

# Evolução Estelar 2

*J.E. Horvath*  
IAG-USP



## O sistema de equações e suas soluções

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM\rho}{r^2}$$

$$\frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \rho$$

$$\frac{dL}{dr} = 4\pi r^2 \rho \left( \epsilon - T \frac{dS}{dt} \right)$$

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{3}{4ac} \frac{\bar{\kappa} \rho}{T^3} \frac{L_r}{4\pi r^2} \quad (\text{radiativo})$$

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{\Gamma_2 - 1}{\Gamma_2} \frac{T}{P} \frac{dP}{dr} \quad (\text{ou coisa melhor, convectivo})$$

$X_i \rightarrow \bar{\kappa} \quad \epsilon$

4 equações com 5 incógnitas ( $P, M, \rho, T, L$ )

mas...

equação de estado que liga  $P, \rho$  e  $T$

# Os tempos que controlam a vida das estrelas

$\tau_{\text{queda livre}}$

Tempo para a estrela desabar se (de repente) parassem todas as reações nucleares e não houvesse pressão térmica

$\tau_{\text{term}}$

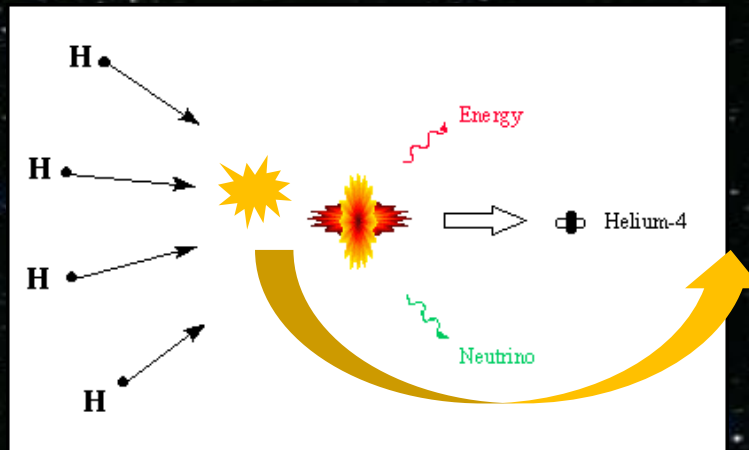
Tempo para estabelecer a distribuição estacionária da T

$\tau_{\text{KH}}$

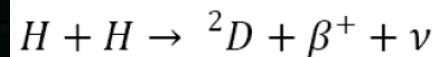
Tempo de Kelvin-Helmholtz, para radiar uma fração substancial da energia que possui

$\tau_{\text{nuc}}$

Tempo da consumação das reações nucleares  $\sim 10^9$  anos (!?)



Aqui acontece algo bem importante: um dos prótons deve se converter em um nêutron, se não toda estrela **explodiria logo** e não haveria nada (deuteron=ligado, dipróton não)



*Interação fraca*

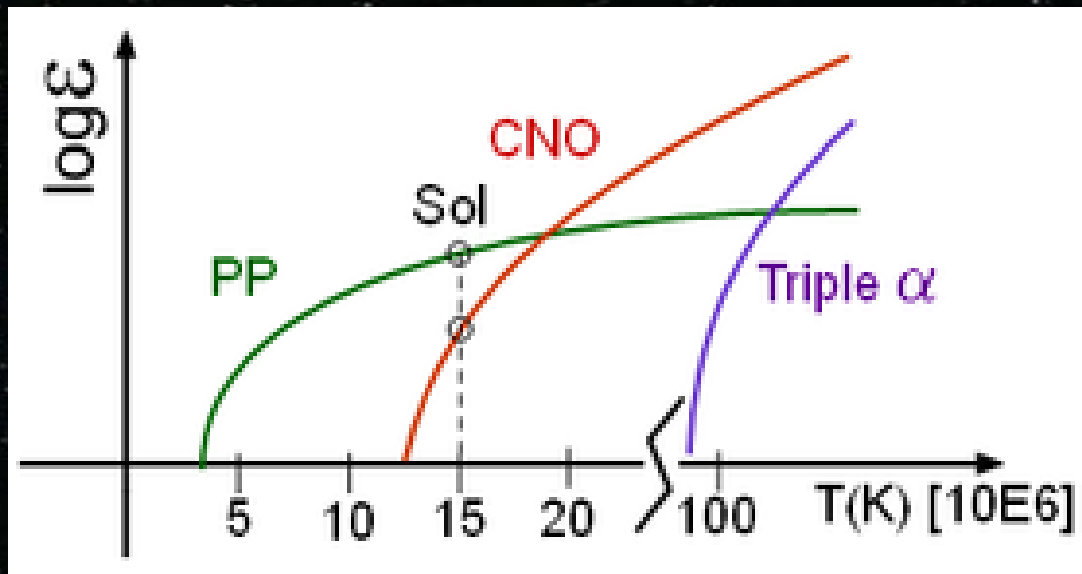
$$\tau_{\text{queda livre}} < \tau_{\text{term}} < \tau_{\text{KH}} < \tau_{\text{nuc}}$$

← Isto permite a Evolução Estelar

# A separação entre MS inferior e superior

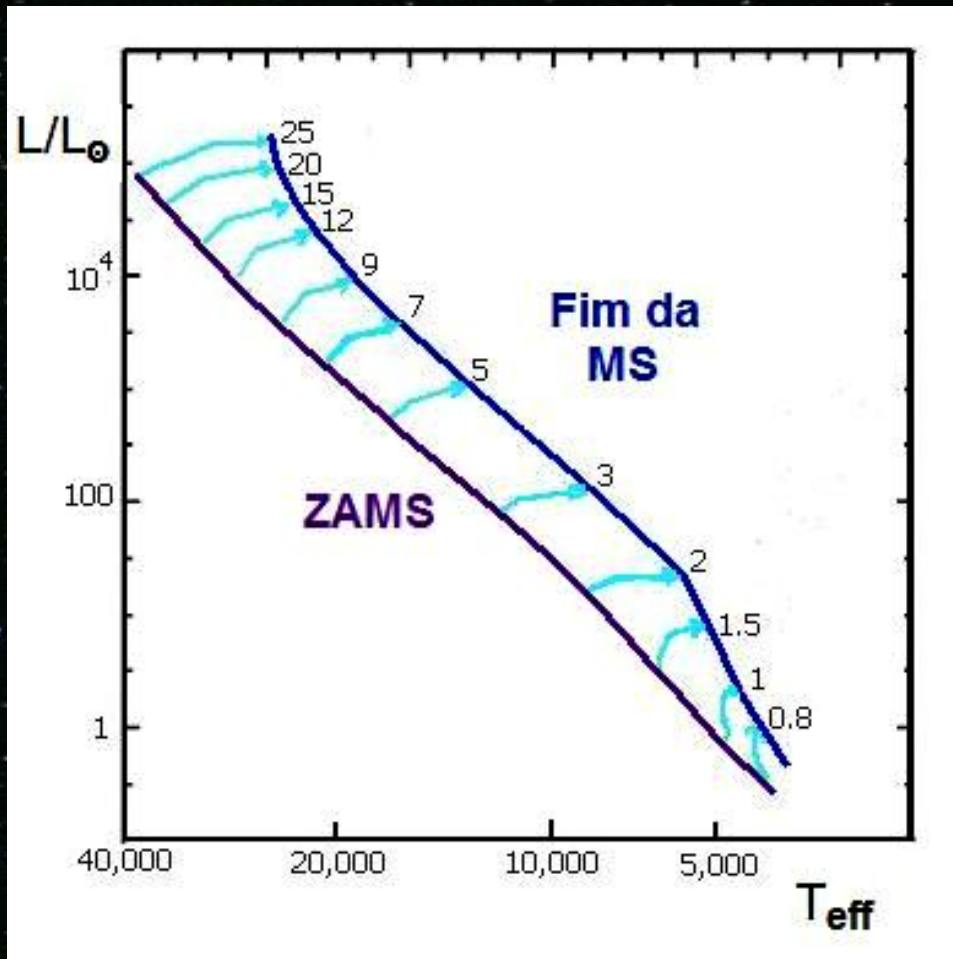
No p-p  $\epsilon = T^{1/4}$

No CNO  $\epsilon = T^{16}$



Contração à MS: homogeneidade da composição

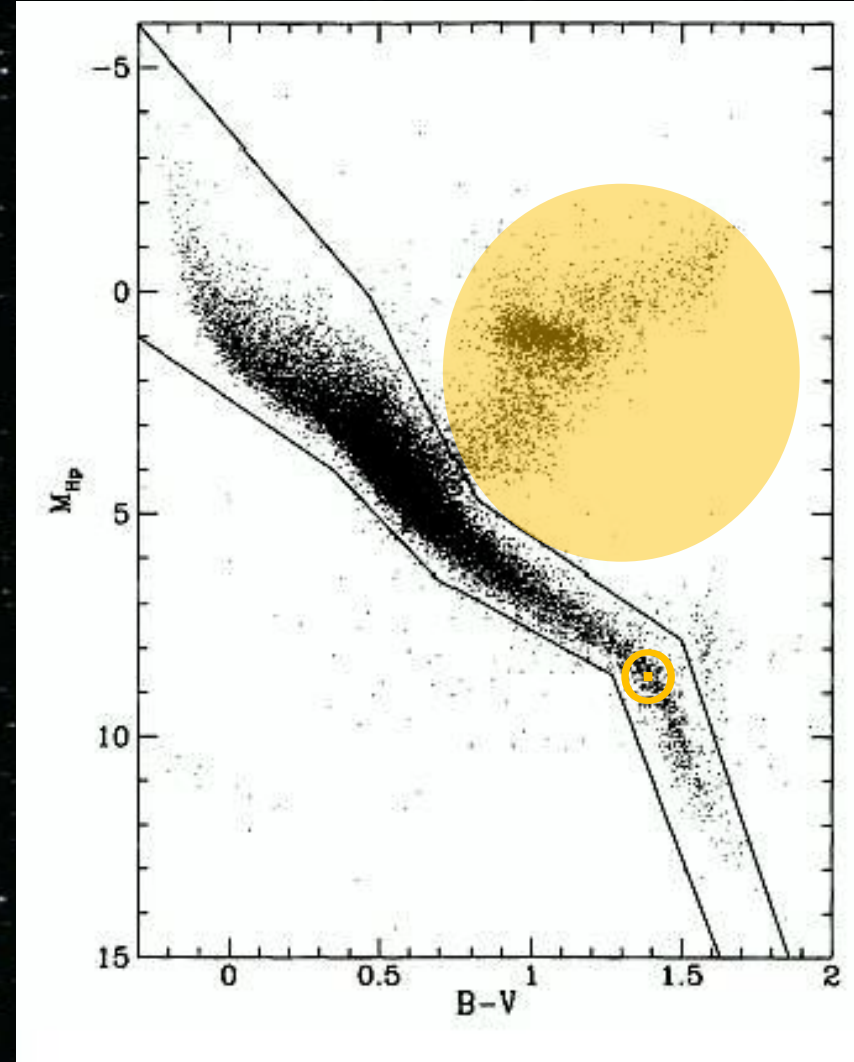
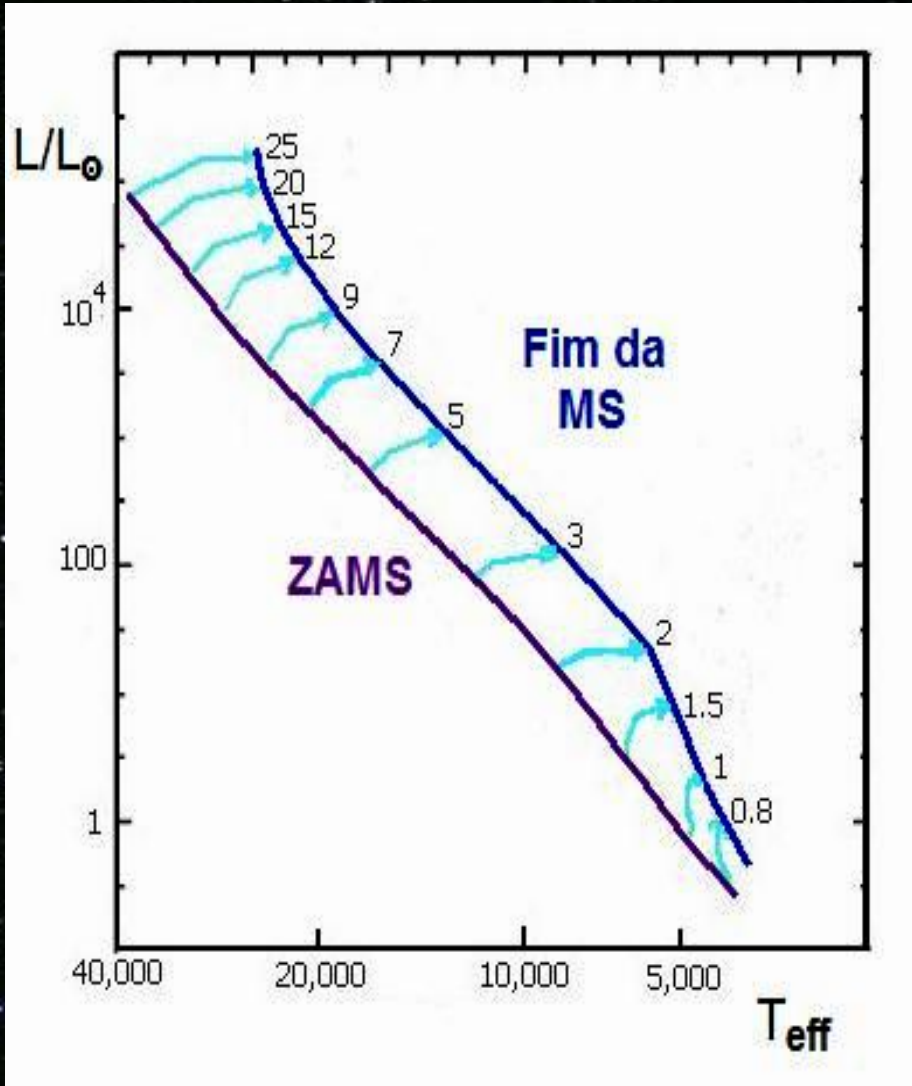
ZAMS: lugar geométrico das estrelas que queimam hidrogênio (pp ou CNO) com  $X_i$  **homogênea**



Esta faixa decorre das soluções do sistema de eqs. !!!

A teoria **explica** a MS observada


# Comparação dos limites teóricos com as observações



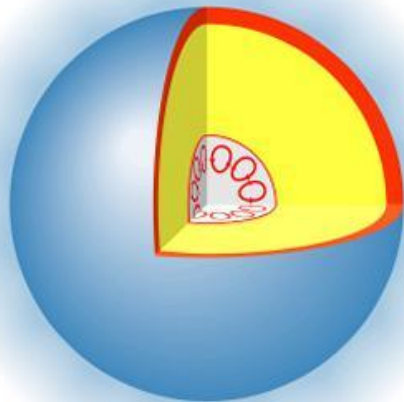
Condição de saída da MS?

MS superior e inferior : a separação em torno a  $2 M_{\odot}$   
limiar do envelope convectivo (para  $0.3 M_{\odot}$  totalmente convectivo)

$$\frac{dT}{dr} |_{real} > \frac{dT}{dr} |_{ad}$$

Para estrelas massivas (CNO) a convecção está no *centro* (a geração de energia está mais concentrada)  
O caroço convectivo  cresce com M

$M > 8 M_{\odot}$



$M = 1 M_{\odot}$



$M < M_{\odot}$

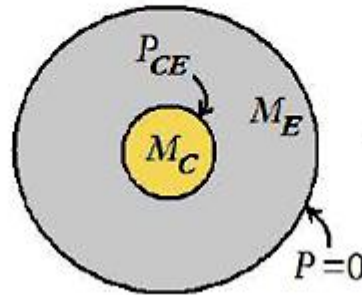


A relação  
L-Teff muda  
por volta  
de  $2 M_{\odot}$  !!

# Até quando pode permanecer fusionando hidrogênio?

## O limite de Schoenberg-Chandrasekhar

Consideremos a situação de equilíbrio hidrostático da configuração caroço-envelope que coexistem a uma pressão comum  $P_{CE}$  (Fig. 8.1).



Existe um ponto onde o equilíbrio caroço-envelope não é mais possível. Mas não tem nada a ver com a exaustão do hidrogênio ! Há muitíssimo hidrogênio ainda ( $> 80\%$  em massa) na estrela, mas o hélio é cada vez mais presente e não contribui à pressão, O caroço não pode produzir pressão crescente indefinidamente.

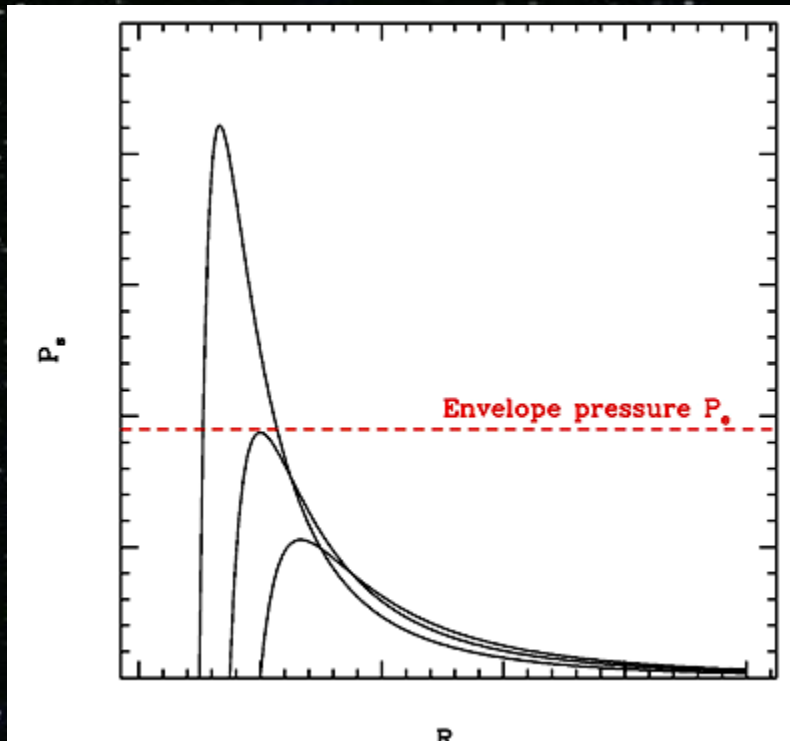


A pressão no caroço tem um **máximo**

Para  $T_{CE}$  e  $R_C$  dados,

$$P_{CE} = \frac{3}{4\pi R_C^3} \left( \frac{M_C k_B T_{CE}}{\mu_C m_p} - \frac{1}{5} \frac{GM_C^2}{R_C} \right)$$

$M_C$  faz com que o primeiro termo aumente e o segundo diminua a pressão.



$$\frac{dP_{CE}}{dM_C} = 0$$

$$P_{CE}^{max} = \frac{375}{64\pi} \frac{1}{G^3 M_C^2} \left( \frac{k_B T_{CE}}{\mu_C m_p} \right)^4$$

Cai *muito* com  $M_C$   
(pressão finita)

A pressão na base do envelope é

$$P_{bE} = \frac{81}{4\pi} \frac{1}{G^3 M_*^2} \left( \frac{k_B T_{CE}}{\mu_E m_p} \right)^4$$

O limite de Schoenberg-Chandrasekhar se obtém fazendo  $P_{CE} = P_{bE}$  e resolvendo para  $M_C$ ,

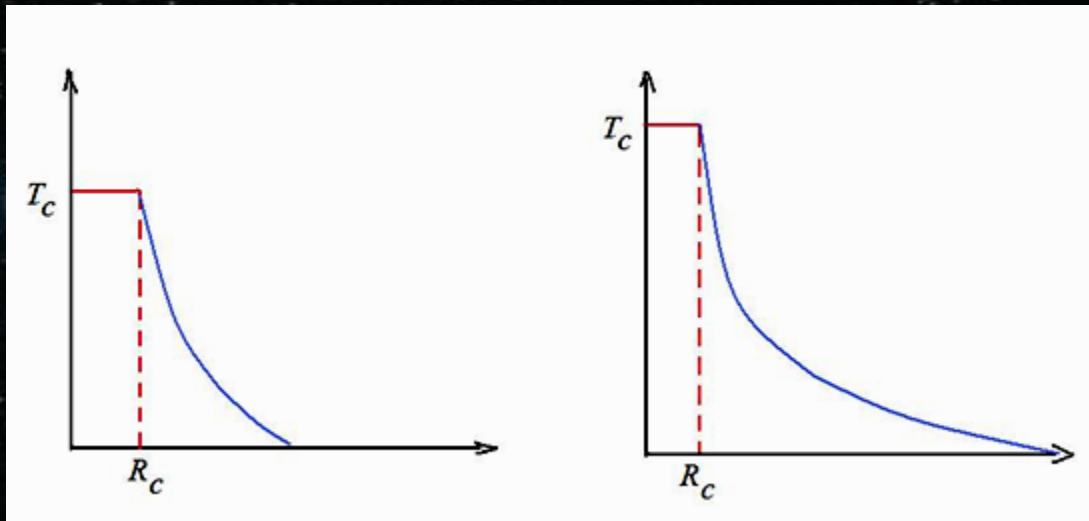
$$\left( \frac{M_C}{M_*} \right) = 0.37 \left( \frac{\mu_E}{\mu_C} \right)^2$$

Quando atingido o valor crítico do caroço “inerte”, não há mais equilíbrio hidrostático e a estrela precisa procurar um...

Isto provoca a expansão do envelope pela contração do caroço (não colapso, contração, ainda há uma pressão enorme dentro...) ➡ **Movimento através do diagrama HR**

Por quê os envelopes se expandem quando os caroços se contraem?

Explicação #1:  $T \propto \frac{M_C}{R_C}$  no caroço que se contrai, assim  $\frac{dT}{dr}$  deve se ajustar para levar a energia gerada ➔  $R_*$  cresce



## Explicação #2:

Para tempos  $\tau \gg \tau_{din}$

$$\langle \Omega \rangle + 2\langle U \rangle = 0$$

E por outro lado

$$\langle \Omega \rangle + \langle U \rangle - \int_0^t L dt + \iint_0^t \epsilon dt dV = \text{constante}$$

$$\langle \Omega \rangle + \langle U \rangle = \text{constante}$$

Separadamente  $\langle \Omega \rangle$  e  $\langle U \rangle$  devem ser constantes assim,

$$\Omega = \frac{GM_C^2}{R_C} + \frac{GM_C M_{env}}{R_*} = \text{constante}'$$

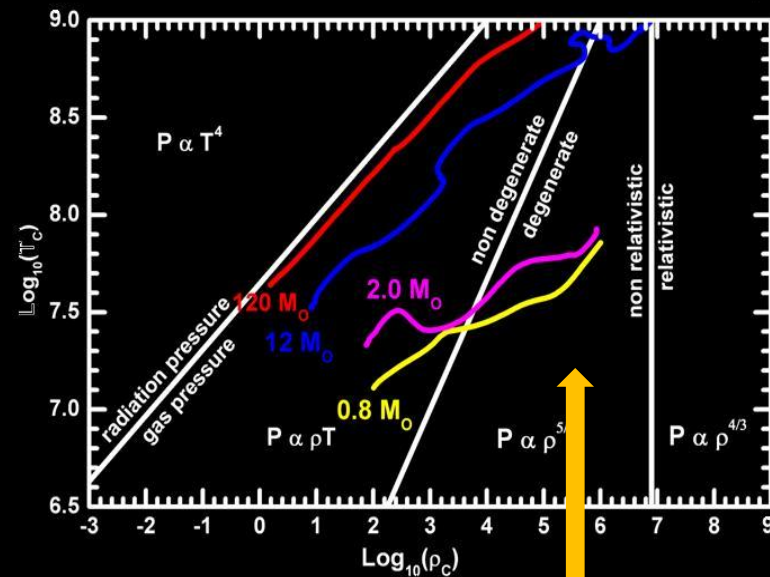
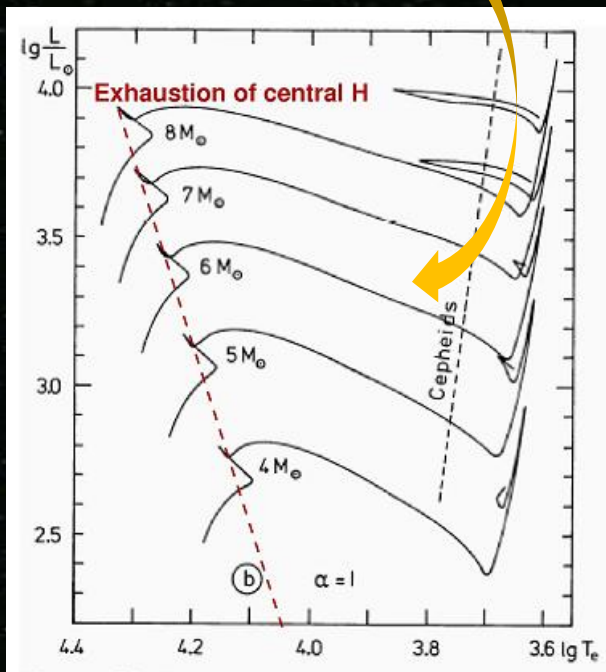
$$\frac{dR_*}{dR_C} = - \left( \frac{M_C}{M_{env}} \right) \left( \frac{R_*}{R_C} \right)^2$$

Se  $R_C$  decresce,  $R_*$  cresce, e muito já que se **amplifica**  
Observado nos modelos numéricos e na natureza

# A subida para o Ramo das Gigantes

A contração do caroço em escalas KH desloca a queima de H para uma concha enquanto o raio se expande → a fotosfera esfria rapidamente

*Hertzsprung Gap*



Dois regimes diferentes:

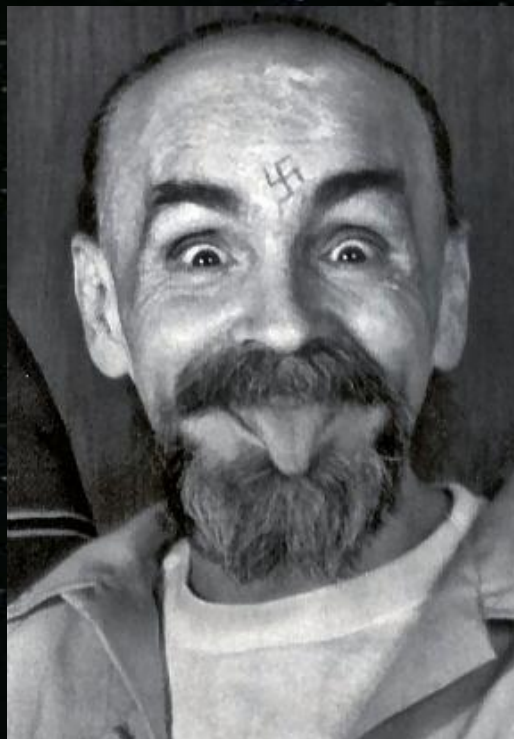
Caroço **degenerado** ou **normal**

**2 M<sub>⊙</sub>**

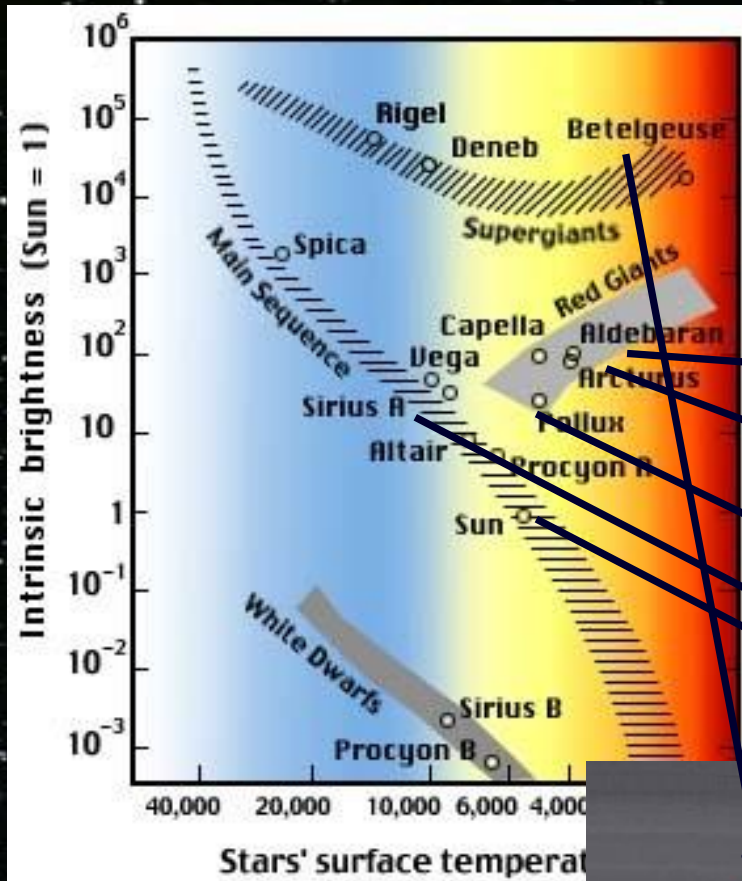
Na expansão a temperatura baixa até que o íon H- aumenta a opacidade a energia “fica retida” e a luminosidade sobe a **temperatura constante**

Envelope fica convectivo *de fora para dentro*

Intervalo...

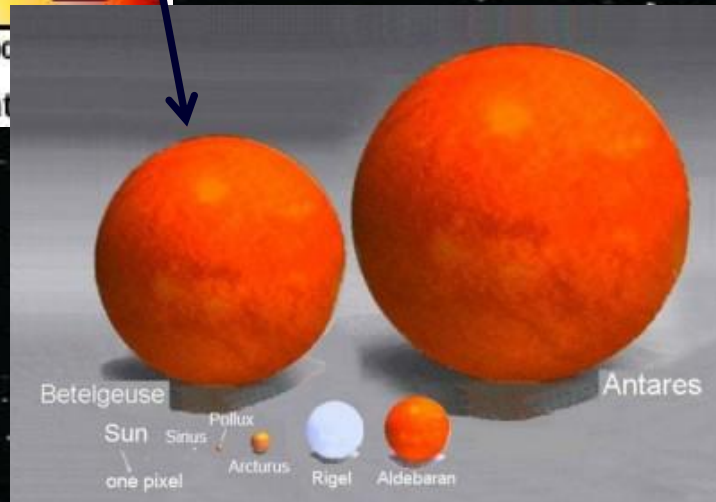
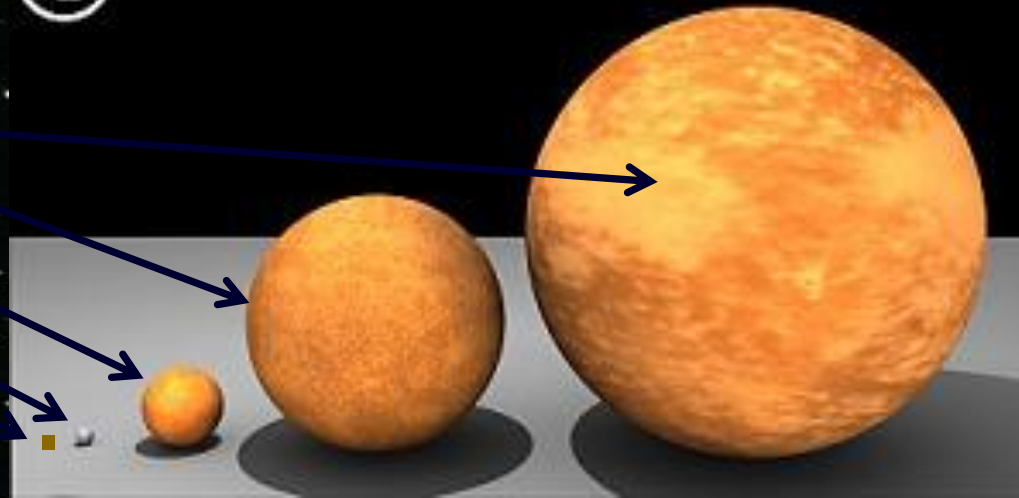


# As gigantes vermelhas...



④

Sirius < Pollux < Arcturus < Aldebaran



Não confundir com as **supergigantes** de grande massa...

O estado de (alguns) caroços cheios de hélio:

## Mecânica Quântica vs. Mecânica Clássica

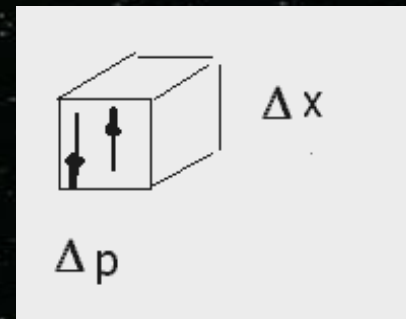
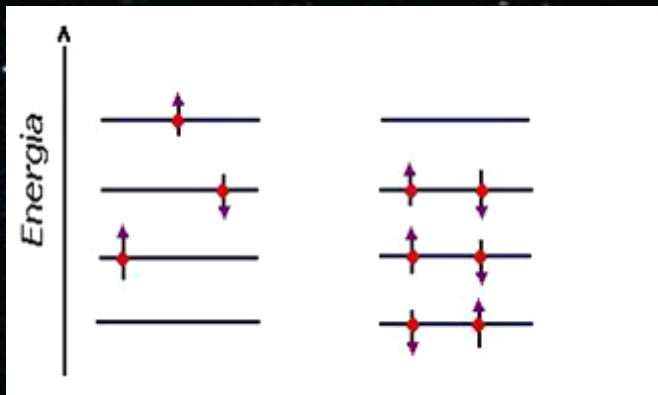
A equação de estado para um gás clássico é

$$PV = NRT$$

Vemos que se  $T \rightarrow 0; P \rightarrow 0$

já que a pressão é o resultado da agitação térmica das partículas.

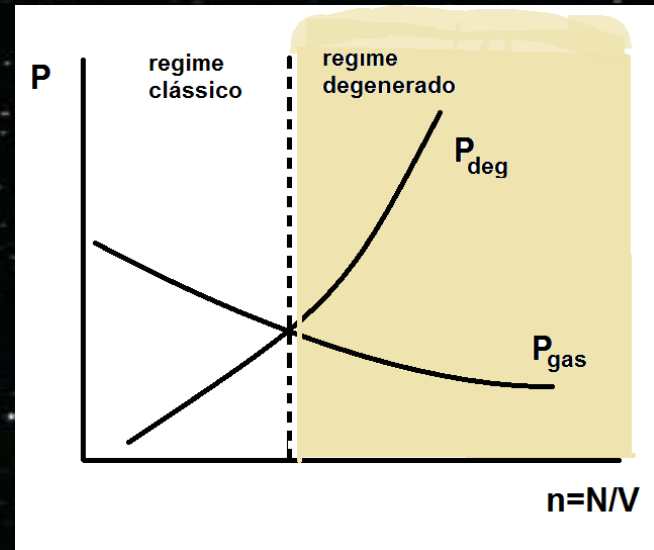
Se "apertarmos" os átomos, chegará um momento onde por cada cubinho no espaço das fases pode haver só 2 elétrons (Princípio de Pauli !)



Essa repulsão de origem quântico gera pressão, que **cresce** conforme  $T \rightarrow 0$  e suporta a estrutura dos caroços na MS inferior e também das **anãs brancas**

Levando em conta que a pressão  $P = \frac{\partial}{\partial V} (\varepsilon / n)$ , podemos obtê-la de calcular a densidade de energia  $\varepsilon$  e a densidade de partículas  $n = N/V$ . O resultado é

$$\rightarrow \frac{\hbar^2}{m} \left( \frac{N}{V} \right)^{\frac{5}{3}} \text{ (não relat.)}$$
$$\rightarrow \frac{\hbar^2}{m} \left( \frac{N}{V} \right)^{\frac{4}{3}} \text{ (ultrarelat.)}$$



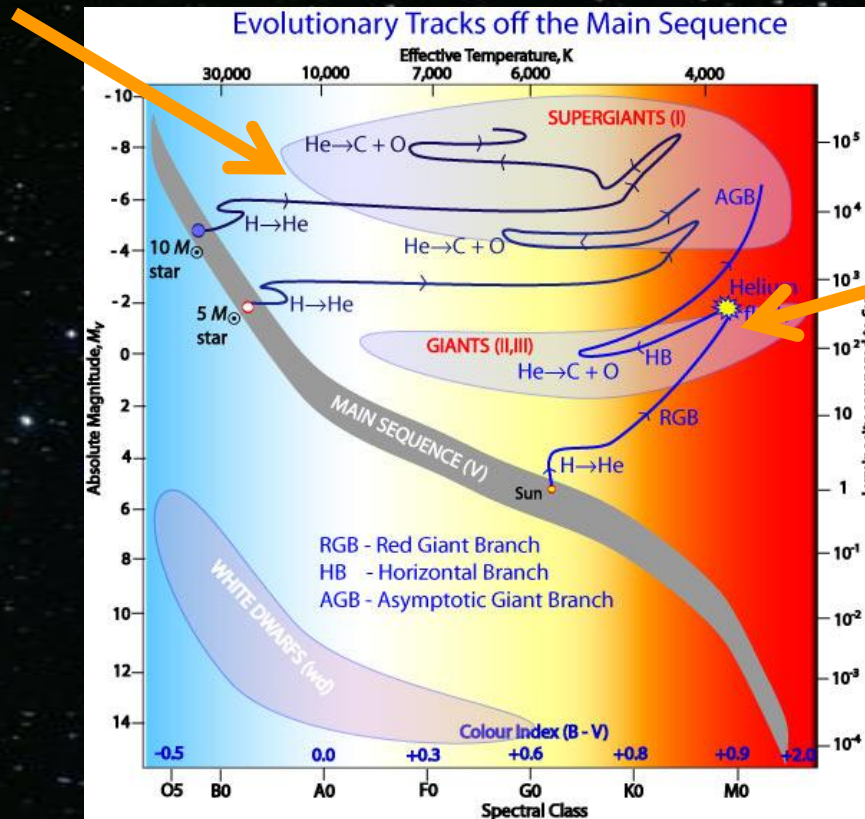
Agora é a Mecânica Quântica a que rege o comportamento da matéria, se  $T \rightarrow 0$ , a pressão não se importa (!), pois *não depende da agitação térmica e sim do caráter fundamental das partículas* (pressão de degenerescência)

Os carcoços mais massivos e as anãs brancas não teriam explicação não fosse pela Mecânica Quântica !!!!



O flash de hélio somente acontece porque o caroço é degenerado. Nas estrelas com caroço “normal” (suportado pela pressão do gás  $\propto T$ , não há flash)

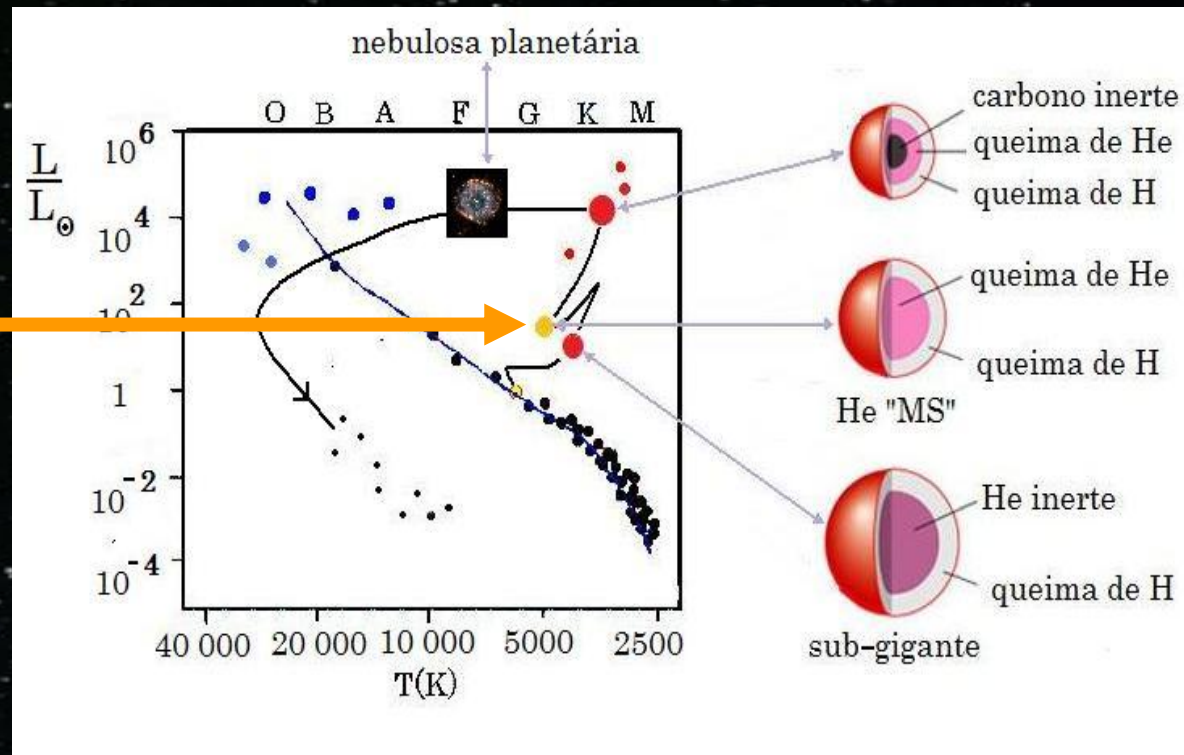
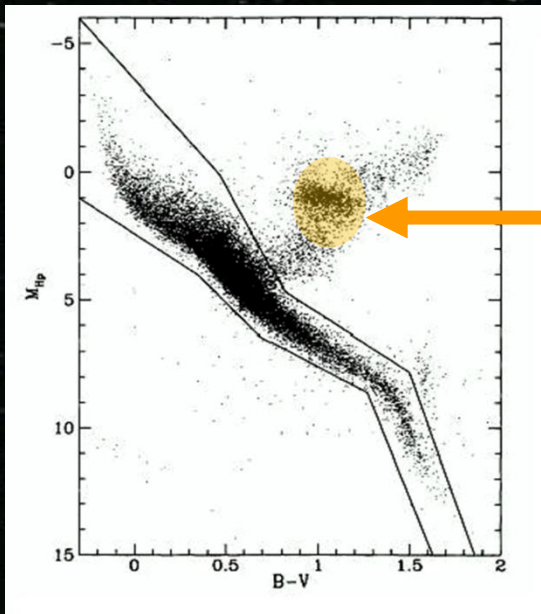
As estrelas de grande massa de cara são **convectivas**, não estão sujeitas ao limite de Schoenberg-Chandrasekhar e esgotam, sim, todo o hidrogênio antes de sair da MS



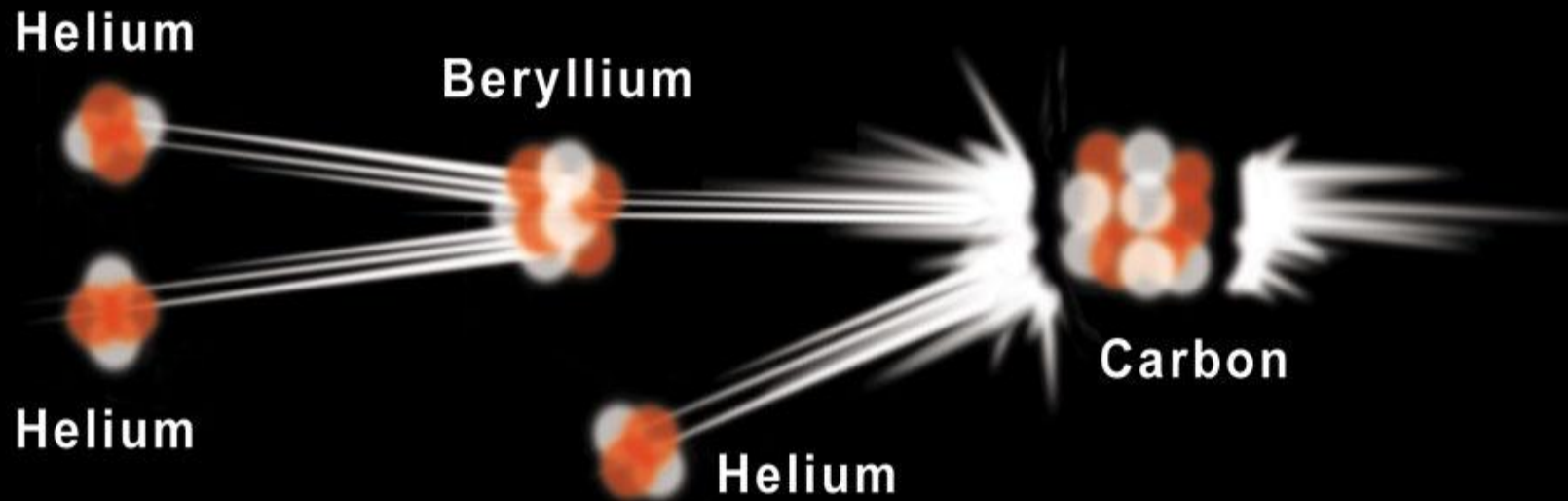
Somente se  $M < 2 M_{\odot}$

Voltamos às estrelas da MS inferior: depois do flash (quando a degenerescência foi contornada) ou diretamente se o caroço era normal, a estrela estabelece a queima de He estacionária no caroço, seguida do H no env.

“MS de hélio” → *Red Clump (Pop I)* ou *Ramo Horizontal (Pop II)*



# Triple-Alpha Process

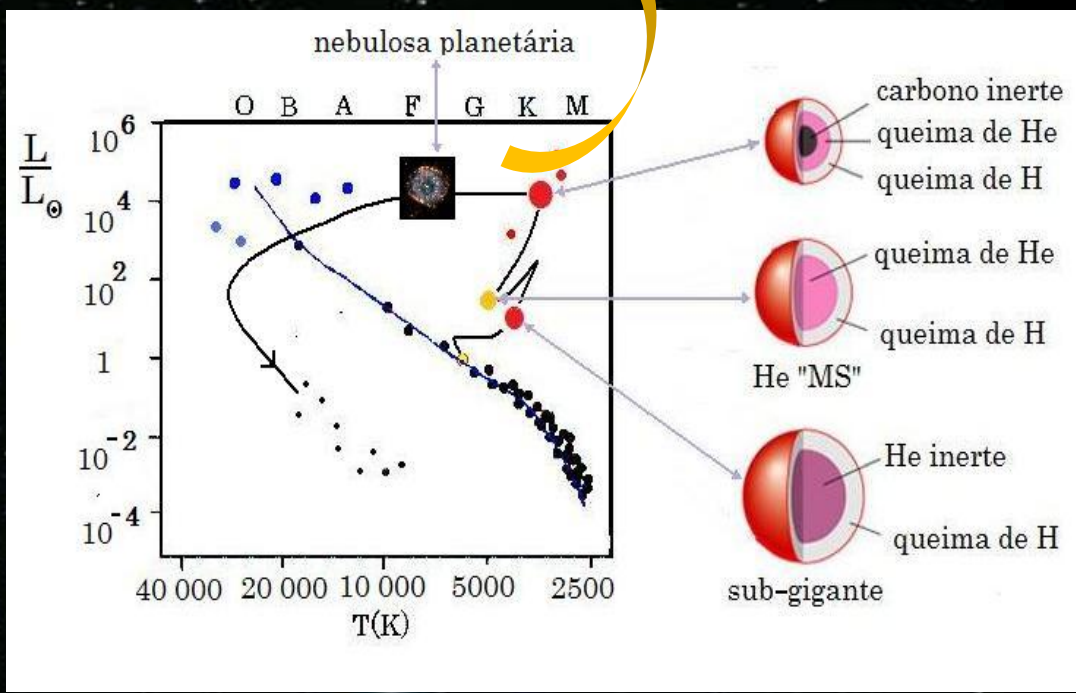


© 2000 ESPACE [www.espace-cd.net](http://www.espace-cd.net)

Com maiores temperaturas e densidades, reações nucleares com elementos mais pesados (que detém maiores barreiras coulombianas) são possíveis (no exemplo da figura  $3^4\text{He} \rightarrow ^{12}\text{C}$ )

A fusão do carbono é impossível se a estrela é de pouca massa. Em troca, os flashes crescem em amplitude e expulsam o envelope aqui

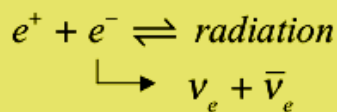
Nebulosas planetárias : o material processado volta ao ISM



Hoje há evidência para pensarmos que se a massa inicial é de até umas 8 massas solares, este será o fim da vida da estrela já que ela é leve demais para fundir elementos pesados.

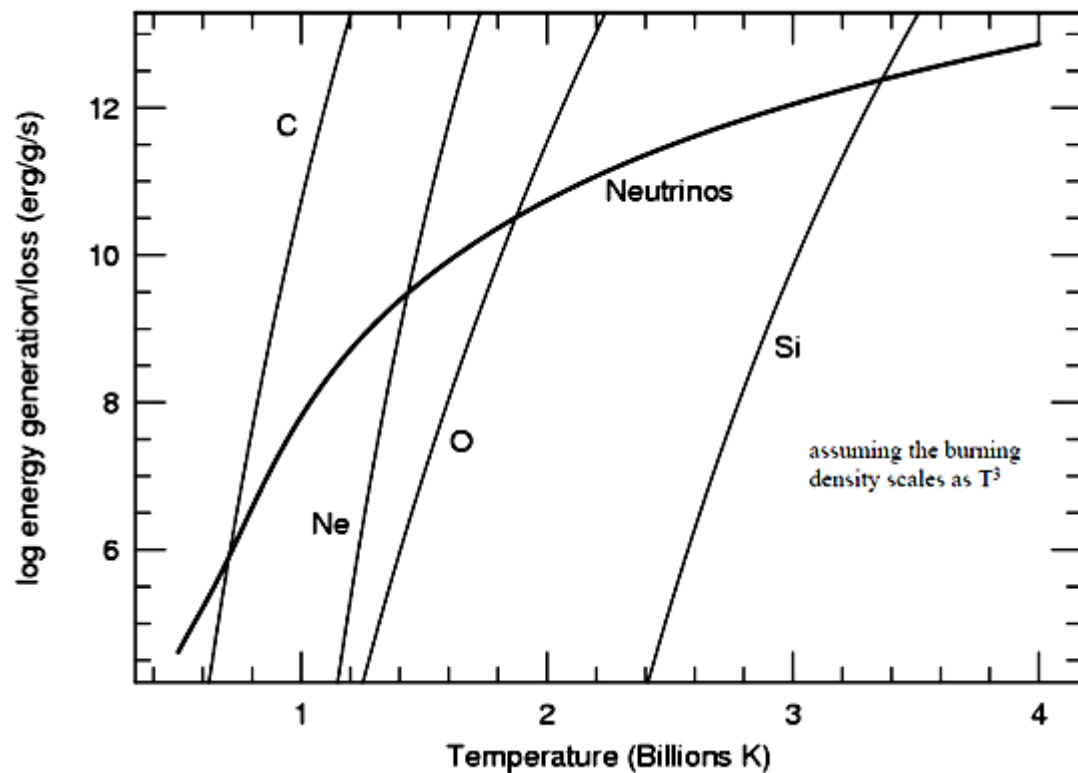
# Evolução de estrelas massivas e colapsos gravitacionais

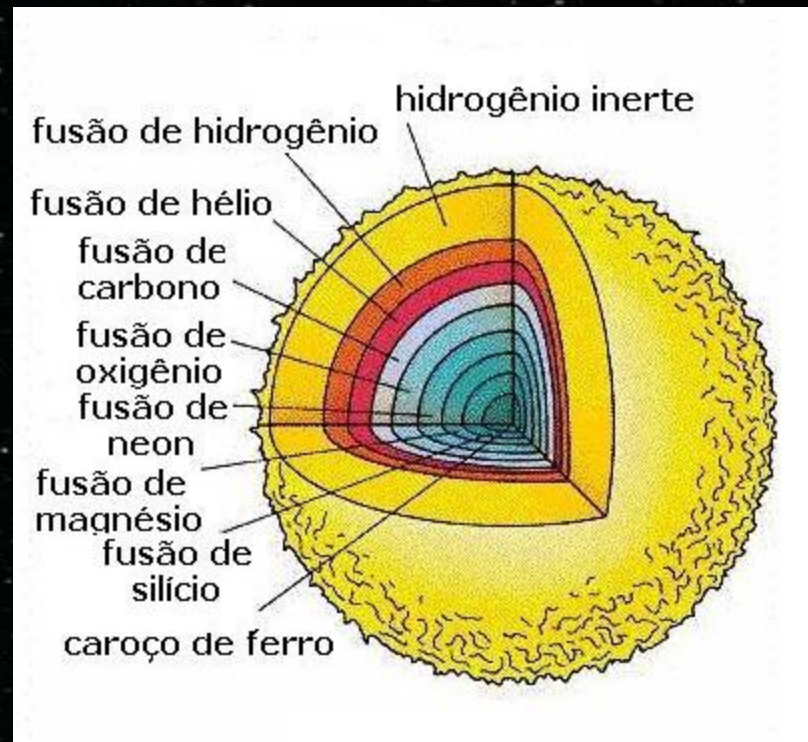
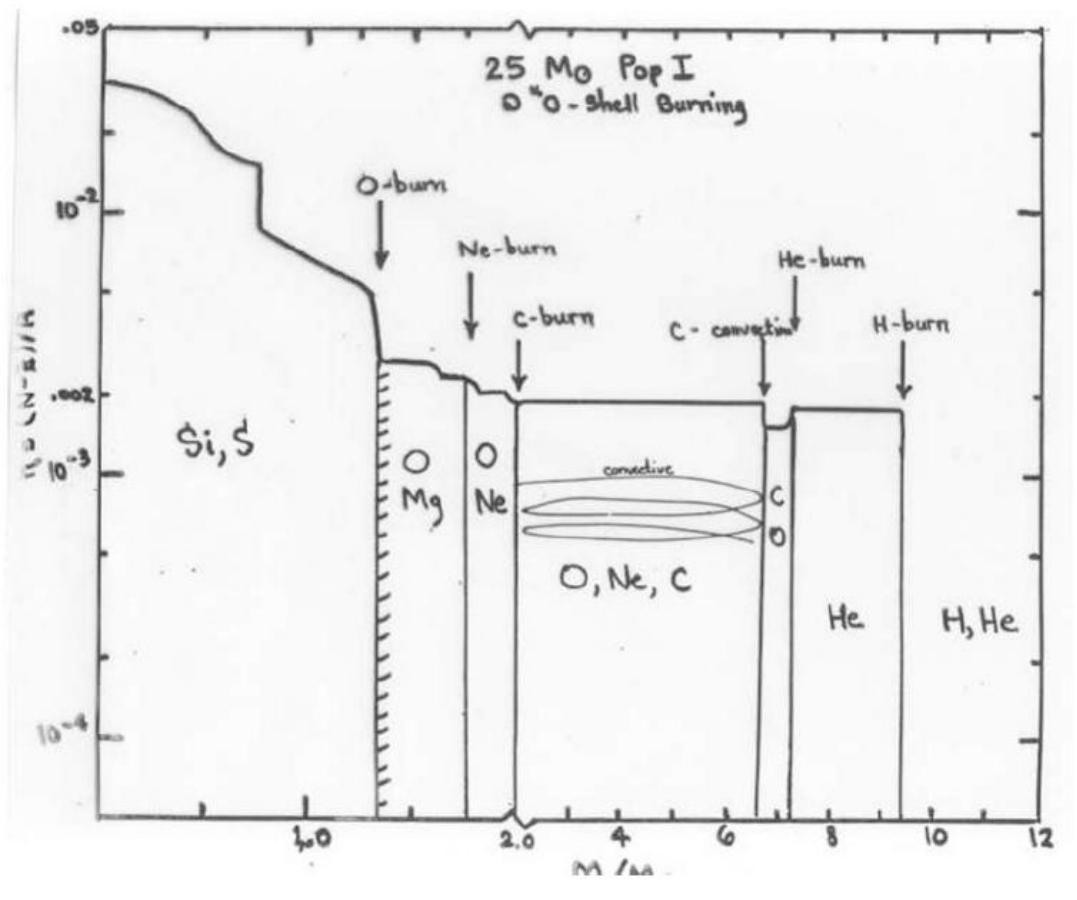
O papel dos neutrinos: pela primeira vez na história da estrela, os neutrinos são a principal fonte (-) de energia e determinam a temperatura de ignição dos ciclos nucleares



$$T_9 > 0.5$$

A taxa de reações deve ser maior que a taxa de escape dos neutrinos para acender





Combustível	Produtos	Temperatura da ignição	Massa mínima para a ignição ( $M_{\odot}$ )	Duração numa estrela de $25 M_{\odot}$
H	He	$4 \cdot 10^6$ K	$0.1 M_{\odot}$	$7 \cdot 10^6$ anos
He	C, O	$120 \cdot 10^6$ K	$0.4 M_{\odot}$	$0.5 \cdot 10^6$ anos
C	Ne, Na, Mg, O	$600 \cdot 10^6$ K	$4 M_{\odot}$	600 anos
Ne	O, Mg	$1.2 \cdot 10^9$ K	$8 M_{\odot}$	1 anos
O	Si, S, P	$1.5 \cdot 10^9$ K	$8 M_{\odot}$	0.5 anos
Si	Ni to Fe	$2.7 \cdot 10^9$ K	$8 M_{\odot}$	1 dias



Na próxima aula...

As explosões de supernova (colapsos)