

MAT0130 - Equações Diferenciais I

3a. Lista de Exercícios - 1o. semestre de 2020 - Reoferecimento

1. Determine a equação característica e os autovalores das seguintes matrizes:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} -2 & -3 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2. Considere os vetores:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} t \\ 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} t^2 \\ 2t \end{bmatrix}$$

- Calcule o Wronskiano de \mathbf{x} e \mathbf{y} .
- Em que intervalos \mathbf{x} e \mathbf{y} são linearmente independentes?
- Que conclusão se pode tirar sobre os coeficientes no sistema homogêneo de equações diferenciais satisfeitas por \mathbf{x} e \mathbf{y} ?
- Encontre esse sistema de equações diferenciais e verifique as conclusões do item (c).

3. Encontre a solução geral do sistema dado

$$(a) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + 2y \\ \frac{dy}{dt} = 4x + 3y \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - y \\ \frac{dy}{dt} = 9x - 3y \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 6x - y \\ \frac{dy}{dt} = 5x + 2y \end{cases}$$

$$(d) \mathbf{X}' = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{X}$$

$$(e) \mathbf{X}' = \begin{bmatrix} 5 & -4 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 5 \end{bmatrix} \mathbf{X}$$

$$(f) \mathbf{X}' = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{X}$$

4. Determine a solução do problema de valor inicial

$$\mathbf{X}' = \begin{bmatrix} 1 & -12 & -14 \\ 1 & 2 & -3 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{X}, \quad \mathbf{X}(0) = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ -7 \end{bmatrix}$$

5. Calcule $e^{t\mathbf{A}}$ nos eguintes casos

$$(a) \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(b) \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -2 & -2 & -2 \end{bmatrix}$$