

PTC3420 - PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA APLICADA A CONTROLE

Pontos Extremos Adjacentes

PTC - EPUSP

Aula 9 - 2020

Agradecimento: Agradeço a Profa. Celma Ribeiro pelos arquivos latex do curso PRO-3341, usados na preparação das aulas desse curso.

PONTOS EXTREMOS ADJACENTES

Conhecida a variável que entra da base como escolher qual variável que deve sair da base? Suponha que tenhamos uma solução básica factível atual

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_m \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

PONTOS EXTREMOS ADJACENTES

ou seja,

$$b = x_1 a_1 + \dots + x_m a_m$$

com $x_i > 0$, $i = 1, \dots, m$ (solução não degenerada). Suponha também que a_q deve entrar na base, $m + 1 \leq q \leq n$. Qual variável deve sair? Temos do tableau que

$$a_q = y_{1q} a_1 + \dots + y_{mq} a_m$$

Multiplicando por ϵ e subtraindo da expressão acima temos que

$$b = (x_1 - \epsilon y_{1q}) a_1 + \dots + (x_m - \epsilon y_{mq}) a_m + \epsilon a_q$$

PONTOS EXTREMOS ADJACENTES

Aumentando o valor de ϵ e mantendo a factibilidade ($x_1 - \epsilon y_{1q} \geq 0$) temos as seguintes situações:

- 1) se $y_{iq} \leq 0$ para todo $i = 1, \dots, m$, temos uma direção extrema dada do

$$d = \begin{pmatrix} -y_{1q} \\ \vdots \\ -y_{mq} \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow 1 \text{ na } q\text{-ésima posição.}$$

PONTOS EXTREMOS ADJACENTES

2) se $y_{iq} > 0$ para algum $i = 1, \dots, m$, definimos

$$\epsilon^* = \min \left\{ \frac{x_i}{y_{iq}}; y_{iq} > 0 \right\} = \frac{x_p}{y_{pq}}$$

Nesse caso o vetor a_p (variável x_p) sai da base para a entrada de a_q (variável x_q). Se o mínimo for atingido por mais de um índice i então a nova solução será degenerada.

EXEMPLO

Considere o tableau,

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	b
1	0	0	2	4	6	4
0	1	0	1	2	3	3
0	0	1	-1	2	1	1

Suponha que a_4 vai entrar na base. Quem deve sair? Calcule o ponto extremo adjacente realizando as pivotações para colocar a_4 na base, e determine o novo ponto extremo. Continue as pivotações para colocar a_5 e a_6 na base, obtendo os pontos extremos em cada caso.

EXEMPLO

Considere o sistema

$$3x_1 + 5x_2 \leq 15$$

$$5x_1 + 2x_2 \leq 10, \quad x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Faças as pivotações de forma a passar por todos os pontos extremos do conjunto. Identifique cada tableau no gráfico.

EXEMPLO

Considere o sistema

$$-x_1 + 2x_2 \leq 6$$

$$-x_1 + x_2 \leq 2, \quad x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Faça as pivotações de forma a passar por todos os pontos extremos e direções extremas do conjunto. Identifique cada tableau no gráfico.

