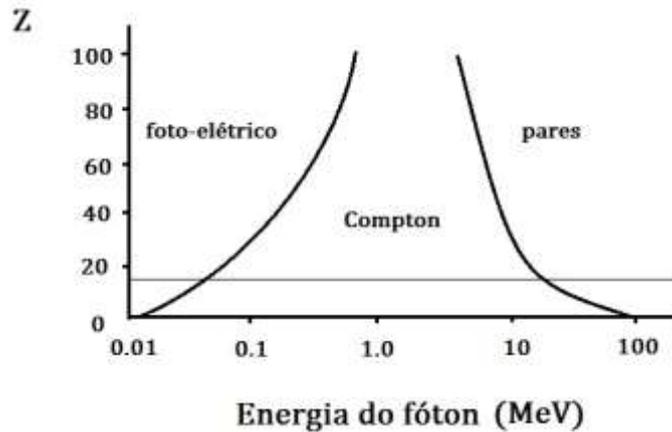


Fig. 2.7. As regiões onde cada um dos processos domina os outros como função da carga Z . A linha horizontal corresponde ao Mg , o Pb encontra-se perto do topo (vide Hendee e E.R. Ritenour, 1992)

Como resultado das diferentes dependências com a energia, as curvas para o coeficiente de atenuação por unidade de massa se comportam como mostrado na Fig. 2.8. Embora calculada para Pb , a forma é similar para qualquer outro elemento ou substancia composta. Assim, poderemos discutir a construção de detectores de fótons cujas interações com a matéria agora conhecemos, e escolher materiais e configurações segundo a faixa de energias que pretendamos observar. Essencialmente todos os detectores precisam ser operados no espaço, já que a atenuação pela atmosfera descrita pelo mesmo formalismo é inevitável. É destacável que todos os instrumentos já construídos e operados utilizaram alguma forma de absorção tal como as temos apresentado.

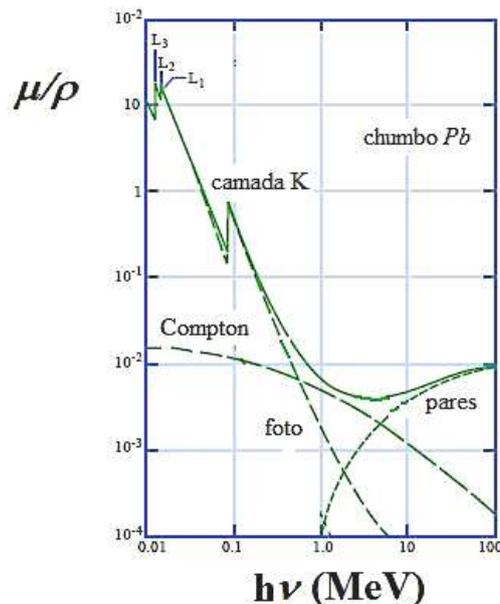


Fig. 2.8. O coeficiente de atenuação por unidade de massa para chumbo (Pb). Note-se a correspondência com as regiões da Fig. 2.7. A curva cheia é o coeficiente total

dominado em cada região pelos processos indicados nas curvas tracejadas (vide site do MIT OpenCourseWare)

Processos relevantes para os fótons de alta energia (emissão)

Enquanto temos discutido o destino dos fótons que encontram matéria no seu caminho, é igualmente importante nos preocuparmos pela emissão de fótons pela matéria. De fato, é precisamente isto o que observamos das fontes astrofísicas de Altas Energias. Assim, conhecer os mecanismos de emissão de radiação equivale a obter um diagnóstico das condições físicas do meio no qual aquela é originada.

Basicamente os processos de emissão são classificados como *coerentes* ou *incoerentes*. Os primeiros têm uma caracterização física bem particular: as partículas emitem coletivamente e a amplitude final reflete esse caráter coletivo, geralmente esta resulta proporcional ao quadrado no número de emissores. Já os processos incoerentes somam de forma aleatória amplitudes de partículas que emitem individualmente, sem correlação com suas vizinhas. O conhecimento dos tipos de emissão permitirá estudar vários objetos astronômicos através da sua detecção e identificação.

Radiação de corpo negro

A radiação do corpo negro é o exemplo mais básico de emissão incoerente. Na terminologia utilizada, *corpo negro* é a denominação utilizada para um emissor (e absorvedor) perfeito, independentemente da "cor" real apresentada (Horvath, 2011). De fato, já apresentamos este conceito na discussão da origem da quantização da luz (fóton), onde afirmamos que a distribuição espectral por unidade de frequência adota a forma eq.(2.3). Uma inspeção desta expressão (ou de fato, um cálculo simples) mostra que existe um máximo da função $B(\nu, T)$ para uma certa frequência proporcional a $k_B T$, e que o lugar geométrico dos máximos para cada temperatura satisfaz

$$\lambda_{max} \times T = constante \quad (2.11)$$

denominada *Lei de deslocamento de Wein*. Esta expressão mostra que o comprimento de onda da radiação dominante (ou seja, a que está mais presente na luz que chega) vai crescendo de forma inversamente proporcional à temperatura física do corpo. Como o comprimento de onda e a frequência são inversamente proporcionais, os astrofísicos dizem que o corpo é "mais azul" quando a sua temperatura aumenta, já que a radiação emitida é tipicamente mais energética (ou "dura", porque os fótons são mais energéticos).

Uma das características mais importantes da radiação do corpo negro é que a emissão independe da composição, e resulta proporcional à quarta potência da temperatura. Em outras palavras, a energia por unidade de área e tempo (fluxo) é

$$Fluxo = \sigma \times T^4 \quad (2.12)$$

onde a constante de proporcionalidade $\sigma = 5.67 \times 10^{-5} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-4}$ é denominada *constante de Stefan-Boltzmann*. Como a emissão é isotrópica, a potência é obtida simplesmente multiplicando pela área esférica que rodeia a fonte, ou seja

$$Luminosidade = Area \times Fluxo = 4 \pi R^2 \times \sigma T^4 \quad (2.13)$$

Note-se que temos empregado aqui o nome de "luminosidade" em vez de "potência" que é o termo mais comum nos cursos de Física, estas duas denominações são exatamente iguais e a primeira é a empregada na Astrofísica.

Na maioria das situações reais teremos uma ideia da luminosidade somente se existe uma estimativa confiável da distância até a fonte, já que o fluxo é mesurável diretamente coletando a radiação que chega desde o objeto e identificando onde está o máximo da emissão já discutido. Como nunca é possível medir em todo o espectro, é quase certo que precisemos estimar quanto estamos deixando de fora, em especial nas Altas Energias, onde uma grande parte da radiação pode ficar longe da faixa espectral observada.

Radiação de bremsstrahlung

O termo em alemão *bremsstrahlung* é muitas vezes traduzido como "radiação de freado" em português, mas constitui uma dessas relíquias da Física do século 20 que os físicos e astrofísicos conservam para as gerações futuras e por isso continuaremos denominando-o assim segundo a tradição. Das equações de Maxwell segue-se que haverá radiação eletromagnética quando uma carga elétrica é sujeita a aceleração (positiva ou negativa). É desta aceleração e da emissão decorrente que trataremos aqui.

As cargas mais abundantes e fáceis de acelerar ou desacelerar são sem dúvida os elétrons. O encontro de um elétron com um campo eletromagnético intenso (tipicamente o campo eletrostático de um núcleo) provoca seu desvio com a emissão apontada (Fig. 2.9). Consideremos um esquema desta colisão com parâmetro de impacto b (Figura 2.10). Aplicando a Lei de Newton temos que a (des)aceleração pelo campo Coulombiano do núcleo, suposto estático por causa da sua grande massa, é

$$F = ma \cong -\frac{Ze^2}{x^2} \quad (2.14)$$

ou seja, a aceleração é, em módulo $a \cong \frac{Ze^2}{mx^2}$. Embora a colisão real tenha uma duração bastante grande, a desaceleração do elétron é efetiva somente quando este está muito próximo do núcleo, isto é, por um tempo $\Delta t \sim 2b/v$. A potência emitida será significativa durante este tempo, e podemos desprezar o resto do tempo total da colisão. Esta potência emitida pode ser calculada utilizando a chamada *fórmula de Larmor*, ou

$$P = -\frac{dE}{dt} = \frac{2e^2}{3c^3} a^2 \quad (2.15)$$

No caso do *bremsstrahlung*, inserindo a aceleração calculada anteriormente na eq.(2.15), temos que $P = \frac{2e^2}{3c^3} \left(\frac{Ze^2}{mx^2}\right)^2$. Levando em conta a duração efetiva já apontada, vemos que a radiação emitida consiste em um "pulso" com energia

$$P\Delta t = \frac{2e^2}{3c^3} \left(\frac{Ze^2}{mx^2}\right)^2 \frac{2b}{v} = \frac{4Z^2e^6}{3c^3m^2} \frac{1}{b^3v} \quad (2.16)$$

Um pulso localizado no tempo tem necessariamente uma distribuição em frequência mais larga quanto mais estreito for aquele (Fourier). A potência emitida acima de uma certa frequência limite determinada pelo inverso da duração do pulso. A situação é ilustrada na Fig. 2.9.

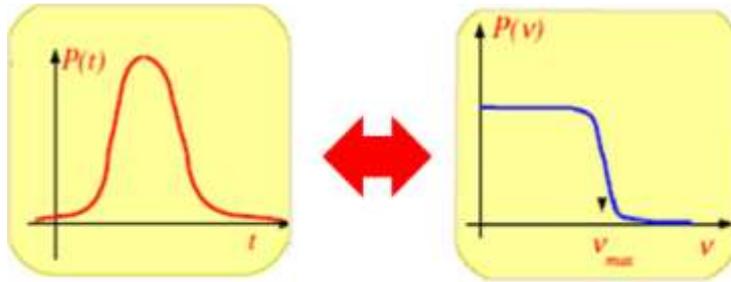


Fig. 2.9. Um pulso localizado no tempo, de curta duração (esquerda) estende-se até certa frequência máxima (direita). Esta frequência máxima pode ser estimada como $\nu_{max} \sim 1/2 \Delta t = v/4b$.

Este valor ν_{max} corresponde à energia máxima do elétron que colide. Se dividirmos a (2.16) pelo intervalo de frequência, teremos a energia radiada por intervalo de frequência em cada colisão

$$\frac{P\Delta t}{\Delta\nu} \sim \frac{P\Delta t}{\nu_{max}} = \frac{16Z^2e^6}{3c^3} \frac{1}{m^2b^2v^2} \sim \frac{1}{b^2v^2} \quad (2.17)$$

Estes resultados se referem a um único elétron, mas na situação realista devemos considerar um conjunto de elétrons e íons com uma distribuição de energias iniciais. Consideremos o caso de uma "nuvem" composta por elétrons e íons (com carga única Z por simplicidade). Entre dois parâmetros de impacto b e $b+db$ haverá um número de elétrons igual a $2\pi n_z v b db$ (Fig. 2.10)

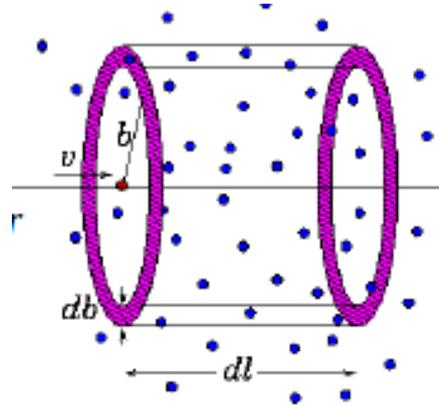


Fig. 2.10. Uma nuvem de elétrons que colidem com íons de carga Z . A avaliação do número de elétrons e do número total de colisões segue o raciocínio de outros problemas na Física básica.

Como os processos de colisão são totalmente independentes entre eles, o diferencial do número total de colisões pode ser obtido multiplicando a expressão anterior pela densidade numérica de elétrons n_e , ou seja, $2\pi n_e n_z v b db$. Assim, podemos integrar para todos os "anéis" e obter a *emissividade total* I

$$I = 2\pi n_e n_z v \int_{b_{min}}^{b_{max}} \frac{16 Z^2 e^6}{3 c^3} \frac{1}{m^2 b^2 v^2} b db = \frac{32 \pi Z^2 e^6 n_e n_z}{3 m^2 c^3 v} \int_{b_{min}}^{b_{max}} \frac{db}{b} = \frac{32 \pi Z^2 e^6 n_e n_z}{3 m^2 c^3 v} \ln \left(\frac{b_{max}}{b_{min}} \right) \quad (2.18)$$

Notemos ainda que este resultado vale para uma única velocidade, de tal forma que deveremos integrá-la para incluir todas as velocidades presentes na distribuição. Mas antes disso vamos definir os limites de integração da (2.18) lançando mão de considerações físicas (Longair, 2011).

O valor do b_{max} decorre do fato que as interações relevantes têm parâmetros de impacto correspondentes a $v < v_{max}$ (Fig. da direita 2.9). Assim, temos que $b_{max} < \frac{v}{4v}$. Por outro lado, o mínimo parâmetro de impacto tem um possível valor que depende do caráter da colisão, já que esta pode corresponder ao domínio clássico ou até ser regida pela Física Quântica. No primeiro regime, a validade da Lei de Newton é garantida pela condição $\frac{Ze^2}{mb^2} \frac{2b}{v} < v$, da qual se deduz que

$b_{min-c} \geq \frac{2Ze^2}{mv^2}$ (o sufixo “C” lembra o caráter clássico). Mas se a colisão é muito energética a condição clássica pode não se aplicar. Neste caso a máxima aproximação estará dada pela relação de incerteza $\Delta p \Delta x \geq \hbar$, onde a incerteza na posição deve ser identificada como da ordem do parâmetro de impacto b . Assim, existe um “ b_{min-Q} ” dado por $b_{min-Q} \geq \frac{\hbar}{mv}$. A presença da constante de Planck $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ é um lembrete desta situação, já que o b_{min} seria nulo se o quantum de ação fosse zero.

Na maior parte dos casos reais na astrofísica, os elétrons na nuvem possuem uma distribuição de velocidades clássica, onde sabemos que a velocidade característica depende da raiz quadrada da temperatura, $v = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}}$. Neste caso a expressão do quociente no logaritmo da eq.(2.18) pode ser simplificada, e resulta com boa aproximação $\frac{b_{max}}{b_{min}} \approx \frac{137}{Zc} \sqrt{\frac{3k_B T}{m}}$. Esse fator numérico é geralmente embutido na definição do *fator de Gaunt*; $g_{ff} = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \ln\left(\frac{b_{max}}{b_{min}}\right)$, uma quantidade sempre próxima da unidade nos processos livre-livre (ff). Mas para obter a dependência funcional da emissão não basta com considerar o valor típico da velocidade dos elétrons, já que existem colisões de elétrons nos extremos da distribuição que podem contribuir de forma importante. Precisamos então considerar toda a distribuição, a qual no caso clássico é simplesmente

$$f(v)dv = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{k_B T}} v^2 dv \quad (2.19)$$

Vemos que os elétrons com energias muito maiores que a média $k_B T$ sofrem uma supressão exponencial, ou seja, que são progressivamente menos presentes na distribuição. Esta expressão é a que deve substituir ao n_e , suposto monoenergético na (2.18), e ser integrada para avaliar a contribuição de todos os elétrons. O resultado, depois de inserir os valores numéricos das constantes físicas etc. é

$$I = 6.8 \times 10^{38} T^{-1/2} e^{-\frac{h\nu}{k_B T}} n_e n_Z Z^2 g_{ff}(v, T) \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-3} \text{ Hz}^{-1} \quad (2.20)$$

Vemos que no resultado final o fator correspondente à potência de um único elétron ($T^{-1/2}$) está multiplicado pelo *cutoff* de Planck, $e^{-\frac{h\nu}{k_B T}}$, e ainda pela densidade de elétrons e íons (supostas espacialmente homogêneas).

Um plasma de elétrons e íons que emite radiação de *bremsstrahlung* tem um tempo característico de esfriamento no qual perde sua energia E precisamente pela emissão da radiação, este tempo resulta

$$\tau_{ff} = \frac{E}{I} = \frac{6 \times 10^3}{n_e g_{ff}} T^{1/2} \text{ anos} \quad (2.21)$$

A presença de emissão caracterizada como *bremsstrahlung* em aglomerados de galáxias, contendo milhares delas, é uma forma de estudar a poça de potencial do mesmo, que é devida tanto à matéria visível quanto à matéria escura. O argumento é bastante simples: a determinação da temperatura associada ao *bremsstrahlung* (do espectro da eq. 2.20) serve para determinar qual é o movimento das massas de hidrogênio, já que $k_B T \sim m_H v_H^2$. Para $T \sim 10^8 K = 10 \text{ keV}$, a velocidade resulta $v_H \sim 1000 \text{ km s}^{-1}$. Somente um poço de potencial muito profundo consegue reter um gás assim. O cálculo mostra que, quando estimada este poço de potencial contando a matéria visível, ele resulta muito menor que o necessário para reter o gás, e daí que quase 90% da matéria que produz o potencial gravitacional deve ser "escura".

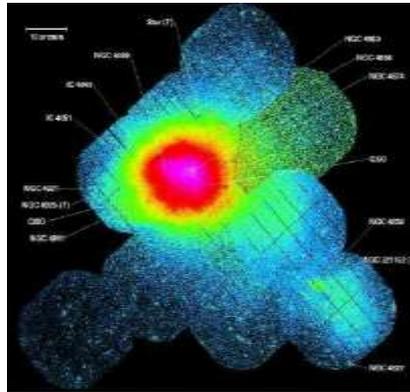


Fig. 2.11. O aglomerado de galáxias em Coma. Esta associação mostra emissão de *bremsstrahlung* atribuída aos elétrons energéticos na banda de raios X. Com o espectro, a temperatura característica é de $\sim 10 \text{ keV}$ e a matéria observada (galáxias) fica muito aquém da necessária para explicar por quê o gás não escapou do sistema.

Radiação de síncrotron

Além da radiação pela (des)aceleração de elétrons em colisões coulombianas, existe outra forma produzir radiação devida à presença de campos magnéticos, os quais afetam as trajetórias das partículas carregadas. Os fundamentos deste fenômeno estão contidos na famosa *fórmula de Lorentz* obtida em Eisberg e Resnick (1994), a qual descreve a força \vec{F} sofrida por uma partícula carregada com carga q em presença de campos eletromagnéticos \vec{E}, \vec{B}

$$\vec{F} = q\vec{E} + q(\vec{v} \times \vec{B}) \quad (2.22)$$

É evidente, pela presença do produto vetorial no segundo termo, que a componente da força de origem magnética é sempre perpendicular à direção do \vec{B} , e assim não realiza trabalho, mas desvia a trajetória e assim contribui para acelerar a partícula pela mudança da sua direção.

Para enxergar melhor este comportamento podemos simplificar a situação ignorando o efeito do campo elétrico, $\vec{E} = 0$, o qual corresponde com exatidão às situações astrofísicas onde gerar um campo elétrico não nulo e quase impossível (as cargas livres o anulam quase instantaneamente), e supor que o campo magnético é uniforme na direção do eixo \hat{z} (Fig. 2.12). Para intensidades do \vec{B} grandes o suficiente as trajetórias são espirais, e a radiação produzida a expensas do campo \vec{B} emerge de forma tangencial às trajetórias. Esta característica física é a que permite gerar a radiação *síncrotron* no laboratório por meio da geração de campos que confinam os elétrons a um anel e onde diversos experimentos são montados nos túneis tangenciais que fazem uso da radiação emergente (Fig. 2.12 direita)

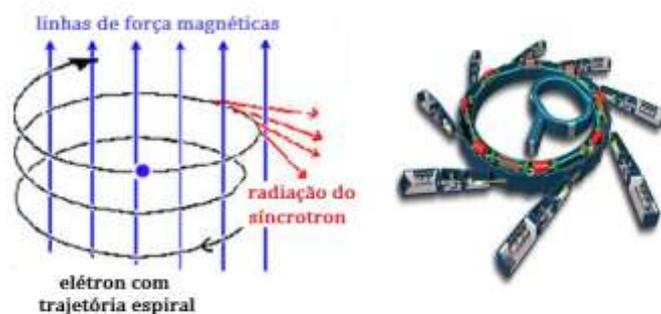


Fig. 2.12. As trajetórias de um elétron em um campo magnético constante na direção \hat{z} (esquerda). Esquema de um acelerador síncrotron (direita) tal como montado no LNSS (Campinas). Note-se que as trajetórias são círculos desde que o momento do elétron na direção \hat{z} seja nulo, o qual é garantido pela montagem experimental. Os túneis representados contêm alvos de interesse que são irradiados pela radiação de síncrotron aqui discutida. A mais nova máquina SIRIUS foi inaugurada em Campinas em Novembro de 2018.

Estamos interessados em saber a potência radiada e o espectro da radiação emergente. Para isso começamos por estudar o movimento da partícula carregada no campo \vec{B} , o qual satisfaz a equação (relativística)

$$\frac{d(m_0 \vec{v} \gamma)}{dt} = q(\vec{v} \times \vec{B}) \quad (2.23)$$

Análoga à equação Newtoniana, mas com a presença do fator de Lorentz $\gamma = 1/\sqrt{1 - (v/c)^2}$. Note-se que a (2.23) está expressa no *SI*, e não no *cgs*. Como já apontamos, o movimento da partícula é helicoidal (Fig. 2.12, à esquerda) com o

ângulo chamado de *pitch* (lançamento) fixo θ_0 . A frequência de giro (denominada frequência de cíclotron) resulta

$$\omega_g = \frac{|q|B}{\gamma m_0} \quad (2.24)$$

Como a aceleração é puramente perpendicular ao campo \vec{B} , temos que $a_{\parallel} = 0$. A potência radiada é obtida aplicando de novo a fórmula de Larmor, e resulta

$$-\frac{dE}{dt} = \frac{\gamma^4 e^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} |a_{\perp}|^2 = \frac{\gamma^2 e^4 B^2}{6\pi\epsilon_0 c m_e^2} \frac{v^2}{c^2} \text{sen}^2\theta_0 \quad (2.25)$$

Se definirmos a densidade de energia magnética $U_{mag} = B^2/2\mu_0$, e adotarmos o limite não relativístico $\gamma = 1$, a (2.25) se converte em

$$-\frac{dE}{dt} = 2 \sigma_T c U_{mag} \frac{v^2}{c^2} \text{sen}^2\theta_0 = 2 \frac{\sigma_T}{c} U_{mag} v_{\perp}^2 \quad (2.26)$$

Conhecida como potência do cíclotron (baixas energias). Já no limite ultra-relativístico

$$-\frac{dE}{dt} = 2 \sigma_T c \gamma^2 U_{mag} \frac{v^2}{c^2} \text{sen}^2\theta_0 \quad (2.27)$$

Para cada um dos ângulos de pitch que têm os elétrons. O padrão angular da radiação é muito afetado pelo movimento ultra-relativístico respeito do limite de baixas energias (Fig. 2.13)

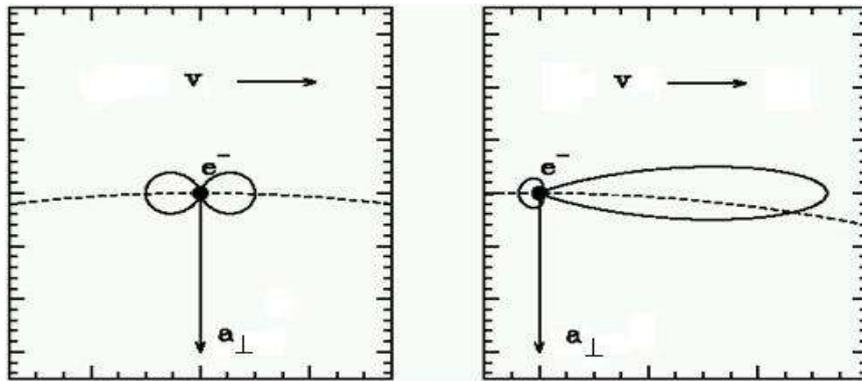


Fig. 2.13. O padrão angular da radiação síncrotron no limite de baixas energias (esquerda) e no limite ultra-relativístico (direita).

Em vez de levar em conta o pitch individual, podemos fazer uma média angular nos momenta da forma $p(\theta_0)d\theta_0 = \frac{1}{2} \text{sen}\theta_0 d\theta_0$, e escrevermos a potência como

$$-\frac{dE}{dt} = \frac{4}{3} \sigma_T c \gamma^2 U_{mag} \frac{v^2}{c^2} \quad (2.28)$$

O espectro de cada elétron tem assim um pico em $\omega = \omega_g$ e harmônicos cada vez mais largos, até esmaecer e se transformar em um contínuo (envelope). A situação se mostra na Fig. 2.14

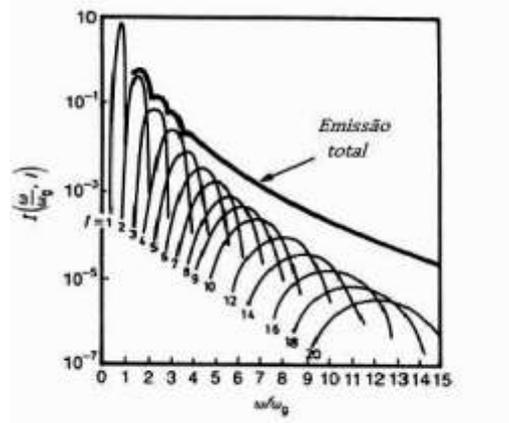


Fig. 2.14. O pico principal (máximo, à esquerda) e os harmônicos da emissão síncrotron devida a um elétron. A linha cheia mostra a soma (emissão total) emergente.

Agora resulta claro como proceder para obtermos a emissão total de uma população: se tivermos a densidade de elétrons $n(E, r)$, a densidade espectral (intensidade total por intervalo de frequência) decorre de integrar espacialmente e na energia todas as contribuições, ou seja

$$\frac{dI(\omega/\omega_g)}{d\omega} = \int_0^{E_{max}} \int_0^R \left(-\frac{dE}{dt}\right) n(E, r) dE dr \quad (2.28)$$

Um caso importante e bastante freqüente é o de uma fonte astrofísica que injeta elétrons, acelerados por algum mecanismo, com uma distribuição de energia tipo lei de potência, isto é, $n(E, r) \propto E^{-\Gamma}$. A eq. (2.28) pode ser integrada imediatamente para mostrar que $I(\omega) \propto \omega^{-\alpha}$, com $\alpha = \frac{1-\Gamma}{2}$. A observação de uma distribuição de radiação deste tipo diz de imediato que a população de elétrons injetados não está termalizada (já que somente uma lei de potência produz o $I(\omega)$ dessa forma), e assim a fonte é transparente à passagem dos elétrons, os quais não interagem para atingir uma distribuição térmica. O caso mais conhecido é provavelmente o da Nebulosa do Caranguejo (Fig. 2.15), onde um pulsar jovem e energético injeta elétrons no meio que por sua vez produz emissão de síncrotron ao se movimentar no enorme campo magnético do pulsar. A emissão

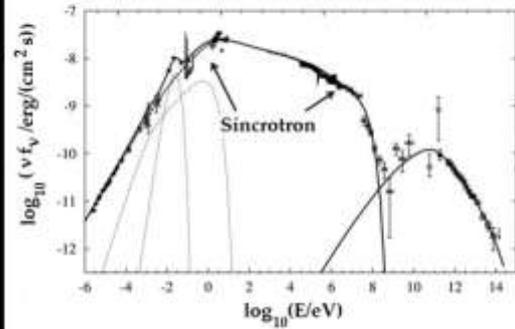


Fig. 2.15. A Nebulosa do Caranguejo (esquerda) e a distribuição espectral de energia (direita), mostrando as regiões onde a radiação de síncrotron é evidenciada pela sua forma de lei de potência (Aharonian *et al.* 2004)

Radiação de Čerenkov

Na primeira metade do século 20 o físico russo P. Čerenkov estudou um fenômeno que da origem à radiação que hoje leva seu nome. Čerenkov percebeu que na passagem de uma partícula carregada por um meio material (água, plástico, etc.), esta pode viajar a uma velocidade *maior* do que a luz nesse meio (mas menor que c ..). Basta lembrarmos que a definição mais simples do índice de refração envolve o quociente das velocidades da luz nos meios na qual se propaga. Assim, e de forma completamente análoga à formação de um choque sônico (muito comum na superfície do mar, por exemplo, vide Fig. 2.16), as frentes de onda resultantes em cada ponto devem se combinar para produzir um frente de onda de choque, e a energia transferida por este ao meio na forma de excitação das moléculas produzir radiação eletromagnética. A analogia é mostrada na Fig. 2.16.

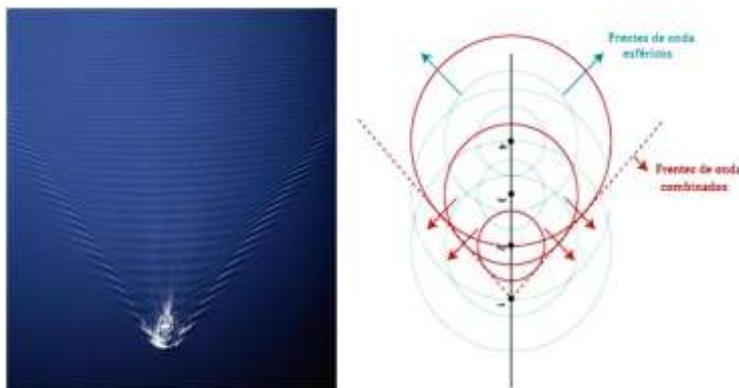


Fig. 2.16. O análogo sônico da radiação de Čerenkov e sua geometria básica. A esquerda, um barco viajando a uma velocidade maior que a velocidade do som na

água. A frente de choque formada pela combinação das frentes esféricas ao longo da trajetória é claramente visível. À direita, uma partícula carregada (no vértice inferior) viajando a uma velocidade maior que a da luz no meio. Os frentes de onda combinados excitam as moléculas que radiam na desexcitação.

Para exemplificar este fenômeno consideremos a passagem de um elétron pela água. A relação de dispersão (relação da frequência com o número de onda resulta

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi\left(\frac{c}{\lambda}\right)}{\lambda} = k \frac{c}{n} \quad (2.29)$$

como o índice de refração da água é $n \sim 1.3$, vemos que a alteração da relação de dispersão respeito da que existe no vácuo, $\omega = kc$, permite inferir a possibilidade da radiação apontada.

A caracterização do chamado *cone de Čerenkov* é simples e puramente geométrica (Fig. 2.17). Se chamarmos v à velocidade da partícula carregada, a distância percorrida em um intervalo Δt é simplesmente $l_{part} = v \times \Delta t$. No mesmo intervalo a frente esférica com origem no ponto onde inicialmente se encontrava a partícula tem um raio $l_{luz} = \left(\frac{c}{n}\right) \times \Delta t$. Assim, o ângulo θ_C de abertura do cone é

$$\cos \theta_C = \frac{\left(\frac{c}{n}\right) \times \Delta t}{v \times \Delta t} = \frac{1}{\beta n} \quad (2.30)$$

Vemos que existe um requerimento físico para que este cone se forme: como o $\cos \theta_C$ deve ser uma função com valores reais, necessariamente deve-se cumprir que $\beta \geq 1/n$. Esta é uma condição cinemática (diz respeito à velocidade da partícula) para observar a radiação do Čerenkov.

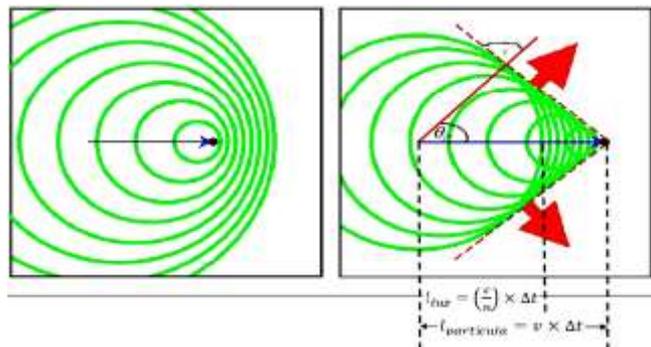


Fig. 2.17. O cone de Čerenkov geometricamente determinado.

A intensidade da radiação depende da excitação das moléculas, e portanto, da carga dos núcleos do meio além de depender da própria geometria acima determinada. Com estes dados é possível calcular o número de fótons emitidos por unidade de comprimento de onda e por unidade de comprimento da trajetória dx ,

$$\frac{d^2N}{dx d\lambda} = \frac{2\pi Z^2}{\lambda^2} \sin^2\theta_C \propto \frac{1}{\lambda^2} \quad (2.31)$$

Assim, o maior número de fótons estará na região de menores λ , e devido a isto esperamos que a cor da radiação Čerenkov efetivamente emitida apareça na banda visível azul. Esta expectativa é confirmada na imagem da Fig. 2.18.



Fig. 2.18. A radiação de Čerenkov produzida em um reator nuclear. A água (meio) onde as cargas se deslocam produz um brilho azulado correspondente à eq. (2.31).

A radiação de Čerenkov é hoje uma ferramenta importante para a construção de detectores, por exemplo, tanques de água são utilizados para medir a radiação produzida pela passagem de múons dos chuviros de raios cósmicos (como veremos no Capítulo 12) e assim reconstruir a energia e direção de chegada dos primários.

Fontes de pósitrons e aniquilação de pares (linhas de emissão)

Para finalizar este Capítulo, nos referimos agora a presença de radiação em *freqüências definidas*, em vez de uma distribuição espectral como é o caso de cada processo anterior. O caso mais simples e freqüente é o de linhas de aniquilação elétron-pósitron, que não é outra coisa que o inverso da produção de par anteriormente tratado. Para isto é necessário que alguma fonte astrofísica ejetar os pósitrons, já que o meio interestelar contém elétrons em abundância.

Que tipo de mecanismo pode injetar estes pósitrons? Uma situação bastante comum é a de um acelerador (Fig. 2.19) que consiga acelerar prótons com energias altas o suficiente. A colisão destes prótons com material circundante (núcleos) produz píons no estado final. Os píons neutros π^0 dão origem a pares gama (processo mostrado na parte superior da Fig. 2.19), mas os píons carregados

positivamente π^+ decaem quase imediatamente em um pósitron e neutrinos. Os primeiros são os candidatos a se aniquilarem com elétrons do meio.

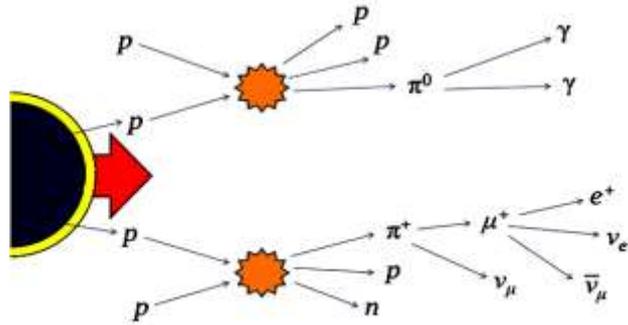


Fig. 2.19. Um acelerador astrofísico injetando prótons no meio, com pósitrons no estado final.

No caso descrito, os pósitrons são “netos” dos prótons injetados. Assim, o número destes e o número de gamas deve estar correlacionado.

Na Fig. 2.20 mostramos a linha de aniquilação elétron-pósitron observada da direção do centro da galáxia. O centro da linha está praticamente em 511 keV, valor que corresponde a uma aniquilação com momenta ~ 0 . Existe uma interessante proposta para a origem desta linha, além da injeção por aceleradores (ainda a serem identificados), os pósitrons poderiam resultar do decaimento de uma partícula que compõe a *matéria escura*, no caso desta ser instável. Não há até este momento nenhum consenso ou prova desta hipótese, mas certamente este é um dos problemas mais interessantes a ser resolvido na Astrofísica de Altas Energias.

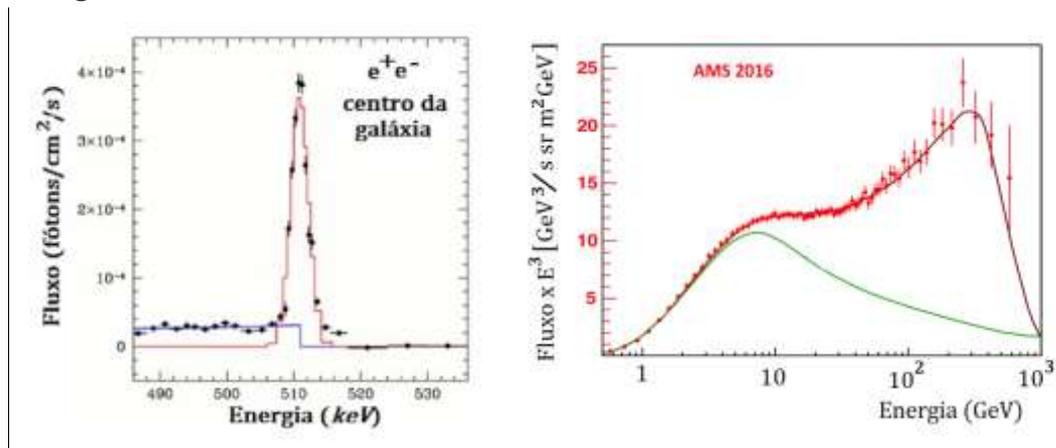


Fig. 2.20. Esquerda: a linha de aniquilação do centro da galáxia. Direita: o mesmo fenômeno nos dados do experimento AMS-02, o fluxo de pósitrons (vermelho) excede em muito o esperado pela produção por prótons no meio interestelar (verde). Existem aceleradores de prótons na região ou trata-se de evidência do decaimento da matéria escura do bojo? Um modelo viável é mostrado à direita com linha cheia vermelha.

Outra fonte conspícua e bem identificada que produz pósitrons, posteriormente responsáveis pela linha de aniquilação, é o decaimento do isótopo ^{26}Al . Este isótopo de alumínio é produzido com bastante abundância na nucleossíntese explosiva em supernovas. Depois de $\approx 10^6$ anos ele decai seqüencialmente em ^{26}Mg , produzindo um gama e um pósitron que se aniquila. A presença da linha de aniquilação é bem conhecida em remanescentes velhos (vide Capítulo 6).

As linhas de aniquilação elétron-pósitron (e outras linhas nos espectros) nem sempre aparecem com a forma e na posição esperada, tal como a linha da Fig. 2.20. Existem vários efeitos que podem mudar a posição e a largura da linha, os mais importantes para nossos propósitos são o *efeito Doppler* e o *redshift gravitacional*. O efeito Doppler produz um alargamento da linha e pode produzir um deslocamento da sua posição “natural” se o emissor está se movimentando na direção da linha de visada. No limite não relativístico, a diferença de frequência $\Delta\nu$ satisfaz $\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{v}{c}$, e pode correr a linha para o vermelho ou para o azul dependendo se o material emissor se afasta ou aproxima do observador respectivamente. No caso relativístico a expressão é mais complicada e também existe Doppler transversal, no qual a componente da velocidade perpendicular à linha de visada também produz um deslocamento da frequência.

Finalmente, o *redshift* gravitacional acontece quando a luz escapa de uma região onde existe um campo gravitacional muito intenso. De fato, os fótons perdem energia pela ação do campo que os “puxa” na direção central. Se na fonte a emissão acontece com frequência ν , o observador no “infinito” detectara uma frequência menor

$$\nu_{\infty} = \nu \left(1 - \frac{GM}{Rc^2}\right)^{1/2} \quad (2.32)$$

Vemos que a medida da frequência diferente da “natural” (por exemplo, 511 keV no caso da aniquilação elétron-pósitron) tem o potencial de revelar as características do objeto que produz o campo (mais especificamente, a relação massa-raio, Fig. 2.21). É importante esclarecer que este deslocamento *não* está relacionado com o *redshift* cosmológico, de origem e interpretação bem diferentes.

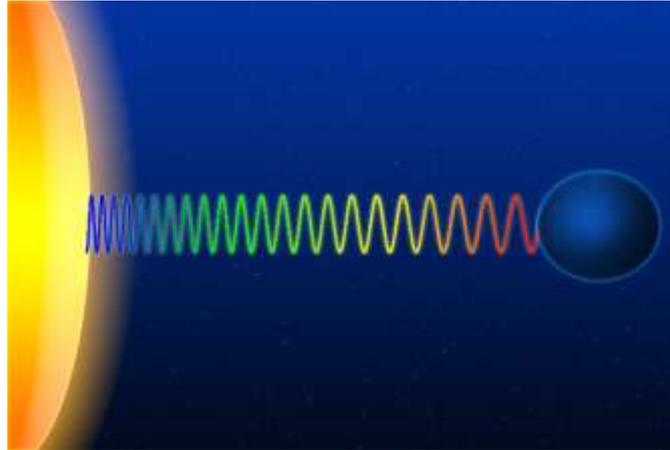


Fig. 2.21. O *redshift* gravitacional. A emissão próxima à superfície do objeto da direita perde energia na sua trajetória de escape até o observador à direita. As cores e a representação da frequência na figura refletem este fenômeno.