

# *INTRODUÇÃO À TRANSFERÊNCIA DE CALOR*

Eduardo Emery Cunha Quites  
Luiz Renato Bastos Lia

## **APRESENTAÇÃO**

Este trabalho fornece aos alunos de transferência de calor os conceitos fundamentais básicos da mesma forma que são ministrados em sala de aula. Esta abordagem tem por objetivo permitir que os alunos se concentrem nas explicações dadas em aula, livrando-os da tarefa de reproduzir o que foi escrito no quadro negro.

Também estão incluídos diversos exercícios resolvidos e propostos cujas respostas encontram-se em apêndice ao final deste trabalho. Os exercícios aqui apresentados, em sua grande maioria, fizeram partes das provas ministradas durante os últimos anos.

Nesta primeira edição desta apostila certamente estarão presentes erros e imperfeições. Entretanto, estamos certos de que os alunos nos auxiliarão apontando os erros, comentando e sugerindo, de forma que nas próximas edições este trabalho possa ser aperfeiçoado.

Aproveitamos também para agradecer a todas as pessoas que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

Eduardo Emery Cunha Quites  
Engenheiro Metalúrgico, M.Sc.

Luiz Renato Bastos Lia  
Engenheiro Químico, M. Sc.

## **TRANSFERÊNCIA DE CALOR**

1. INTRODUÇÃO.....	4
1.1. O QUE É e COMO SE PROCESSA? .....	4
1.2. RELAÇÃO ENTRE A TRANSFERÊNCIA DE CALOR E A TERMODINÂMICA.....	5
1.3. RELEVÂNCIA DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR .....	6
1.4. METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM TRANSFERÊNCIA DE CALOR.....	6
2. MECANISMOS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR.....	7
2.1. CONDUÇÃO .....	7
2.2. CONVECÇÃO .....	8
2.3. RADIAÇÃO .....	9
2.4. MECANISMOS COMBINADOS .....	9
2.5. REGIMES DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR .....	10
2.6. SISTEMAS DE UNIDADES.....	10
3. CONDUÇÃO DE CALOR UNIDIMENSIONAL EM REGIME PERMANENTE.....	12
3.1. LEI DE FOURIER.....	12
3.2. CONDUÇÃO DE CALOR EM UMA PAREDE PLANA .....	14
3.3. ANALOGIA ENTRE RESISTÊNCIA TÉRMICA E RESISTÊNCIA ELÉTRICA .....	17
3.4. ASSOCIAÇÃO DE PAREDES PLANAS EM SÉRIE .....	18
3.5. ASSOCIAÇÃO DE PAREDES PLANAS EM PARALELO .....	19
3.6. CONDUÇÃO DE CALOR ATRAVÉS DE CONFIGURAÇÕES CILÍNDRICAS .....	23
3.7. CONDUÇÃO DE CALOR ATRAVÉS DE UMA CONFIGURAÇÃO ESFÉRICA .....	26
4. FUNDAMENTOS DA CONVECÇÃO .....	34
4.1. LEI BÁSICA PARA CONVECÇÃO .....	34
4.2. CAMADA LIMITE .....	35
4.3. DETERMINAÇÃO DO COEFICIENTE DE PELÍCULA (h) .....	36
4.4. RESISTÊNCIA TÉRMICA NA CONVECÇÃO .....	38
4.5. MECANISMOS COMBINADOS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR (CONDUÇÃO E CONVECÇÃO) .....	39
5. PRINCÍPIOS DA RADIAÇÃO TÉRMICA .....	55
5.1. CORPO NEGRO e CORPO CINZENTO .....	56
5.2. LEI DE STEFAN-BOLTZMANN .....	57
5.3. FATOR FORMA .....	57
5.5. EFEITO COMBINADO CONDUÇÃO - CONVECÇÃO - RADIAÇÃO .....	59
6. ALETAS.....	66
6.1. DEFINIÇÃO.....	66
6.2. CÁLCULO DO FLUXO DE CALOR EM ALETAS DE SEÇÃO	

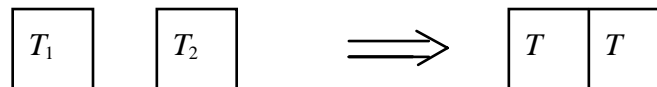
UNIFORME.....	67
6.3. TIPOS DE ALETAS.....	69
6.4. EFICIÊNCIA DE UMA ALETA.....	72
7- TROCADORES DE CALOR.....	87
7.1 TIPO DE TROCADORES.....	87
7.2. MÉDIA LOGARÍTMICA DAS DIFERENÇAS DE TEMPERATURAS.....	89
7.3. BALANÇO TÉRMICO EM TROCADORES DE CALOR.....	91
7.4. COEFICIENTE GLOBAL DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR .....	92
7.5. FATOR DE FULIGEM (INCRUSTAÇÃO).....	93
7.6. FLUXO DE CALOR PARA TROCADORES COM MAIS DE UM PASSE .....	96
8.- ISOLAMENTO TÉRMICO .....	108
8.1. DEFINIÇÃO.....	108
8.2. CARACTERÍSTICAS DE UM BOM ISOLANTE .....	108
8.3. MATERIAIS ISOLANTES BÁSICOS .....	109
8.4. FORMAS DOS ISOLANTES .....	109
8.5. APLICAÇÃO DE ISOLANTES.....	110
8.6. CÁLCULO DE ESPESSURAS DE ISOLANTES .....	111
8.7. ISOLAMENTO DE TUBOS - CONCEITO DE RAIOS CRÍTICOS .....	113

## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1. O QUE É e COMO SE PROCESSA?

Transferência de Calor (ou Calor) é energia em trânsito devido a uma diferença de temperatura. **Sempre** que existir uma diferença de temperatura em um meio ou entre meios ocorrerá transferência de calor.

Por exemplo, se dois corpos a diferentes temperaturas são colocados em contato direto, como mostra a figura 1.1, ocorrerá uma transferência de calor do corpo de temperatura mais elevada para o corpo de menor temperatura até que haja equivalência de temperatura entre eles. Dizemos que o sistema tende a atingir o equilíbrio térmico.



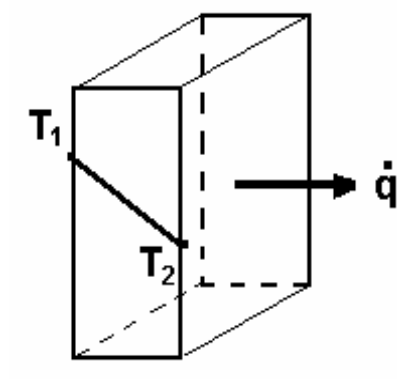
$$\text{Se } T_1 > T_2 \rightarrow T_1 > T > T_2$$

[ figura 1.1 ]

Está implícito na definição acima que um corpo nunca contém calor, mas calor é indentificado com tal quando cruza a fronteira de um sistema. O calor é portanto um fenômeno transitório, que cessa quando não existe mais uma diferença de temperatura.

Os diferentes processos de transferência de calor são referidos como mecanismos de transferência de calor. Existem três mecanismos, que podem ser reconhecidos assim :

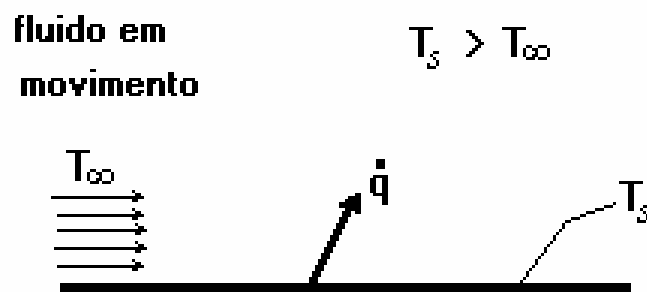
- Quando a transferência de energia ocorrer em um **meio estacionário**, que pode ser um sólido ou um fluido, em virtude de um gradiente de temperatura, usamos o termo transferência de calor por condução. A figura 1.2 ilustra a transferência de calor por condução através de uma parede sólida submetida à uma diferença de temperatura entre suas faces.



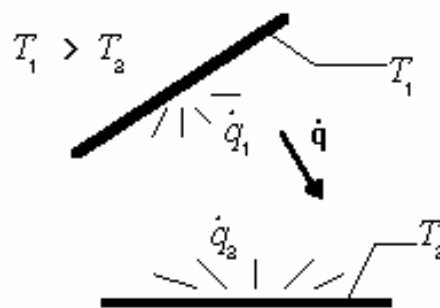
[ figura 1.2 ]

- Quando a transferência de energia ocorrer entre uma **superfície e um fluido** em movimento em virtude da diferença de temperatura entre eles, usamos o termo transferência de calor por convecção. A figura 1.3 ilustra a transferência de calor de calor por convecção quando um fluido escoia sobre uma placa aquecida.
- Quando, na **ausência de um meio interveniente**, existe uma troca líquida de energia (emitida na forma de ondas eletromagnéticas) entre duas superfícies a diferentes

temperaturas, usamos o termo radiação. A figura 1.4 ilustra a transferência de calor por radiação entre duas superfícies a diferentes temperaturas.



[ figura 1.3 ]



[ figura 1.4 ]

## 1.2. RELAÇÃO ENTRE A TRANSFERÊNCIA DE CALOR E A TERMODINÂMICA

Termodinâmica trata da relação entre o calor e as outras formas de energia. A energia pode ser transferida através de interações entre o sistema e suas vizinhanças. Estas interações são denominadas calor e trabalho.

- A 1ª Lei da Termodinâmica governa quantitativamente estas interações

$$E_2 - E_1 = {}_1Q_2 - {}_1W_2$$

A 1ª Lei da Termodinâmica pode ser enunciada assim :

"A variação líquida de energia de um sistema é sempre igual a transferência líquida de energia na forma de calor e trabalho".

- A 2ª Lei da Termodinâmica aponta a direção destas interações

A 2ª Lei da Termodinâmica pode ser enunciada assim :

"É impossível o processo cujo único resultado seja a transferência líquida de calor de um região fria para uma região quente".

Porém existe uma diferença fundamental entre a transferência de calor e a termodinâmica.

Embora a termodinâmica trate das interações do calor e o papel que ele desempenha na primeira e na segunda leis, ela não leva em conta nem o mecanismo de transferência nem os métodos de cálculo da **taxa de transferência de calor**.

A termodinâmica trata com estados de equilíbrio da matéria onde inexistem gradientes de temperatura. Embora a termodinâmica possa ser usada para determinar a quantidade de energia requerida na forma de calor para um sistema passar de um estado de equilíbrio para outro, ela não pode quantificar a **taxa** (velocidade) na qual a transferência do calor ocorre.

A disciplina de transferência de calor procura fazer aquilo o que a termodinâmica é inerentemente incapaz de fazer.

### 1.3. RELEVÂNCIA DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR

A transferência de calor é fundamental para todos os ramos da engenharia. Assim como o engenheiro mecânico enfrenta problemas de refrigeração de motores, de ventilação, ar condicionado, etc., o engenheiro metalúrgico não pode dispensar a transferência de calor nos problemas relacionados aos processos pirometalúrgicos e hidrometalúrgicos, ou no projeto de fornos, regeneradores, conversores, etc.

Em nível idêntico, o engenheiro químico ou nuclear necessita da mesma ciência em estudos sobre evaporação, condensação ou em trabalhos em refinarias e reatores, enquanto o eletricitista e o eletrônico a utiliza no cálculo de transformadores e geradores e dissipadores de calor em microeletrônica e o engenheiro naval aplica em profundidade a transferência de calor em caldeiras, máquinas térmicas, etc.

Até mesmo o engenheiro civil e o arquiteto sentem a importância de, em seus projetos, preverem o isolamento térmico adequado que garanta o conforto dos ambientes.

Como visto, a transferência de calor é importante para a maioria de problemas industriais e ambientais. Como exemplo de aplicação, consideremos a vital área de produção e conversão de energia :

- na geração de eletricidade (hidráulica, fusão nuclear, fóssil, geotérmica, etc) existem numerosos problemas que envolvem condução, convecção e radiação e estão relacionados com o projeto de caldeiras, condensadores e turbinas.
- existe também a necessidade de maximizar a transferência de calor e manter a integridade dos materiais em altas temperaturas
- é necessário minimizar a descarga de calor no meio ambiente, evitando a poluição térmica através de torres de refrigeração e recirculação.

Os processos de transferência de calor afetam também a performance de sistemas de propulsão (motores a combustão e foguetes). Outros campos que necessitam de uma análise de transferência de calor são sistemas de aquecimento, incineradores, armazenamento de produtos criogênicos, refrigeração de equipamentos eletrônicos, sistemas de refrigeração e ar condicionado e muitos outros.

### 1.4. METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM TRANSFERÊNCIA DE CALOR

De modo a se obter maior produtividade, a resolução de problemas de transferência de calor deve seguir um procedimento sistemático que evite a "tentativa-e-erro". Este procedimento pode ser resumido em 5 itens :

1. **Saber** : Leia cuidadosamente o problema
2. **Achar** : Descubra o que é pedido
3. **Esquematizar** : Desenhe um esquema do sistema. Anote o valor das propriedades
4. **Resolver** : Desenvolver a resolução mais completa possível antes de substituir os valores numéricos. Realizar os cálculos necessários para obtenção dos resultados.
5. **Analisar** : Analise seus resultados. São coerentes? Comente se necessário

## 2. MECANISMOS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR

A transferência de calor pode ser definida como a transferência de energia de uma região para outra como resultado de uma diferença de temperatura entre elas.

É necessário o entendimento dos mecanismos físicos que permitem a transferência de calor de modo a poder quantificar a quantidade de energia transferida na unidade de tempo (taxa).

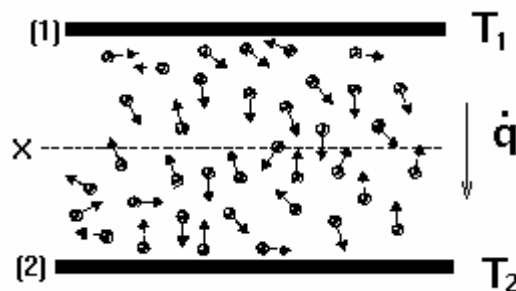
Os mecanismos são:

- Condução
  - Radiação
- } dependem somente de um  $\Delta T$
- Convecção  $\Rightarrow$  depende de um  $\Delta T$  e transporte de massa

### 2.1. CONDUÇÃO

A condução pode se definida como o processo pelo qual a energia é transferida de uma região de alta temperatura para outra de temperatura mais baixa dentro de um meio (sólido, líquido ou gasoso) ou entre meios diferentes em contato direto. Este mecanismo pode ser visualizado como a transferência de energia de partículas mais energéticas para partículas menos energéticas de uma substância devido a interações entre elas.

O mecanismo da condução pode ser mais facilmente entendido considerando, como exemplo, um gás submetido a uma diferença de temperatura. A figura 2.1 mostra um gás entre duas placas a diferentes temperaturas :



[ figura 2.1 ]

1. O gás ocupa o espaço entre 2 superfícies (1) e (2) mantidas a diferentes temperaturas de modo que  $T_1 > T_2$  (o gás não tem movimento macroscópico);
2. Como altas temperaturas estão associadas com energias moleculares mais elevadas, as moléculas próximas à superfície são mais energéticas (movimentam-se mais rápido);
3. O plano hipotético X é constantemente atravessado por moléculas de cima e de baixo. Entretanto, as moléculas de cima estão associadas com mais energia que as de baixo.

$\rightarrow$ Portanto existe uma transferência líquida de energia de (1) para (2) por condução

Para os líquidos o processo é basicamente o mesmo, embora as moléculas estejam menos espaçadas e as interações sejam mais fortes e mais freqüentes. Para os sólidos existem basicamente dois processos ( ambos bastante complexos ) :

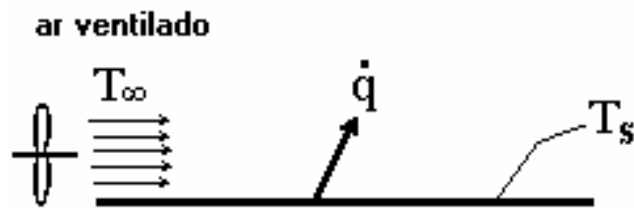
- sólido mau condutor de calor : ondas de vibração da estrutura cristalina
- sólido bom condutor de calor: movimento dos eletrons livres e vibração da estrutura cristalina.

### 2.2. CONVECÇÃO



A convecção pode ser definida como o processo pelo qual energia é transferida das porções quentes para as porções frias de um fluido através da ação combinada de : condução de calor, armazenamento de energia e movimento de mistura.

O mecanismo da convecção pode ser mais facilmente entendido considerando, por exemplo, um circuito impresso (chip) sendo refrigerado (ar ventilado), como mostra a figura 2.2 :



[ figura 2.2 ]

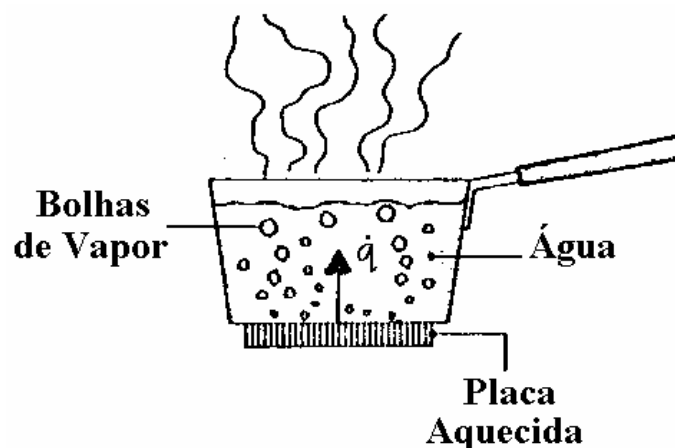
1. A velocidade da camada de ar próxima à superfície é muito baixa em razão das forças viscosas ( atrito ).
2. Nesta região o calor é transferido por condução. Ocorre portanto um armazenamento de energia pelas partículas presentes nesta região.
3. Na medida que estas partículas passam para a região de alta velocidade, elas são carreadas pelo fluxo transferindo calor para as partículas mais frias.

→No caso acima dizemos que a convecção foi forçada, pois o movimento de mistura foi induzido por um agente externo, no caso um ventilador.

Suponhamos que o ventilador seja retirado. Neste caso, as partículas que estão próximas à superfície continuam recebendo calor por condução e armazenando a energia. Estas partículas tem sua temperatura elevada e, portanto a densidade reduzida. Já que são mais leves elas sobem trocando calor com as partículas mais frias (e mais pesadas) que descem.

→Neste caso dizemos que a convecção é natural (é óbvio que no primeiro caso a quantidade de calor transferido é maior).

Um exemplo bastante conhecido de convecção natural é o aquecimento de água em uma panela doméstica como mostrado na figura 2.3. Para este caso, o movimento das moléculas de água pode ser observado visualmente.



[ figura 2.3 ]

## 2.3. RADIAÇÃO

A radiação pode se definida como o processo pelo qual calor é transferido de um superfície em alta temperatura para um superfície em temperatura mais baixa quando tais superfícies estão

separados no espaço, ainda que exista vácuo entre elas. A energia assim transferida é chamada radiação térmica e é feita sob a forma de ondas eletromagnéticas.

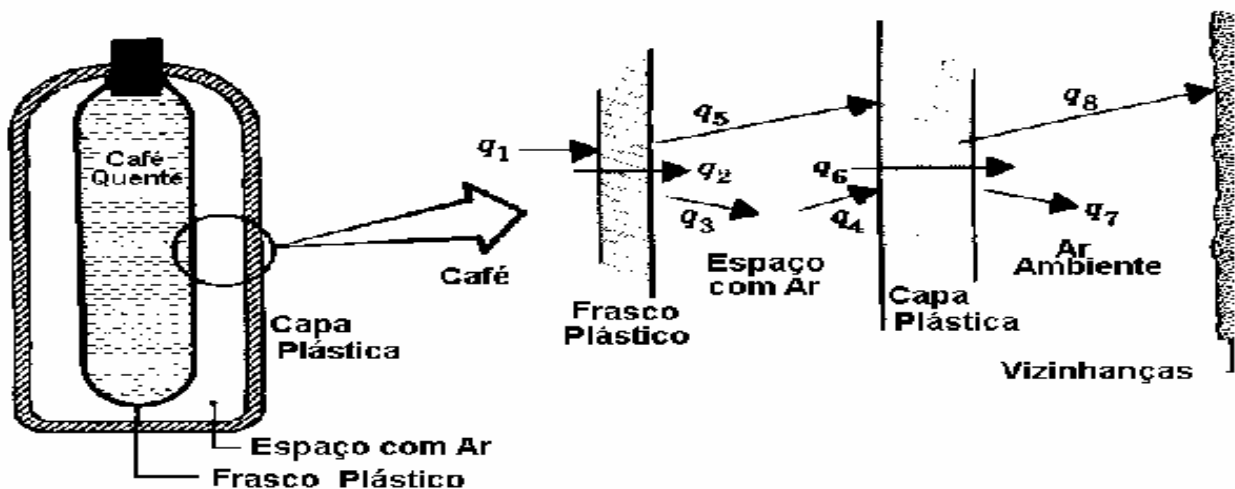
O exemplo mais evidente que podemos dar é o próprio calor que recebemos do sol. Neste caso, mesmo havendo vácuo entre a superfície do sol ( cuja temperatura é aproximadamente 5500 °C ) e a superfície da terra, a vida na terra depende desta energia recebida. Esta energia chega até nós na forma de ondas eletromagnéticas. As ondas eletromagnéticas são comuns a muitos outros fenômenos: raio-X, ondas de rádio e TV, microondas e outros tipos de radiações.

As emissões de ondas eletromagnéticas podem ser atribuídas a variações das configurações eletrônicas dos constituintes de átomos e moléculas, e ocorrem devido a vários fenômenos, porém, para a transferência de calor interessa apenas as ondas eletromagnéticas resultantes de uma diferença de temperatura ( radiações térmicas ). As suas características são:

- Todos corpos em temperatura acima do zero absoluto emitem continuamente radiação térmica
- As intensidades das emissões dependem somente da temperatura e da natureza da superfície emitente
- A radiação térmica viaja na velocidade da luz (300.000 Km/s)

## 2.4. MECANISMOS COMBINADOS

Na maioria das situações práticas ocorrem ao mesmo tempo dois ou mais mecanismos de transferência de calor atuando ao mesmo tempo. Nos problemas da engenharia, quando um dos mecanismos domina quantitativamente, soluções aproximadas podem ser obtidas desprezando-se todos, exceto o mecanismo dominante. Entretanto, deve ficar entendido que variações nas condições do problema podem fazer com que um mecanismo desprezado se torne importante. Como exemplo de um sistema onde ocorrem ao mesmo tempo vários mecanismo de transferência de calor consideremos uma garrafa térmica. Neste caso, podemos ter a atuação conjunta dos seguintes mecanismos esquematizados na figura 2.4 :



[ figura 2.4 ]

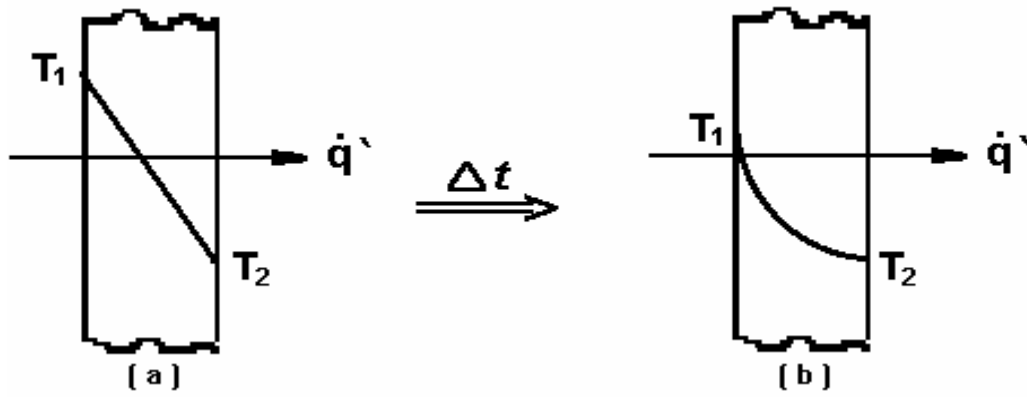
- $q_1$  : convecção natural entre o café e a parede do frasco plástico
- $q_2$  : condução através da parede do frasco plástico
- $q_3$  : convecção natural do frasco para o ar
- $q_4$  : convecção natural do ar para a capa plástica
- $q_5$  : radiação entre as superfícies externa do frasco e interna da capa plástica
- $q_6$  : condução através da capa plástica
- $q_7$  : convecção natural da capa plástica para o ar ambiente
- $q_8$  : radiação entre a superfície externa da capa e as vizinhanças

Melhorias estão associadas com (1) uso de superfícies aluminizadas ( baixa emissividade ) para o frasco e a capa de modo a reduzir a radiação e (2) evacuação do espaço com ar para reduzir a convecção natural.

## 2.5. REGIMES DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR

O conceito de regime de transferência de calor pode ser melhor entendido através de exemplos. Analisemos, por exemplo, a transferência de calor através da parede de uma estufa qualquer. Consideremos duas situações : operação normal e desligamento ou religamento.

Durante a operação normal, enquanto a estufa estiver ligada a temperatura na superfície interna da parede não varia. Se a temperatura ambiente externa não varia significativamente, a temperatura da superfície externa também é constante. Sob estas condições a quantidade de calor transferida para fora é constante e o perfil de temperatura ao longo da parede, mostrado na figura 2.5.(a), não varia. Neste caso, dizemos que estamos no regime permanente.



[ figura 2.5 ]

Na outra situação consideremos, por exemplo, o desligamento. Quando a estufa é desligada a temperatura na superfície interna diminui gradativamente, de modo que o perfil de temperatura varia com o tempo, como pode ser visto da figura 2.5.(b). Como consequência, a quantidade de calor transferida para fora é cada vez menor. Portanto, a temperatura em cada ponto da parede varia. Neste caso, dizemos que estamos no regime transiente.

Os problemas de fluxo de calor em regime transiente são mais complexos. Entretanto, a maioria dos problemas de transferência de calor são ou podem ser tratados como regime permanente.

## 2.6. SISTEMAS DE UNIDADES

As **dimensões** fundamentais são quatro : tempo, comprimento, massa e temperatura. **Unidades** são meios de expressar numericamente as dimensões.

Apesar de ter sido adotado internacionalmente o sistema métrico de unidades denominado sistema internacional (S.I.), o sistema inglês e o sistema prático métrico ainda são amplamente utilizados em todo o mundo. Na tabela 2.1 estão as unidades fundamentais para os três sistemas citados :

Tabela 2.1 - Unidades fundamentais dos sistemas de unidades mais comuns

SISTEMA	TEMPO, t	COMPRIMENTO, L	MASSA ,m	TEMPERATURA
S.I.	segundo,s	metro,m	quilograma,kg	Kelvin,k
INGLÊS	segundo,s	pé,ft	libra-massa,lb	Fahrenheit,°F
MÉTRICO	segundo,s	metro,m	quilograma,kg	celsius,°C

Unidades derivadas mais importantes para a transferência de calor, mostradas na tabela 2.2, são obtidas por meio de definições relacionadas a leis ou fenômenos físicos :

- Lei de Newton : Força é igual ao produto de massa por aceleração (  $F = m.a$  ), então :  
1 **Newton ( N )** é a força que acelera a massa de 1 **Kg** a 1 **m/s<sup>2</sup>**
- Trabalho ( Energia ) tem as dimensões do produto da força pela distância (  $\tau = F.x$  ), então :  
1 **Joule ( J )** é a energia dispendida por uma força de 1 **N** em 1 **m**
- Potência tem dimensão de trabalho na unidade de tempo (  $P = \tau / t$  ), então :  
1 **Watt ( W )** é a potência dissipada por uma força de 1 **J** em 1 **s**

Tabela 2.2 - Unidades derivadas dos sistemas de unidades mais comuns

SISTEMA	FORÇA,F	ENERGIA,E	POTÊNCIA,P
S.I.	Newton,N	Joule,J	Watt,W
INGLÊS	libra-força,lbf	lbf-ft (Btu)	Btu/h
MÉTRICO	kilograma-força,kgf	kgm (kcal)	kcal/h

As unidades mais usuais de energia ( Btu e Kcal ) são baseadas em fenômenos térmicos, e definidas como :

- Btu é a energia requerida na forma de calor para elevar a temperatura de 1lb de água de 67,5 °F a 68,5 °F
- Kcal é a energia requerida na forma de calor para elevar a temperatura de 1kg de água de 14,5 °F a 15,5 °F

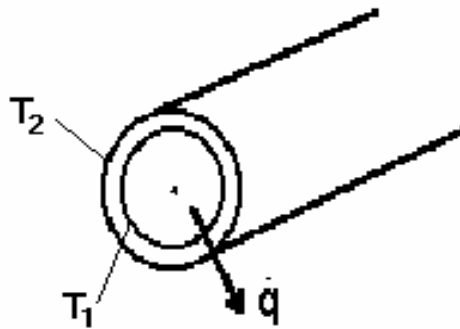
Em relação ao calor transferido, as seguintes unidades que são, em geral, utilizadas :

$\dot{q}$  - fluxo de calor transferido (potência) : W, Btu/h, Kcal/h

Q- quantidade de calor transferido (energia) : J, Btu, Kcal

### 3. CONDUÇÃO DE CALOR UNIDIMENSIONAL EM REGIME PERMANENTE

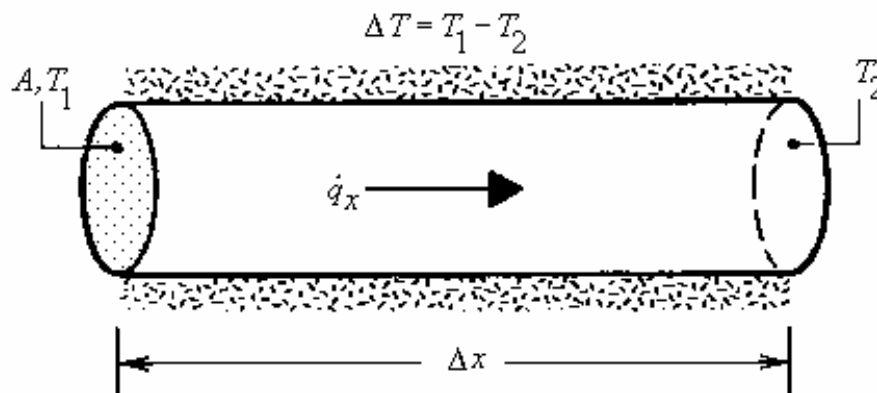
No tratamento **unidimensional** a temperatura é função de apenas uma coordenada. Este tipo de tratamento pode ser aplicado em muitos dos problemas industriais. Por exemplo, no caso da transferência de calor em um sistema que consiste de um fluido que escoa ao longo de um tubo ( figura 3.1 ), a temperatura da parede do tubo pode ser considerada função apenas do raio do tubo. Esta suposição é válida se o fluido escoa uniformemente ao longo de toda a superfície interna e se o tubo não for longo o suficiente para que ocorram grandes variações de temperatura do fluido devido à transferência de calor.



[ figura 3.1 ]

#### 3.1. LEI DE FOURIER

A lei de Fourier é fenomenológica, ou seja, foi desenvolvida a partir da observação dos fenômenos da natureza em experimentos. Imaginemos um experimento onde o fluxo de calor resultante é medido após a variação das condições experimentais. Consideremos, por exemplo, a transferência de calor através de uma barra de ferro com uma das extremidades aquecidas e com a área lateral isolada termicamente, como mostra a figura 3.2 :



[ figura 3.2 ]

Com base em experiências, variando a área da seção da barra, a diferença de temperatura e a distância entre as extremidades, chega-se a seguinte relação de proporcionalidade:

$$\dot{q} \propto A \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad (\text{eq. 3.1})$$

A proporcionalidade pode se convertida para igualdade através de um coeficiente de proporcionalidade e a Lei de Fourier pode ser enunciada assim:

"A quantidade de calor transferida por condução, na unidade de tempo, em um material, é igual ao produto das seguintes quantidades:

$$\dot{q} = -k \cdot A \cdot \frac{dT}{dx}$$

( eq. 3.2 )

onde,

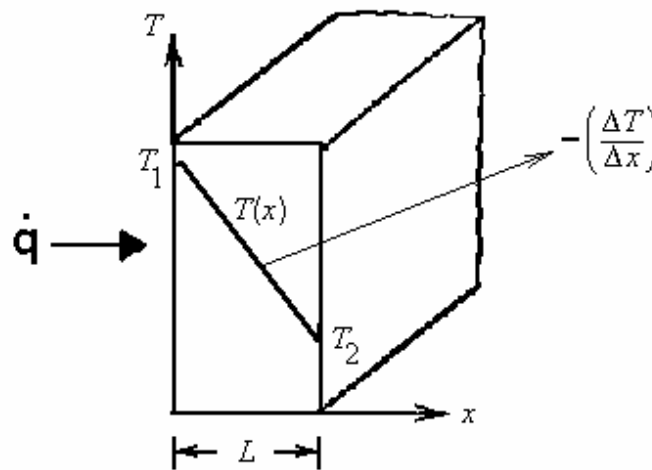
$\dot{q}$ , fluxo de calor por condução ( Kcal/h no sistema métrico);

$k$ , condutividade térmica do material;

$A$ , área da seção através da qual o calor flui por condução, medida perpendicularmente à direção do fluxo (  $m^2$ );

$dT/dx$ , gradiente de temperatura na seção, isto é, a razão de variação da temperatura  $T$  com a distância, na direção  $x$  do fluxo de calor (  $^{\circ}C/h$  )."

A razão do sinal menos na equação de Fourier é que a direção do aumento da distância  $x$  deve ser a direção do fluxo de calor positivo ( figura 3.3 ). Como o calor flui do ponto de temperatura mais alta para o de temperatura mais baixa (gradiente negativo), o fluxo só será positivo quando o gradiente for positivo (multiplicado por -1).



[ figura 3.3 ]

O fator de proporcionalidade  $k$  ( condutividade térmica ) que surge da equação de Fourier é uma propriedade de cada material e vem exprimir a maior ou menor facilidade que um material apresenta à condução de calor. Sua unidade é facilmente obtida da própria equação de Fourier ( equação 3.2 ), por exemplo no sistema prático métrico temos :

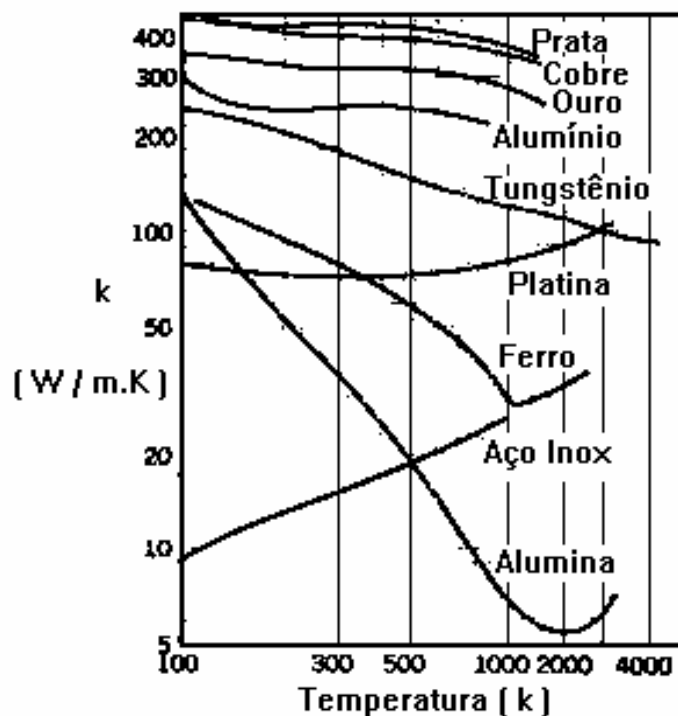
$$\dot{q} = -k \cdot A \cdot \frac{dT}{dx} \Rightarrow k = - \frac{\dot{q}}{A \cdot \frac{dT}{dx}} \left( \frac{Kcal/h}{m^2 \frac{^{\circ}C}{m}} = \frac{Kcal}{h \cdot m \cdot ^{\circ}C} \right) \quad (eq. 3.3)$$

No sistema inglês fica assim :  $\frac{Btu}{h \cdot ft \cdot ^{\circ}F}$

No sistema internacional (SI), fica assim :  $\frac{W}{m \cdot K}$

Os valores numéricos de  $k$  variam em extensa faixa dependendo da constituição química, estado físico e temperatura dos materiais. Quando o valor de  $k$  é elevado o material é considerado **condutor térmico** e, caso contrário, **isolante térmico**. Com relação à temperatura, em alguns materiais como o alumínio e o cobre, o  $k$  varia muito pouco com a temperatura,

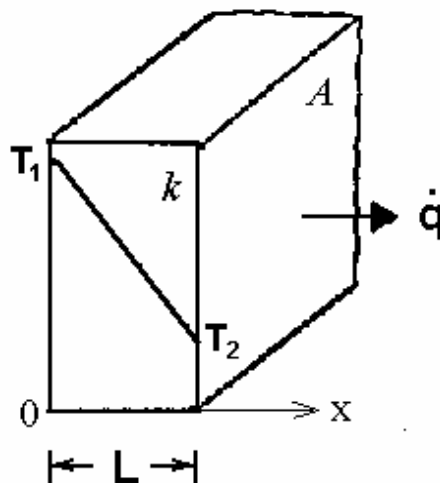
porém em outros, como alguns aços, o  $k$  varia significativamente com a temperatura. Nestes casos, adota-se como solução de engenharia um valor médio de  $k$  em um intervalo de temperatura. A variação da condutividade térmica ( no S.I. ) com a temperatura é mostrada na figura 3.4 para algumas substâncias.



[ figura 3.4 ]

### 3.2. CONDUÇÃO DE CALOR EM UMA PAREDE PLANA

Consideremos a transferência de calor por condução através de uma **parede plana** submetida a uma diferença de temperatura. Ou seja, submetida a uma fonte de calor, de temperatura constante e conhecida, de um lado, e a um sorvedouro de calor do outro lado, também de temperatura constante e conhecida. Um bom exemplo disto é a transferência de calor através da parede de um forno, como pode ser visto na figura 3.5, que tem espessura  $L$ , área transversal  $A$  e foi construído com material de condutividade térmica  $k$ . Do lado de dentro a fonte de calor mantém a temperatura na superfície interna da parede constante e igual a  $T_1$  e externamente o sorvedouro de calor ( meio ambiente ) faz com que a superfície externa permaneça igual a  $T_2$ .



[ figura 3.5 ]

Aplicado a equação de Fourier, tem-se:

$$\dot{q} = -k.A.\frac{dT}{dx}$$

Fazendo a separação de variáveis, obtemos :

$$\dot{q}.dx = -k.A.dT \quad (\text{eq. 3.4})$$

Na figura 3.5 vemos que na face interna (  $x=0$  ) a temperatura é  $T_1$  e na face externa (  $x=L$  ) a temperatura é  $T_2$ . Para a transferência em regime permanente o calor transferido não varia com o tempo. Como a área transversal da parede é uniforme e a condutividade  $k$  é um valor médio, a integração da equação 3.4, entre os limites que podem ser verificados na figura 3.5, fica assim :

$$\begin{aligned} \dot{q} \int_0^L dx &= -k.A \int_{T_1}^{T_2} dT \\ \dot{q} \cdot (L-0) &= -k.A \cdot (T_2 - T_1) \\ \dot{q} \cdot L &= k.A \cdot (T_1 - T_2) \end{aligned} \quad (\text{eq. 3.5})$$

Considerando que (  $T_1 - T_2$  ) é a diferença de temperatura entre as faces da parede (  $DT$  ), o fluxo de calor  $\dot{q}$  que atravessa a parede plana por condução é :

$$\dot{q} = \frac{k.A}{L} \cdot \Delta T \quad (\text{eq. 3.6})$$

Para melhor entender o significado da equação 3.6 consideremos um exemplo prático. Suponhamos que o engenheiro responsável pela operação de um forno necessita reduzir as perdas térmicas pela parede de um forno por razões econômicas. Considerando a equação 3.6, o engenheiro tem, por exemplo, as opções listadas na tabela 3.1 :

Tabela 3.1- Possibilidades para redução de fluxo de calor em uma parede plana.

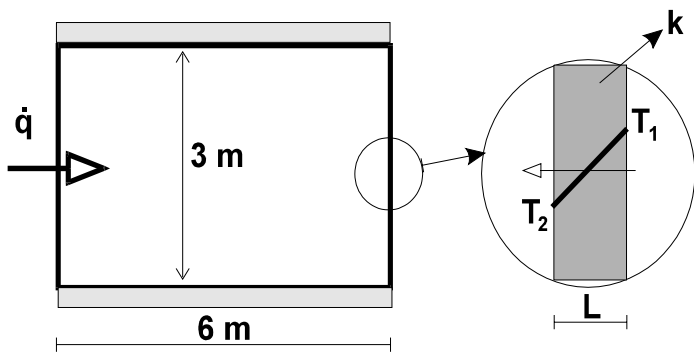
OBJETIVO	VARIÁVEL	AÇÃO
$\dot{q} \downarrow$	$k \downarrow$	trocar a parede por outra de menor condutividade térmica
	$A \downarrow$	reduzir a área superficial do forno
	$L \uparrow$	aumentar a espessura da parede
	$\Delta T \uparrow$	reduzir a temperatura interna do forno

Trocar a parede ou reduzir a temperatura interna podem ações de difícil implementação; porém, a colocação de isolamento térmico sobre a parede cumpre ao mesmo tempo as ações de redução da condutividade térmica e aumento de espessura da parede.

• **Exercício 3.1.** Um equipamento condicionador de ar deve manter uma sala, de 15 m de comprimento, 6 m de largura e 3 m de altura a 22 °C. As paredes da sala, de 25 cm de espessura, são feitas de tijolos com condutividade térmica de 0,14 Kcal/h.m.°C e a área das janelas podem ser consideradas desprezíveis. A face externa das paredes pode estar até a 40 °C em um dia de verão. Desprezando a troca de calor pelo piso e pelo teto, que estão bem isolados, pede-se o calor a ser extraído da sala pelo condicionador ( em HP ).

OBS : 1 HP = 641,2 Kcal/h





$$T_1 = 40^\circ\text{C} \quad T_2 = 22^\circ\text{C}$$

$$k = 0,14 \text{ Kcal/h.m.}^\circ\text{C}$$

$$L = 25 \text{ cm} = 0,25 \text{ m}$$

$$\text{sala : } 6 \times 15 \times 3 \text{ m}$$

Para o cálculo da área de transferência de calor desprezamos as áreas do teto e piso, onde a transferência de calor é desprezível. Desconsiderando a influência das janelas, a área das paredes da sala é :

$$A = 2 \times (6 \times 3) + 2 \times (15 \times 3) = 126 \text{ m}^2$$

Considerando que a área das quinas das paredes, onde deve ser levada em conta a transferência de calor bidimensional, é pequena em relação ao resto, podemos utilizar a equação 3.6 :

$$\dot{q} = \frac{k \cdot A}{L} \cdot (T_1 - T_2) = \frac{0,14 (\text{Kcal/h.m.}^\circ\text{C}) \times 126 \text{ m}^2}{0,25 \text{ m}} \times (40 - 22)^\circ\text{C} = 1270 \text{ Kcal/h}$$

$$\dot{q} = 1270 \text{ Kcal/h} \times \frac{1}{641,2} \frac{\text{HP}}{\text{Kcal/h}} = 1,979 \text{ HP}$$

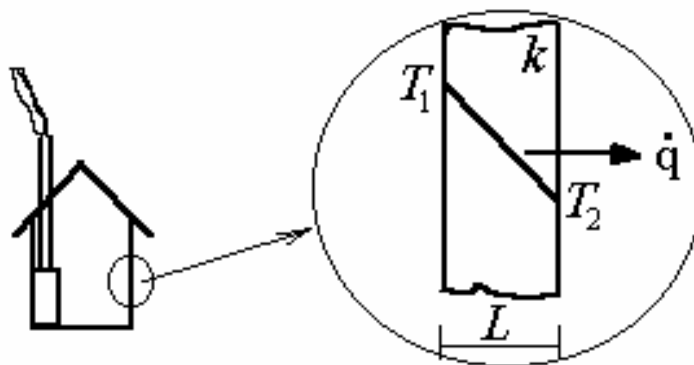
Portanto a potência requerida para o condicionador de ar manter a sala refrigerada é :

$$\boxed{\dot{q} \cong 2 \text{ HP}}$$

• **Exercício 3.2.** As superfícies internas de um grande edifício são mantidas a  $20^\circ\text{C}$ , enquanto que a temperatura na superfície externa é  $-20^\circ\text{C}$ . As paredes medem 25 cm de espessura, e foram construídas com tijolos de condutividade térmica de  $0,6 \text{ kcal/h m}^\circ\text{C}$ .

a) Calcular a perda de calor para cada metro quadrado de superfície por hora.

b) Sabendo-se que a área total do edifício é  $1000 \text{ m}^2$  e que o poder calorífico do carvão é de  $5500 \text{ kcal/Kg}$ , determinar a quantidade de carvão a ser utilizada em um sistema de aquecimento durante um período de 10 h. Supor o rendimento do sistema de aquecimento igual a 50%.



$$T_1 = 20^\circ\text{C} \quad T_2 = -20^\circ\text{C} \quad k = 0,6 \text{ Kcal/h.m.}^\circ\text{C} \quad L = 25 \text{ cm} = 0,25 \text{ m}$$

a) Desprezando o efeito do canto das paredes e a condutividade térmica da argamassa entre os tijolos, aplica-se a equação de Fourier para paredes planas

$$\dot{q} = \frac{k.A}{L} \cdot (T_1 - T_2)$$

Para  $A = 1m^2$ , temos :  $\dot{q} = \frac{0,6 (Kcal / h.m.^{\circ} C) \times 1m^2}{0,25m} \times [20 - (-20)]^{\circ} C$

Portanto, o fluxo de calor transferido por cada metro quadrado de parede é :

$$\dot{q} = 96 Kcal/h \text{ (p/ } m^2 \text{ de área)}$$

b) Esta perda de calor deve ser repostada pelo sistema de aquecimento, de modo a manter o interior a 20 °C. A perda pela área total do edifício é:

$A = 1000m^2$  então,  $\dot{q}_t = 96 \times 1000 = 96000 Kcal/h$

O tempo de utilização do sistema de aquecimento é 10 horas. Neste período a energia perdida para o exterior é:

$$\dot{q} = \frac{Q}{t} \Rightarrow Q = \dot{q}.t = 96000 Kcal/h \times 10h = 960000 Kcal$$

Com o rendimento do sistema é 50% a quantidade de calor a ser fornecida pelo carvão é :

$$Q_f = \frac{Q}{\eta} = \frac{960000}{0,5} = 1920000 Kcal$$

Cada quilo de carvão pode fornecer 5500 Kcal, então a quantidade de carvão é:

$$QT_{carvão} = \frac{1920000 Kcal}{5500 Kcal/Kg} = 349 Kg$$

### 3.3. ANALOGIA ENTRE RESISTÊNCIA TÉRMICA E RESISTÊNCIA ELÉTRICA

Dois sistemas são análogos quando eles obedecem a equações semelhantes. Isto significa que a equação de descrição de um sistema pode ser transformada em uma equação para outro sistema pela simples troca dos símbolos das variáveis. Por exemplo, a equação 3.6 que fornece o fluxo de calor através de uma parede plana pode ser colocada na seguinte forma :

$$\dot{q} = \frac{\Delta T}{\frac{L}{k.A}} \quad (\text{eq. 3.7})$$

O denominador e o numerador da equação 3.7 podem ser entendidos assim :

- **(  $\Delta T$  )** , a diferença entre a temperatura da face quente e da face fria, consiste no potencial que causa a transferência de calor
- **(  $L / k.A$  )** é equivalente a uma resistência térmica (R) que a parede oferece à transferência de calor

Portanto, o fluxo de calor através da parede pode ser expresso da seguinte forma :

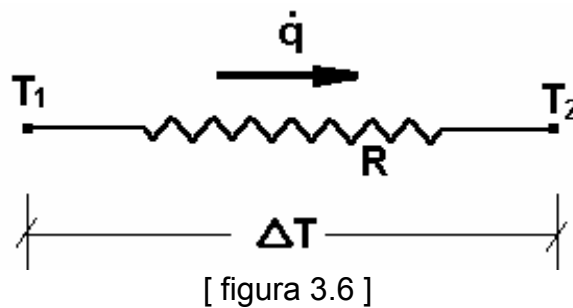
$$\dot{q} = \frac{\Delta T}{R} \quad \text{onde, } \Delta T \text{ é o potencial térmico e} \quad (\text{eq. 3.8})$$

$R$  é a resistência térmica da parede

Se substituirmos na equação 3.8 o símbolo do potencial de temperatura  $\Delta T$  pelo de potencial elétrico, isto é, a diferença de tensão  $\Delta U$ , e o símbolo da resistência térmica  $R$  pelo da resistência elétrica  $R_e$ , obtemos a equação 3.9 ( lei de Ohm ) para  $i$ , a intensidade de corrente elétrica :

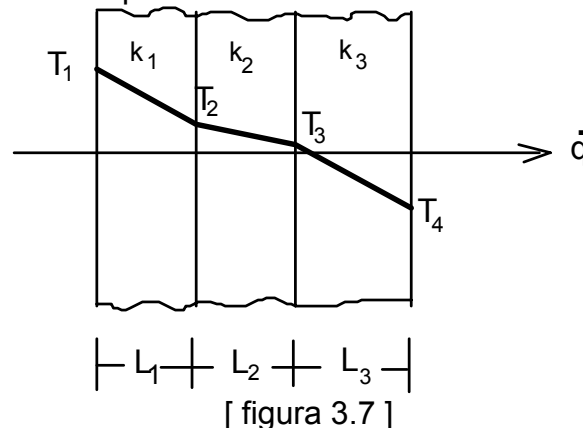
$$i = \frac{\Delta U}{R_e} \quad (\text{eq. 3.9})$$

Dada esta analogia, é comum a utilização de uma notação semelhante a usada em circuitos elétricos, quando representamos a resistência térmica de uma parede ou associações de paredes. Assim, uma parede de resistência  $R$ , submetida a um potencial  $\Delta T$  e atravessada por um fluxo de calor  $\dot{q}$ , pode ser representada assim :



### 3.4. ASSOCIAÇÃO DE PAREDES PLANAS EM SÉRIE

Consideremos um sistema de paredes planas **associadas em série**, submetidas a uma fonte de calor, de temperatura constante e conhecida, de um lado e a um sorvedouro de calor do outro lado, também de temperatura constante e conhecida. Assim, haverá a transferência de um fluxo de calor contínuo no regime permanente através da parede composta. Como exemplo, analisemos a transferência de calor através da parede de um forno, que pode ser composta de uma camada interna de refratário ( condutividade  $k_1$  e espessura  $L_1$ ), uma camada intermediária de isolante térmico ( condutividade  $k_2$  e espessura  $L_2$ ) e uma camada externa de chapa de aço ( condutividade  $k_3$  e espessura  $L_3$ ). A figura 3.7 ilustra o perfil de temperatura ao longo da espessura da parede composta :



O fluxo de calor que atravessa a parede composta pode ser obtido em cada uma das paredes planas individualmente :

$$\dot{q} = \frac{k_1 \cdot A_1}{L_1} \cdot (T_1 - T_2); \quad \dot{q} = \frac{k_2 \cdot A_2}{L_2} \cdot (T_2 - T_3); \quad \dot{q} = \frac{k_3 \cdot A_3}{L_3} \cdot (T_3 - T_4) \quad (\text{eq. 3.10})$$

Colocando em evidência as diferenças de temperatura em cada uma das equações 3.10 e somando membro a membro, obtemos:

$$\begin{aligned} (T_1 - T_2) &= \frac{\dot{q} \cdot L_1}{k_1 \cdot A_1} \\ (T_2 - T_3) &= \frac{\dot{q} \cdot L_2}{k_2 \cdot A_2} \\ (T_3 - T_4) &= \frac{\dot{q} \cdot L_3}{k_3 \cdot A_3} \end{aligned}$$


---


$$T_1 - T_2 + T_2 - T_3 + T_3 - T_4 = \frac{\dot{q} \cdot L_1}{k_1 \cdot A_1} + \frac{\dot{q} \cdot L_2}{k_2 \cdot A_2} + \frac{\dot{q} \cdot L_3}{k_3 \cdot A_3}$$

$$T_1 - T_4 = \frac{\dot{q} \cdot L_1}{k_1 \cdot A_1} + \frac{\dot{q} \cdot L_2}{k_2 \cdot A_2} + \frac{\dot{q} \cdot L_3}{k_3 \cdot A_3} \quad (\text{eq. 3.11})$$

Colocando em evidência o fluxo de calor  $\dot{q}$  e substituindo os valores das resistências térmicas em cada parede na equação 3.11, obtemos o fluxo de calor pela parede do forno :

$$T_1 - T_4 = \dot{q} \cdot (R_1 + R_2 + R_3)$$

$$\dot{q} = \frac{T_1 - T_4}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (\text{eq. 3.12})$$

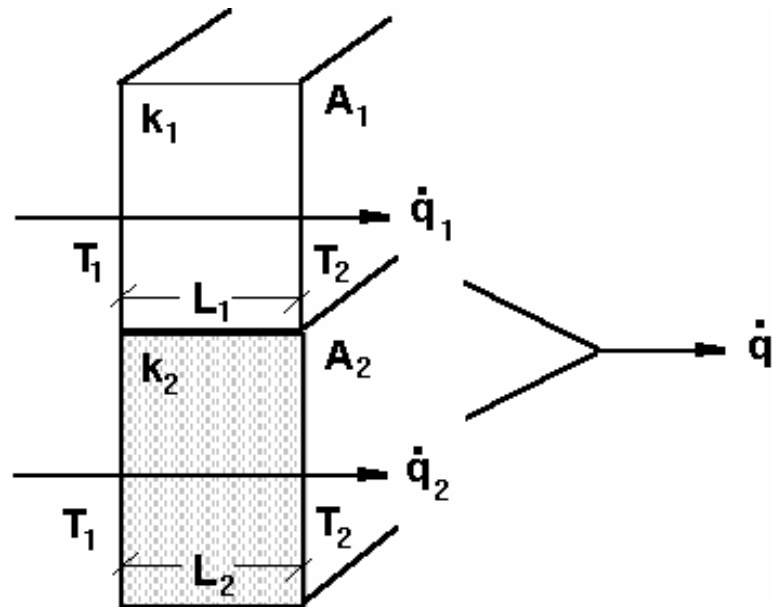
Portanto, para o caso geral em que temos uma associação de paredes  $n$  planas associadas em série o fluxo de calor é dado por :

$$\dot{q} = \frac{(\Delta T)_{total}}{R_t}, \text{ onde } R_t = \sum_{i=1}^n R_i = R_1 + R_2 + \dots + R_n \quad (\text{eq. 3.13})$$

### 3.5. ASSOCIAÇÃO DE PAREDES PLANAS EM PARALELO

Consideremos um sistema de paredes planas **associadas em paralelo**, submetidas a uma fonte de calor, de temperatura constante e conhecida, de um lado e a um sorvedouro de calor do outro lado, também de temperatura constante e conhecida, do outro lado. Assim, haverá a transferência de um fluxo de calor contínuo no regime permanente através da parede composta. Como exemplo, analisemos a transferência de calor através da parede de um forno, que pode ser composta de uma metade inferior de refratário especial (condutividade  $k_2$ ) e uma metade superior de refratário comum (condutividade  $k_1$ ), como mostra a figura 3.8. Faremos as seguintes considerações :

- Todas as paredes estão sujeitas a mesma diferença de temperatura;
- As paredes podem ser de materiais e/ou dimensões diferentes;
- O fluxo de calor total é a soma dos fluxos por cada parede individual.



[ figura 3.8 ]

O fluxo de calor que atravessa a parede composta pode ser obtido em cada uma das paredes planas individualmente :

$$\dot{q}_1 = \frac{k_1 \cdot A_1}{L_1} \cdot (T_1 - T_2); \quad \dot{q}_2 = \frac{k_2 \cdot A_2}{L_2} \cdot (T_1 - T_2) \quad (\text{eq. 3.14})$$

O fluxo de calor total é igual a soma dos fluxos da equação 3.14 :

$$\dot{q} = \dot{q}_1 + \dot{q}_2 = \left[ \frac{k_1 \cdot A_1}{L_1} \cdot (T_1 - T_2) \right] + \left[ \frac{k_2 \cdot A_2}{L_2} \cdot (T_1 - T_2) \right] = \left[ \frac{k_1 \cdot A_1}{L_1} + \frac{k_2 \cdot A_2}{L_2} \right] \cdot (T_1 - T_2) \quad (\text{eq. 3.15})$$

A partir da definição de resistência térmica para parede plana ( equação 3.7 ), temos que :

$$R = \frac{L}{k \cdot A} \Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{k \cdot A}{L} \quad (\text{eq. 3.16})$$

Substituindo a equação 3.16 na equação 3.15, obtemos :

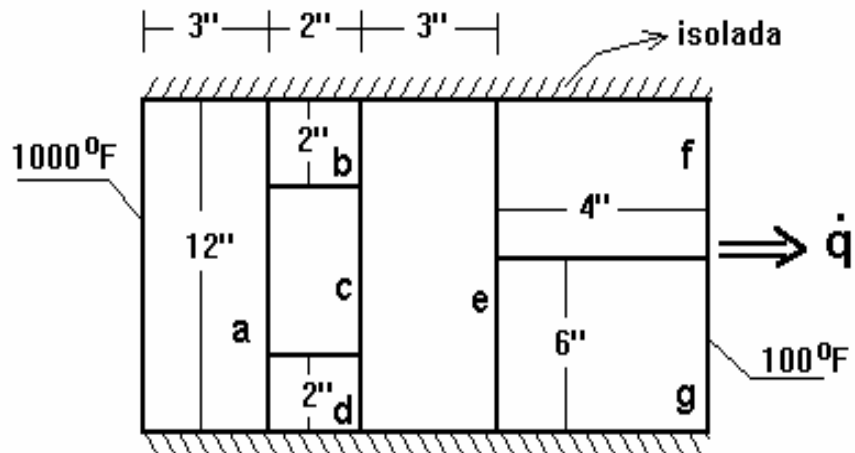
$$\dot{q} = \left[ \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right] \cdot (T_1 - T_2) = \frac{(T_1 - T_2)}{R_t} \quad \text{onde,} \quad \frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Portanto, para o caso geral em que temos uma associação de **n** paredes planas associadas em paralelo o fluxo de calor é dado por :

$$\dot{q} = \frac{(\Delta T)_{total}}{R_t}, \text{ onde } \frac{1}{R_t} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \quad (\text{eq. 3.17})$$

Em uma configuração em paralelo, embora se tenha transferência de calor bidimensional, é freqüentemente razoável adotar condições unidimensionais. Nestas condições, admite-se que as superfícies paralelas à direção **x** são isotérmicas. Entretanto, a medida que a diferença entre as condutividades térmicas das paredes (  $k_1 - k_2$  ) aumenta, os efeitos bidimensionais tornam-se cada vez mais importantes.

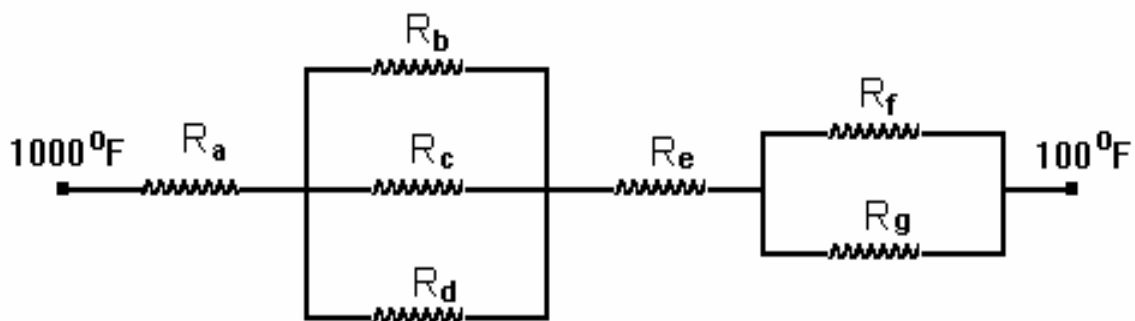
• **Exercício 3.3.** Calcular o fluxo de calor na parede composta abaixo :



onde,

material	a	b	c	d	e	f	g
k (Btu/h.ft.°F)	100	40	10	60	30	40	20

Usando a analogia elétrica, o circuito equivalente à parede composta é :



Para uma área unitária de transferência de calor (  $A = 1 \text{ ft}^2$  ), as resistências térmicas de cada parede individual são :

$$R_a = \frac{\frac{3}{12}(\text{ft})}{100 \left( \frac{\text{Btu}}{\text{h.ft.}^\circ\text{F}} \right) \times 1(\text{ft}^2)} = 0,0025 \text{ h.}^\circ\text{F/Btu} \quad R_b = \frac{\frac{2}{12}}{40 \times \frac{2}{12}} = \frac{1}{40} \text{ h.}^\circ\text{F/Btu}$$

$$R_c = \frac{\frac{2}{12}}{10 \times \frac{8}{12}} = \frac{1}{40} \text{ h.}^\circ\text{F/Btu} \quad R_d = \frac{\frac{2}{12}}{60 \times \frac{2}{12}} = \frac{1}{60} \text{ h.}^\circ\text{F/Btu}$$

$$R_e = \frac{\frac{3}{12}}{30 \times 1} = 0,00833 \text{ h.}^\circ\text{F/Btu} \quad R_f = \frac{\frac{4}{12}}{40 \times \frac{6}{12}} = \frac{1}{60} \text{ h.}^\circ\text{F/Btu}$$

$$R_g = \frac{\frac{4}{12}}{20 \times \frac{6}{12}} = \frac{1}{30} \text{ h.}^\circ\text{F/Btu}$$

Para os circuitos paralelos :

$$\frac{1}{R_{bcd}} = \frac{1}{R_b} + \frac{1}{R_c} + \frac{1}{R_d} = 40 + 40 + 60 = 140 \Rightarrow R_{bcd} = 0,00714 \text{ h.}^\circ\text{F/Btu}$$

$$\frac{1}{R_{fg}} = \frac{1}{R_f} + \frac{1}{R_g} = 60 + 30 = 90 \Rightarrow R_{fg} = 0,01114 \text{ h.}^\circ\text{F/Btu}$$

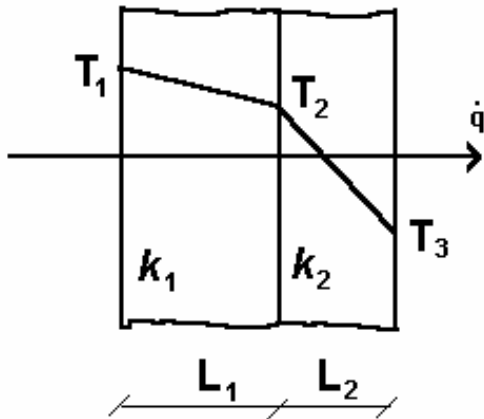
Para os circuitos em série :

$$R_t = R_a + R_{bcd} + R_e + R_{fg} = 0,0025 + 0,00714 + 0,00833 + 0,0111 = 0,02907 \text{ h.}^\circ\text{F/Btu}$$

Portanto,

$$\dot{q} = \frac{(\Delta T)_{total}}{R_t} = \frac{(1000 - 100)^\circ\text{F}}{0,02907 \text{ h.}^\circ\text{F/Btu}} = 30960 \text{ Btu/h}$$

- **Exercício 3.4.** Uma parede de um forno é constituída de duas camadas : 0,20 m de tijolo refratário ( $k = 1,2 \text{ kcal/h.m.}^\circ\text{C}$ ) e 0,13 m de tijolo isolante ( $k = 0,15 \text{ kcal/h.m.}^\circ\text{C}$ ). A temperatura da superfície interna do refratário é  $1675^\circ\text{C}$  e a temperatura da superfície externa do isolante é  $145^\circ\text{C}$ . Desprezando a resistência térmica das juntas de argamassa, calcule :
- o calor perdido por unidade de tempo e por  $\text{m}^2$  de parede;
  - a temperatura da interface refratário/isolante.



parede de refratário :

$$L_1 = 0,20 \text{ m} \quad k_1 = 1,2 \text{ Kcal/h.m.}^\circ\text{C}$$

parede de isolante :

$$L_2 = 0,13 \text{ m} \quad k_2 = 0,15 \text{ Kcal/h.m.}^\circ\text{C}$$

$$T_1 = 1675^\circ\text{C} \quad T_3 = 145^\circ\text{C}$$

a) Considerando uma área unitária da parede ( $A=A_1=A_2=1 \text{ m}^2$ ), temos :

$$\dot{q} = \frac{(\Delta T)_{total}}{R_t} = \frac{T_1 - T_3}{R_{ref} + R_{iso}} = \frac{T_1 - T_3}{\frac{L_1}{k_1 \cdot A} + \frac{L_2}{k_2 \cdot A}} = \frac{1675 - 145}{\frac{0,20}{1,2 \times 1} + \frac{0,13}{0,15 \times 1}}$$

$$\boxed{q = 1480,6 \text{ Kcal/h(p/m}^2\text{)}}$$

b) O fluxo de calor também pode ser calculado em cada parede individual. Na parede de refratário, obtemos :

$$\dot{q} = \frac{T_1 - T_2}{R_{ref}} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{L_1}{k_1 \cdot A}} = \frac{k_1 \cdot A}{L_1} \cdot (T_1 - T_2)$$

$$1480,6 = \frac{1,2 \times 1}{0,20} \times (1675 - T_2)$$

$$\boxed{T_2 = 1428,2^\circ\text{C}}$$

- **Exercício 3.5.** Obter a equação para o fluxo de calor em uma parede plana na qual a condutividade térmica ( $k$ ) varia com a temperatura de acordo com a seguinte função :  
 $k = a + b \cdot T$

Partindo da equação de Fourier, temos :

$$\dot{q} = -k.A.\frac{dT}{dx}$$

$$\dot{q}.dx = -k.A.dT$$

Agora k é uma função da temperatura, portanto não pode ser retirada para fora da integral. A integração da equação acima, entre os limites que podem ser verificados na figura 3.5, fica assim :

$$\dot{q}.\int_0^L dx = -A.\int_{T_1}^{T_2} (a + b.T)dT$$

$$\dot{q}.\int_0^L dx = -A.\left[ a\int_{T_1}^{T_2} dT + b\int_{T_1}^{T_2} TdT \right]$$

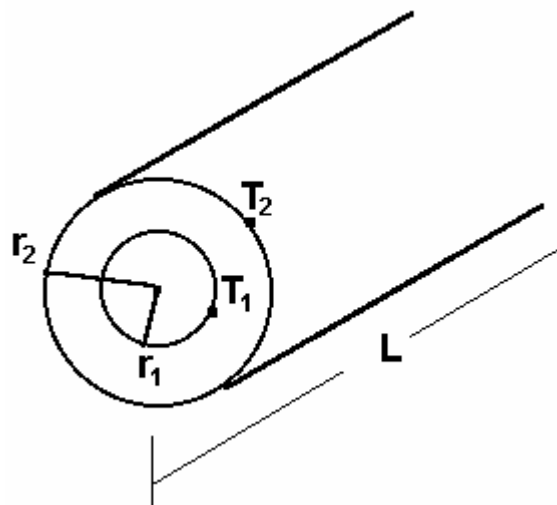
$$\dot{q}.(L-0) = -A.\left[ a.(T_2 - T_1) + \frac{b}{2}.(T_2^2 - T_1^2) \right]$$

$$\dot{q}.L = A.\left[ a.(T_1 - T_2) + \frac{b}{2}.(T_1^2 - T_2^2) \right]$$

$$\dot{q} = \frac{a.A}{L}.(T_1 - T_2) + \frac{b.A}{2.L}.(T_1^2 - T_2^2)$$

### 3.6. CONDUÇÃO DE CALOR ATRAVÉS DE CONFIGURAÇÕES CILÍNDRICAS

Consideremos um cilindro vazado submetido à uma diferença de temperatura entre a superfície interna e a superfície externa, como pode ser visto na figura 3.9. Se a temperatura da superfície interna for constante e igual a  $T_1$ , enquanto que a temperatura da superfície externa se mantém constante e igual a  $T_2$ , teremos uma transferência de calor por condução no regime permanente. Como exemplo analisemos a transferência de calor em um tubo de comprimento L que conduz um fluido em alta temperatura :



[ figura 3.9 ]

O fluxo de calor que atravessa a parede cilíndrica poder ser obtido através da equação de Fourier, ou seja :

$$\dot{q} = -k.A.\frac{dT}{dr} \quad \text{onde } \frac{dT}{dr} \text{ é o gradiente de temperatura na direção radial} \quad (\text{eq. 3.18})$$



Para configurações cilíndricas a área é uma função do raio :

$$A = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot L \quad (\text{eq. 3.19})$$

Levando a equação 3.19 na equação 3.18, obtemos :

$$\dot{q} = -k \cdot (2 \cdot \pi \cdot r \cdot L) \cdot \frac{dT}{dr}$$

Fazendo a separação de variáveis e integrando entre  $T_1$  em  $r_1$  e  $T_2$  em  $r_2$ , conforme mostrado na figura 3.9, chega-se a :

$$\int_{r_1}^{r_2} \dot{q} \cdot \frac{dr}{r} = - \int_{T_1}^{T_2} k \cdot 2 \cdot \pi \cdot L \cdot dT$$

$$\dot{q} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = -k \cdot 2 \cdot \pi \cdot L \cdot \int_{T_1}^{T_2} dT$$

$$\dot{q} \cdot \left( \ln r \Big|_{r_1}^{r_2} \right) = -k \cdot 2 \cdot \pi \cdot L \cdot \left( T \Big|_{T_1}^{T_2} \right)$$

$$\dot{q} \cdot [\ln r_2 - \ln r_1] = -k \cdot 2 \cdot \pi \cdot L \cdot (T_2 - T_1)$$

Aplicando-se propriedades dos logaritmos, obtemos :

$$\dot{q} \cdot \left[ \ln \frac{r_2}{r_1} \right] = k \cdot 2 \cdot \pi \cdot L \cdot (T_1 - T_2)$$

O fluxo de calor através de uma parede cilíndrica será então :

$$\dot{q} = \frac{k \cdot 2 \cdot \pi \cdot L}{\left( \ln \frac{r_2}{r_1} \right)} \cdot (T_1 - T_2) \quad (\text{eq. 3.20})$$

Para melhor entender o significado da equação 3.20 consideremos um exemplo prático. Suponhamos que o engenheiro responsável pela operação de uma caldeira necessita reduzir o consumo energético através da redução das perdas térmicas na tubulação que conduz vapor até uma turbina. Considerando a equação 3.20, o engenheiro tem as seguintes opções listadas na tabela 3.2 :

Tabela 3.2 - Possibilidades para redução de fluxo de calor em uma parede cilíndrica.

OBJETIVO	VARIÁVEL	AÇÃO
$\dot{q} \downarrow$	$k \downarrow$	trocar a parede cilíndrica por outra de menor condutividade térmica
	$L \downarrow$	reduzir o comprimento da tubulação ( menor caminho )
	$(r_2/r_1) \uparrow$	aumentar a espessura da parede cilíndrica
	$\Delta T \downarrow$	reduzir a temperatura do vapor

Trocar a parede ou reduzir a temperatura do vapor podem ações de difícil implementação; porém, a colocação de isolamento térmico sobre a parede cilíndrica cumpre ao mesmo tempo as ações de redução da condutividade térmica e aumento de espessura da parede.

é **Resistência térmica** na parede cilíndrica :

O conceito de resistência térmica também pode ser aplicado à parede cilíndrica. Devido à analogia com a eletricidade, um fluxo de calor na parede cilíndrica também pode ser representado como :

$$\dot{q} = \frac{\Delta T}{R} \quad \text{onde, } \Delta T \text{ é o potencial térmico; e } R \text{ é a resistência térmica da parede}$$

Então para a parede cilíndrica, obtemos :

$$\dot{q} = \frac{k \cdot 2 \cdot \pi \cdot L}{\ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right)} \cdot \Delta T = \frac{\Delta T}{R} \quad (\text{eq. 3.21})$$

Eliminado o  $\Delta T$  na equação 3.21, obtemos a resistência térmica de uma parede cilíndrica :

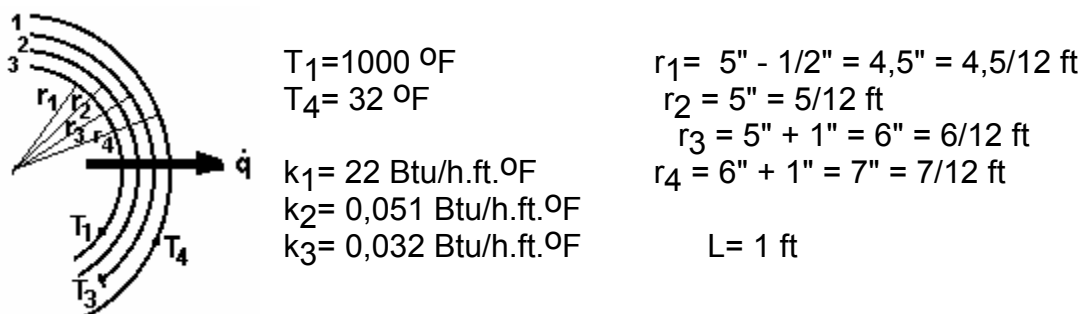
$$R = \frac{\ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right)}{k \cdot 2 \cdot \pi \cdot L} \quad (\text{eq. 3.22})$$

Para o caso geral em que temos uma associação de paredes **n** cilíndricas **associadas em paralelo**, por analogia com paredes planas, o fluxo de calor é dado por :

$$\dot{q} = \frac{(\Delta T)_{total}}{R_t} \quad \text{onde, } R_t = \sum_{i=1}^n R_i = R_1 + R_2 + \dots + R_n \quad (\text{eq. 3.23})$$

• **Exercício 3.6.** Um tubo de aço ( $k=22 \text{ Btu/h.ft.}^\circ\text{F}$ ) de  $1/2''$  de espessura e  $10''$  de diâmetro externo é utilizado para conduzir ar aquecido. O tubo é isolado com 2 camadas de materiais isolantes : a primeira de isolante de alta temperatura ( $k=0,051 \text{ Btu/h.ft.}^\circ\text{F}$ ) com espessura de  $1''$  e a segunda com isolante à base de magnésia ( $k=0,032 \text{ Btu/h.ft.}^\circ\text{F}$ ) também com espessura de  $1''$ . Sabendo que estando a temperatura da superfície interna do tubo a  $1000^\circ\text{F}$  a temperatura da superfície externa do segundo isolante fica em  $32^\circ\text{F}$ , pede-se :

- Determine o fluxo de calor por unidade de comprimento do tubo
- Determine a temperatura da interface entre os dois isolantes
- Compare os fluxos de calor se houver uma troca de posicionamento dos dois isolantes



$$a) \dot{q} = \frac{T_1 - T_4}{\frac{\ln(r_2/r_1)}{2 \cdot \pi \cdot L \cdot k_1} + \frac{\ln(r_3/r_2)}{2 \cdot \pi \cdot L \cdot k_2} + \frac{\ln(r_4/r_3)}{2 \cdot \pi \cdot L \cdot k_3}} = \frac{1000 - 32}{\frac{\ln(5/4,5)}{2 \times \pi \times 1 \times 22} + \frac{\ln(6/5)}{2 \times \pi \times 1 \times 0,051} + \frac{\ln(7/6)}{2 \times \pi \times 1 \times 0,032}}$$

$$\dot{q} = 722,4 \text{ Btu/h (p/ft)}$$

$$b) \dot{q} = \frac{T_3 - T_4}{\frac{\ln(r_4/r_3)}{2\pi \cdot L \cdot k_3}} \quad 724,5 = \frac{T_3 - 32}{\frac{\ln(7/6)}{2 \times \pi \times 1 \times 0,032}}$$

$$T_3 = 587,46 \text{ } ^\circ\text{F}$$

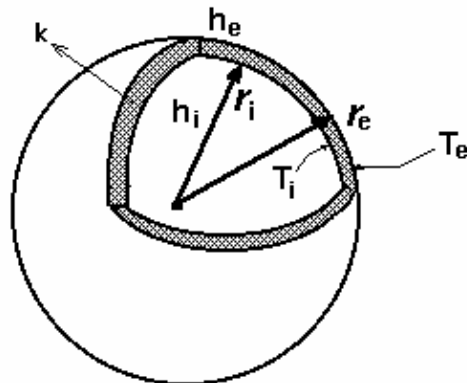
$$c) \dot{q}' = \frac{T_1 - T_4}{\frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi \cdot L \cdot k_1} + \frac{\ln(r_3/r_2)}{2\pi \cdot L \cdot k_3} + \frac{\ln(r_4/r_3)}{2\pi \cdot L \cdot k_2}} = \frac{1000 - 32}{\frac{\ln(5/4,5)}{2 \times \pi \times 1 \times 22} + \frac{\ln(6/5)}{2 \times \pi \times 1 \times 0,032} + \frac{\ln(7/6)}{2 \times \pi \times 1 \times 0,051}}$$

$$\dot{q}' = 697,09 \text{ Btu/h ( o fluxo diminui em relação ao caso anterior )}$$

### 3.7. CONDUÇÃO DE CALOR ATRAVÉS DE UMA CONFIGURAÇÃO ESFÉRICA

Uma das utilizações mais freqüentes de configurações esféricas na indústria é na armazenagem de fluidos em baixa temperatura. Devido a uma maior relação volume/superfície da esfera, os fluxos de calor são minimizados.

Consideremos uma esfera oca submetida à uma diferença de temperatura entre a superfície interna e a superfície externa, como pode ser visto na figura 3.10. Se a temperatura da superfície interna for constante e igual a  $T_1$ , enquanto que a temperatura da superfície externa se mantém constante e igual a  $T_2$ , teremos uma transferência de calor por condução no regime permanente. Como exemplo analisemos a transferência de calor em um reservatório esférico de raio  $r$  que contém um fluido em alta temperatura :



[ figura 3.10 ]

O fluxo de calor que atravessa a parede esférica poder ser obtido através da equação de Fourier, ou seja :

$$\dot{q} = -k \cdot A \cdot \frac{dT}{dr} \quad \text{onde } \frac{dT}{dr} \text{ é o gradiente de temperatura na direção radial} \quad (\text{ eq. 3.24 } )$$

Para configurações cilíndricas a área é uma função do raio :

$$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 \quad (\text{ eq. 3.25 } )$$

Levando a equação 3.25 na equação 3.24, obtemos :

$$\dot{q} = -k \cdot (4 \cdot \pi \cdot r^2) \cdot \frac{dT}{dr}$$

Fazendo a separação de variáveis e integrando entre  $T_1$  em  $r_1$  e  $T_2$  em  $r_2$ , conforme mostrado na figura 3.10, chega-se a :

$$\int_{r_1}^{r_2} \dot{q} \cdot \frac{dr}{r^2} = - \int_{T_1}^{T_2} k \cdot 4 \cdot \pi \cdot dT$$

$$\dot{q} \int_{r_1}^{r_2} r^{-2} \cdot dr = -4 \cdot k \cdot \pi \cdot \int_{T_1}^{T_2} \cdot dT$$

$$\dot{q} \cdot \left( -r^{-1} \Big|_{r_1}^{r_2} \right) = -4 \cdot k \cdot \pi \cdot \left( T \Big|_{T_1}^{T_2} \right)$$

$$\dot{q} \cdot \left[ -\frac{1}{r_1} - \left( -\frac{1}{r_2} \right) \right] = -4 \cdot k \cdot \pi \cdot (T_2 - T_1)$$

$$\dot{q} \cdot \left[ \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right] = 4 \cdot k \cdot \pi \cdot (T_1 - T_2)$$

O fluxo de calor através de uma parede esférica será então :

$$\dot{q} = \frac{4 \cdot k \cdot \pi}{\left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)} \cdot (T_1 - T_2) \quad (\text{eq. 3.26})$$

Para melhor entender o significado da equação 3.26 consideremos um exemplo prático. Suponhamos que o engenheiro responsável por um reservatório esférico necessita reduzir as perdas térmicas pela parede por razões econômicas. Considerando a equação 3.26, o engenheiro tem as seguintes opções listadas na tabela 3.3 :

Tabela 3.3 - Possibilidades para redução de fluxo de calor em uma parede esférica.

OBJETIVO	VARIÁVEL	AÇÃO
$\dot{q} \downarrow$	$k \downarrow$	trocar a parede esférica por outra de menor condutividade térmica
	$\left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \uparrow$	aumentar a espessura da parede cilíndrica
	$\Delta T \downarrow$	reduzir a temperatura interna do reservatório

Trocar a parede ou reduzir a temperatura interna do reservatório podem ações de difícil implementação; porém, a colocação de isolamento térmico sobre a parede esférica cumpre ao mesmo tempo as ações de redução da condutividade térmica e aumento de espessura da parede.

► **Resistência térmica** na parede esférica :

O conceito de resistência térmica também pode ser aplicado à parede esférica. Devido à analogia com a eletricidade, um fluxo de calor na parede esférica também pode ser representado como :

$$\dot{q} = \frac{\Delta T}{R} \quad \text{onde, } \Delta T \text{ é o potencial térmico; e } R \text{ é a resistência térmica da parede}$$

Então para a parede esférica, obtemos :

$$\dot{q} = \frac{4.k.\pi}{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} \Delta T = \frac{\Delta T}{R} \quad (\text{eq. 3.27})$$

Eliminado o  $\Delta T$  na equação 3.27, obtemos a resistência térmica de uma parede esférica :

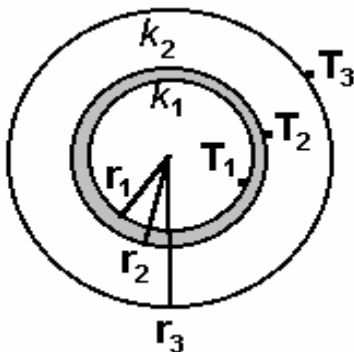
$$R = \frac{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}{4.k.\pi} \quad (\text{eq. 3.28})$$

Para o caso geral em que temos uma associação de paredes  $n$  esféricas **associadas em paralelo**, por analogia com paredes planas, o fluxo de calor é dado por :

$$\dot{q} = \frac{(\Delta T)_{total}}{R_t} \quad \text{onde, } R_t = \sum_{i=1}^n R_i = R_1 + R_2 + \dots + R_n \quad (\text{eq. 3.29})$$

• **Exercício 3.7.** Um tanque de aço ( $k = 40 \text{ Kcal/h.m.}^\circ\text{C}$ ), de formato esférico e raio interno de 0,5 m e espessura de 5 mm, é isolado com 1½" de lã de rocha ( $k = 0,04 \text{ Kcal/h.m.}^\circ\text{C}$ ). A temperatura da face interna do tanque é 220 °C e a da face externa do isolante é 30 °C. Após alguns anos de utilização, a lã de rocha foi substituída por outro isolante, também de 1½" de espessura, tendo sido notado então um aumento de 10% no calor perdido para o ambiente (mantiveram-se as demais condições). Determinar :

- fluxo de calor pelo tanque isolado com lã de rocha;
- o coeficiente de condutividade térmica do novo isolante;
- qual deveria ser a espessura ( em polegadas ) do novo isolante para que se tenha o mesmo fluxo de calor que era trocado com a lã de rocha.



$$\begin{aligned} r_1 &= 0,5 \text{ m} \\ r_2 &= 0,5 + 0,005 = 0,505 \text{ m} \\ r_3 &= 0,505 + 1,5 \times 0,0254 = 0,5431 \text{ m} \\ k_1 &= 40 \text{ Kcal/h.m.}^\circ\text{C} \quad k_2 = 0,04 \text{ Kcal/h.m.}^\circ\text{C} \\ T_1 &= 220 \text{ }^\circ\text{C} \quad T_3 = 30 \text{ }^\circ\text{C} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{a) } \dot{q} &= \frac{(\Delta T)_{total}}{R_t} \\ R_t &= \frac{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}{k_1 \cdot 4\pi} + \frac{\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3}\right)}{k_2 \cdot 4\pi} = \frac{1}{40 \times 4\pi} - \frac{1}{0,505 \times 4\pi} + \frac{1}{0,04 \times 4\pi} - \frac{1}{0,5431 \times 4\pi} = 0,000039 + 0,276364 = 0,2764 \text{ h.}^\circ\text{C/Kcal} \end{aligned}$$

$$\dot{q} = \frac{(\Delta T)_{total}}{R_t} = \frac{220 - 30}{0,2764} = 687,41 \text{ Kcal/h}$$

b) Levando em conta a elevação do fluxo de calor :

$$\dot{q}' = 1,1 \times \dot{q} = 1,1 \times 687,41 = 756,15 \text{ Kcal/h}$$

Desprezando a resistência térmica da parede de aço ( $T_2 = T_1 = 30\text{ }^\circ\text{C}$ ), temos :

$$\dot{q} = 756,15 = \frac{T_2 - T_3}{\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3}\right) \frac{k_{iso}}{4\pi}} = \frac{220 - 30}{\left(\frac{1}{0,505} - \frac{1}{0,5431}\right) \frac{k_{iso}}{4\pi}}$$

$$\boxed{k_{iso} = 0,044 \text{ Kcal/h.m.}^\circ\text{C}}$$

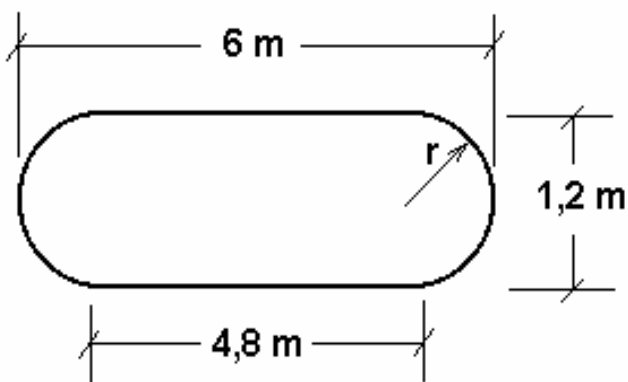
c) Para manter o fluxo de calor deve ser usada uma maior espessura isolante :

$$\dot{q} = 687,41 = \frac{T_2 - T_3}{\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3}\right) \frac{k_{iso}}{4\pi}} = \frac{220 - 30}{\left(\frac{1}{0,505} - \frac{1}{r_3'}\right) \frac{0,044}{4\pi}} \Rightarrow r_3' = 0,5472\text{ m}$$

$$e = r_3' - r_2 = 0,5472 - 0,505 = 0,0422\text{ m} = 4,22\text{ cm}$$

$$\boxed{e = 4,22\text{ cm} = 1,66''}$$

• **Exercício 3.8.** Um tanque de oxigênio líquido tem diâmetro de 1,20 m, um comprimento de 6 m e as extremidades hemisféricas. O ponto de ebulição do oxigênio é  $-182,8\text{ }^\circ\text{C}$ . Procura-se um isolante térmico que reduza a taxa de evaporação em regime permanente a não mais que 10 Kg/h. O calor de vaporização do oxigênio é 51,82 Kcal/Kg. Sabendo que a temperatura ambiente varia entre  $15\text{ }^\circ\text{C}$  (inverno) e  $40\text{ }^\circ\text{C}$  (verão) e que a espessura do isolante não deve ultrapassar 75 mm, qual deverá ser a condutividade térmica do isolante ? ( Obs : não considerar as resistências devido à convecção ).



$$\begin{aligned} r &= 0,6\text{ m} & e &= 75\text{ mm} = 0,075\text{ m} \\ r_{iso} &= r + e = 0,6 + 0,075 = 0,675\text{ m} \\ T_i &= -182,8^\circ\text{C} & T_e &= 40^\circ\text{C} (\text{máximo } \Delta T) \\ \dot{m} &= 10\text{ Kg/h} & \Delta H_{vap} &= 51,82\text{ Kcal/Kg} \end{aligned}$$

O máximo fluxo de calor para o interior do tanque deve ser :

$$\dot{q} = \dot{m} \cdot \Delta H_{vap} = 10(\text{Kg/h}) \times 51,82(\text{Kcal/Kg}) = 518,2\text{ Kcal/h}$$

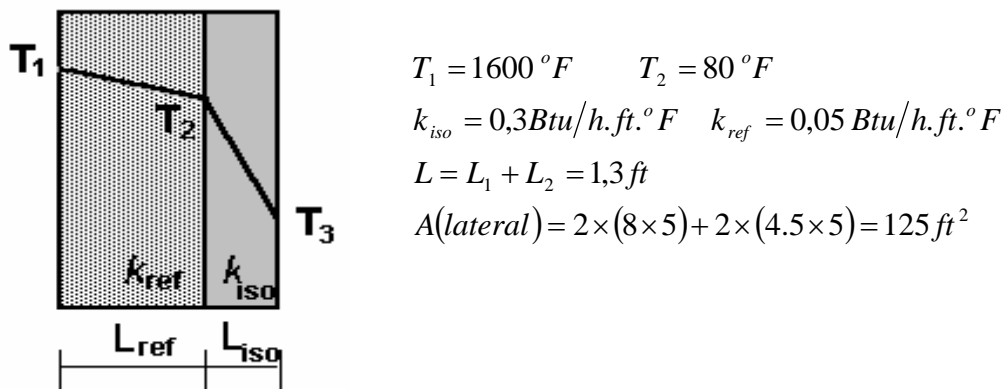
Este fluxo de calor atravessa a camada isolante por condução, uma parte através da camada esférica e outra através da camada cilíndrica. Então :

$$\dot{q} = \frac{(T_e - T_i)}{\ln\left(\frac{r_{iso}}{r}\right) \frac{k}{2\pi L}} + \frac{(T_e - T_i)}{\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_{iso}}\right) \frac{k}{4\pi}} = \frac{[40 - (-182,8)]}{\ln\left(\frac{0,675}{0,6}\right) \frac{k}{2\pi \cdot 4,8}} + \frac{[40 - (-182,8)]}{\left(\frac{1}{0,6} - \frac{1}{0,675}\right) \frac{k}{4\pi}}$$

$$518,2 = \frac{222,8}{\frac{1}{k} \times \frac{0,118}{30,16}} + \frac{222,8}{\frac{1}{k} \times \frac{0,185}{12,6}} \Rightarrow \boxed{k = 0,0072 \text{ Kcal}/\text{h.m.}^\circ\text{C}}$$

• **Exercício 3.9.** A parede de um forno industrial é composta com tijolos refratários (  $k = 0,3 \text{ Btu/h.ft.}^\circ\text{F}$  ) por dentro, e tijolos isolantes por fora (  $k = 0,05 \text{ Btu/h.ft.}^\circ\text{F}$  ). A temperatura da face interna do refratário é  $1600^\circ\text{F}$  e a da face externa do isolante é  $80^\circ\text{F}$ . O forno tem formato de prisma retangular (  $8,0 \times 4,5 \times 5,0 \text{ ft}$  ) e a espessura total da parede é  $1,3 \text{ ft}$ . Considerando uma perda de calor de  $36000 \text{ Btu/h}$  apenas pelas paredes laterais, pede-se :

- a) a espessura de cada um dos materiais que compõem a parede;
- b) colocando-se uma janela de inspeção circular de  $0,5 \text{ ft}$  de diâmetro, feita com vidro refratário de  $6''$  de espessura (  $k = 0,65 \text{ Btu/h.ft.}^\circ\text{F}$  ) em uma das paredes do forno, determinar o novo fluxo de calor
- c) qual deveria ser a espessura dos tijolos isolantes, no caso do item anterior, para que o fluxo de calor fosse mantido em  $36000 \text{ Btu/h}$ .



a) A resistência térmica da parede composta a partir do fluxo de calor perdido pelas paredes e da diferença de temperatura total :

$$\dot{q} = \frac{(\Delta T)_{total}}{R_t} \Rightarrow 36000 = \frac{(1600 - 80)}{R_t} \Rightarrow R_t = 0,042 \text{ h.}^\circ\text{C}/\text{Kcal}$$

Em associação em série a resistência total é igual à soma das resistências individuais :

$$R_t = R_{ref} + R_{iso} = \frac{L_{ref}}{k_{ref} \cdot A} + \frac{L_{iso}}{k_{iso} \cdot A} = \frac{L_{ref}}{0,3 \times 125} + \frac{L_{iso}}{0,05 \times 125} \Rightarrow 0,0422 = 0,0267 \times L_{ref} + 0,16 \times L_{iso}$$

Como existem 2 incógnitas, é necessário outra equação. Como a soma das espessuras das paredes individuais é igual à espessura da parede composta, temos o seguinte sistema de equações :

$$\begin{cases} 0,0422 = 0,0267 \times L_{ref} + 0,16 \times L_{iso} \\ 1,3 = L_{ref} + L_{iso} \end{cases} \quad \text{donde,} \quad \boxed{\begin{matrix} L_{ref} = 1,243 \text{ ft} \\ L_{iso} = 0,057 \text{ ft} \end{matrix}}$$

b) A janela de inspeção é uma parede que está associada em paralelo com os tijolos. As áreas de cada parede são :

$$\text{área de vidro} \rightarrow A_{vid} = 0,45 \times 0,30 = 0,135 \text{ ft}^2$$

$$\text{área de tijolo} \rightarrow A_{tij} = 125 - 0,135 = 124,865 \text{ ft}^2$$

$$\text{DADOS : } k_{vid} = 0,65 \text{ Btu}/\text{h.ft.}^\circ\text{C} \quad L_{vid} = 0,4'' = 0,0333 \text{ ft}$$

A resistência total equivalente à esta associação é :

$$\frac{1}{R'_t} = \frac{1}{R_{vid}} + \frac{1}{R_{tij}} = \frac{1}{\frac{L_{vid}}{k_{vid} \cdot A_{vid}}} + \left[ \frac{1}{\frac{L_r}{k_r \cdot A_{tij}} + \frac{L_i}{k_i \cdot A_{tij}}} \right] = \frac{1}{0,0333} + \left[ \frac{1}{\frac{1,243}{0,3 \times 124,865} + \frac{0,057}{0,05 \times 124,865}} \right]$$

$$R'_t = 0,0381 h \cdot ^\circ F / Btu$$

O fluxo de calor pela parede com janela de inspeção é :

$$\dot{q}' = \frac{(\Delta T)_{total}}{R'_t} = \frac{1600 - 80}{0,0381} \Rightarrow \boxed{\dot{q}' = 39928,8 Btu/h}$$

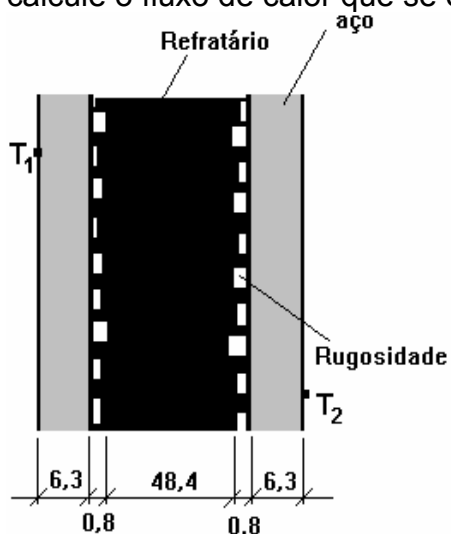
c) Para que o fluxo de calor seja o mesmo, após a colocação da janela de inspeção, deve haver um aumento do isolamento.

$$\dot{q} = 36000 Btu / h \Rightarrow R_t = 0,0422 h \cdot ^\circ F / Btu$$

$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_{vid}} + \frac{1}{R'_{tij}} = \frac{1}{\frac{L_{vid}}{k_{vid} \cdot A_{vid}}} + \left[ \frac{1}{\frac{L_r}{k_r \cdot A_{tij}} + \frac{L'_i}{k_i \cdot A_{tij}}} \right] = \frac{1}{0,0333} + \left[ \frac{1}{\frac{1,243}{0,3 \times 124,865} + \frac{L'_i}{0,05 \times 124,865}} \right]$$

$$\frac{1}{0,0422} = 2,63514 + \frac{1}{0,03318 + 0,16017 \times L'_i} \quad \text{D} \quad \boxed{L'_i = 0,089 ft}$$

• **Exercício 3.10.** Uma camada de material refratário ( $k=1,5 \text{ kcal/h.m.}^\circ\text{C}$ ) de 50 mm de espessura está localizada entre duas chapas de aço ( $k = 45 \text{ kcal/h.m.}^\circ\text{C}$ ) de 6,3 mm de espessura. As faces da camada refratária adjacentes às placas são rugosas de modo que apenas 30 % da área total está em contato com o aço. Os espaços vazios são ocupados por ar ( $k=0,013 \text{ kcal/h.m.}^\circ\text{C}$ ) e a espessura média da rugosidade de 0,8 mm. Considerando que as temperaturas das superfícies externas da placa de aço são  $430^\circ\text{C}$  e  $90^\circ\text{C}$ , respectivamente; calcule o fluxo de calor que se estabelece na parede composta.



$$k_{aço} = 45 \text{ Kcal/h.m.}^\circ\text{C}$$

$$k_{ref} = 1,5 \text{ Kcal/h.m.}^\circ\text{C}$$

$$k_{ar} = 0,013 \text{ Kcal/h.m.}^\circ\text{C}$$

$$L_{ref} = 50 \text{ mm}$$

$$L_{aço} = 6,3 \text{ mm} = 0,0063 \text{ m} \quad L_{rug} = 0,8 \text{ mm} = 0,0008 \text{ m}$$

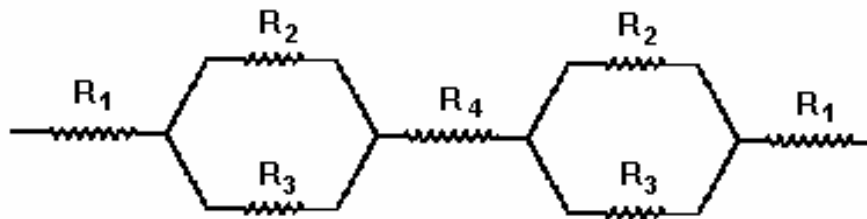
$$L'_{ref} = 50 - (2 \times 0,8) = 48,4 \text{ mm} = 0,0483 \text{ m}$$

$$T_1 = 430^\circ\text{C} \quad T_2 = 90^\circ\text{C}$$

OBS : Na rugosidade, o ar está parado (considerar apenas a condução)

O circuito equivalente para a parede composta é :





Cálculo das resistências térmicas ( para uma área unitária ) :

$$R_1 = \frac{L_{aço}}{k_{aço} \cdot A} = \frac{0,0063}{45 \times 1} = 0,00014 h.^{\circ}C/Kcal$$

$$R_2 = \frac{L_{rug}}{k_{ar} \cdot A} = \frac{0,0008}{0,013 \times (0,7 \times 1)} = 0,08791 h.^{\circ}C/Kcal$$

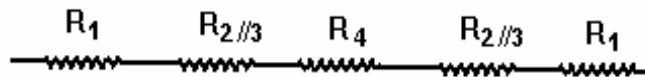
$$R_3 = \frac{L_{rug}}{k_{ref} \cdot A} = \frac{0,0008}{1,5 \times (0,3 \times 1)} = 0,0018 h.^{\circ}C/Kcal$$

$$R_1 = \frac{L_{ref}}{k_{ref} \cdot A} = \frac{0,0484}{1,5 \times 1} = 0,0323 h.^{\circ}C/Kcal$$

A resistência equivalente à parede rugosa ( refratário em paralelo com o ar ) é :

$$\frac{1}{R_{2//3}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{0,08791} + \frac{1}{0,0018} \Rightarrow R_{2//3} = 0,00176 h.^{\circ}C/Kcal$$

A resistência total, agora, é obtida por meio de uma associação em série :



$$R_t = R_1 + R_{2//3} + R_4 + R_{2//3} + R_1 = 0,0361 h.^{\circ}C/Kcal$$

Um fluxo de calor é sempre o  $(\Delta T)_{total}$  sobre a  $R_t$ , então :

$$\dot{q} = \frac{(\Delta T)_{total}}{R_t} = \frac{T_1 - T_2}{R_t} = \frac{430 - 90}{0,0361} \quad \text{b) } \boxed{\dot{q} = 9418 Kcal/h}$$

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS :

• **Exercício 3.11.** Um tubo condutor de vapor de diâmetro interno 160 mm e externo 170 mm é coberto com duas camadas de isolante térmico. A espessura da primeira camada é 30 mm e a da segunda camada é 50 mm. As condutividades térmicas  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  do tubo e das camadas isolantes são 50, 0,15 e 0,08 kcal/h.m. $^{\circ}C$ , respectivamente. A temperatura da superfície interna do tubo de vapor é 300  $^{\circ}C$  e a da superfície externa do segundo isolante é 50  $^{\circ}C$ . Calcular :

- O fluxo de calor por unidade de comprimento do tubo.
- A temperatura nas interfaces das camadas.

• **Exercício 3.12.** Um reservatório esférico destinado a encerrar oxigênio líquido, tem raio interno igual a 1,5 m e é feito de vidro com espessura igual a 0,03 m (  $k = 0,6$  kcal/h.m. $^{\circ}C$  ). O reservatório é revestido externamente por uma camada de lã de vidro de espessura igual a 0,35 m (  $k = 0,03$  kcal/h.m. $^{\circ}C$  ). A temperatura na face interna do vidro é -180  $^{\circ}C$  e na face externa do isolamento é 10 $^{\circ}C$ . Calcular :

- fluxo de calor através da parede
- temperatura na interface vidro/isolante

• **Exercício 3.13.** Em uma indústria farmacêutica, pretende-se dimensionar uma estufa. Ela terá a forma cúbica de 1 m de lado e será construída de aço (  $k = 40$  kcal/h.m. $^{\circ}C$  ), com 10 mm de espessura, isolada com lã de vidro (  $k = 0,08$  kcal/h.m. $^{\circ}C$  ) e revestida com plástico (  $k = 0,2$

kcal/h.m<sup>0</sup>C) de 10 mm de espessura. O calor será inteiramente gerado por resistências elétricas de 100 W, pelas quais passará uma corrente de 10 A . Não pode ser permitida uma perda de calor superior a 10 % do calor gerado. Sabendo-se que as temperatura nas faces das paredes, interna e externa, são respectivamente 300 °C e 20 °C, pede-se :

- a) a resistência térmica exigida;
- b) a espessura da lã de vidro.

• **Exercício 3.14.** Um forno de formato cúbico, com altura de 5 ft, está isolado com 4" de um material isolante (  $k=1$  Btu/h.ft<sup>0</sup>F ). Nele são inseridas 1500 lb/h de uma liga metálica, que se funde a 1100 °F, com calor latente de fusão da liga de 300 Btu/lb. O forno se encontra em um ambiente onde a temperatura é 75 °F e o coeficiente de película é 2 Btu/h.ft.<sup>0</sup>F. Desprezando-se a resistência térmica do forno e admitindo-se que a liga já entre a 1100 °F, pede-se :

- a) o fluxo de calor pelas 6 faces do forno
- b) quantos HP são necessários para fundir a liga e compensar as perdas ?

• **Exercício 3.15.** Um forno de 6 m de comprimento, 5m de largura e 3 m de altura tem sua parede constituída de 3 camadas. A camada interna de 0,4 m é de tijolos refratários (  $k=1,0$  kcal/h.m.<sup>0</sup>C ). A camada intermediária de 0,30 m tem a metade inferior de tijolos especiais (  $k=0,20$  kcal/h.m.<sup>0</sup>C ) e a metade superior de tijolos comuns (  $k=0,40$  kcal/h.m.<sup>0</sup>C). A camada externa de 0,05m é de aço (  $k=30$  kcal/hm C). Sabendo-se que a superfície interna está a 1700 °C e a superfície externa está a 60 °C . Pede-se :

- a) o fluxo de calor pela parede
- b) considerando que após, alguns anos o fluxo de calor aumentou 10 % devido ao desgaste da camada de refratários. Calcular este desgaste supondo que o mesmo foi uniforme em todo o forno.

• **Exercício 3.16.** Duas substancias são misturadas, reagindo entre si e liberando calor dentro de um tubo de diâmetro interno 7,62 cm e espessura igual a 0,5 cm ( $k= 32$  kcal/h.m.<sup>0</sup>C). O comprimento do tubo é 10 m. Todo o calor gerado na reação é cedido ao ambiente, de modo que a temperatura da mistura, 180 °C, permanece constante. Por motivo de segurança, será necessário isolar a tubulação, de modo que a temperatura na face externa do isolante (  $k = 0,06$  kcal/h.m<sup>0</sup>C ) não ultrapasse 50 °C. O ar externo está a 25 °C, com coeficiente de película 12 kcal/h.m<sup>2</sup>.<sup>0</sup>C. O coeficiente de película da mistura é 90 kcal/h.m<sup>2</sup>.<sup>0</sup>C. Pede-se a espessura mínima necessária do isolante, para atender a condição desejada.

• **Exercício 3.17.** A parede de um forno é constituída de uma camada de 30 cm de um refratário cuja condutividade térmica é uma função da temperatura (  $k = 0,15 + 0,0001T$  ) . A temperatura na face interna do refratário é 1050 °C e na face externa é 250 °C. Calcular o fluxo de calor através da parede.

## 4. FUNDAMENTOS DA CONVECÇÃO

### 4.1. LEI BÁSICA PARA CONVECÇÃO

O calor transferido por convecção, na unidade de tempo, **entre uma superfície e um fluido**, pode ser calculado através da relação proposta por Isaac Newton :

$$\dot{q} = h.A.\Delta T$$

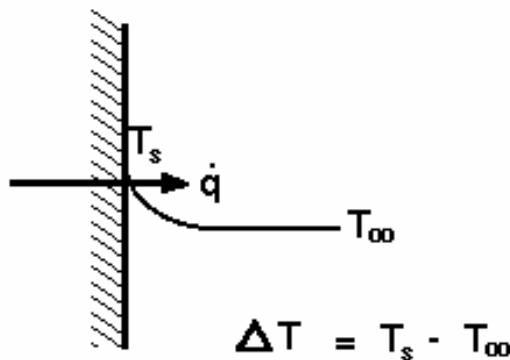
( eq. 4.1 )

onde,  $\dot{q}$  = fluxo de calor transferido por convecção ( kcal/h);

$A$  = área de transferência de calor (m<sup>2</sup>);

$\Delta T$  = diferença de temperatura entre a superfície ( $T_s$ ) e a do fluido em um local bastante afastado da superfície ( $T_\infty$ ) (°C). A figura 4.1 ilustra o perfil de temperatura e  $\dot{q}$  para o caso de um fluido escoando sobre uma superfície aquecida;

$h$  = coeficiente de transferência de calor por convecção ou coeficiente de película.



[ figura 4.1 ]

A simplicidade da equação de Newton é ilusória, pois ela não explicita as dificuldades envolvidas no estudo da convecção, servindo apenas como uma definição do coeficiente de película ( $h$ ). O coeficiente de película é, na realidade, uma função complexa do escoamento do fluido, das propriedades físicas do meio fluido e da geometria do sistema. Seu valor numérico não é, em geral, uniforme sobre a superfície. Por isto utiliza-se um valor médio para a superfície. A partir da equação 4.1 , podem ser obtidas as unidades do coeficiente de película. No sistema prático métrico, temos :

$$h = \frac{\dot{q}}{A.\Delta T} \quad \frac{\text{Kcal} / \text{h}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}} = \frac{\text{Kcal}}{\text{h} \cdot \text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}} \quad (\text{eq. 4.2})$$

Analogamente, nos sistemas Inglês e Internacional, temos :

$$\begin{aligned} \text{Sistema Inglês} &\rightarrow \frac{\text{Btu}}{\text{h} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F}} \\ \text{Sistema Internacional} &\rightarrow \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \end{aligned}$$

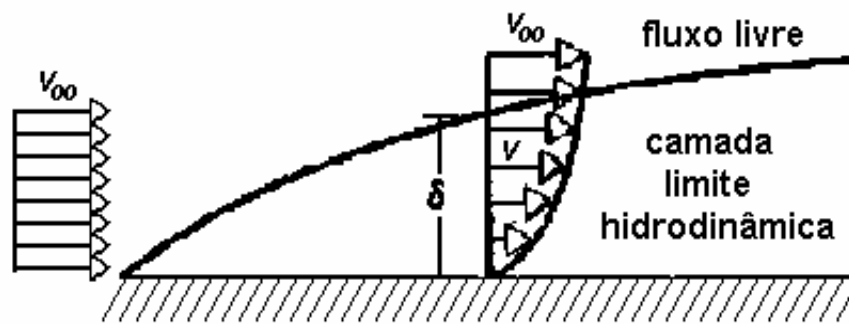
A tabela 4.1 mostra, para diversos meios, ordens de grandeza do coeficiente de película em unidade do sistema prático métrico :

Tabela 4.1 - Ordens de grandeza do coeficiente de película (  $h$  )

Meio	kcal/h.m <sup>2</sup> .°C
Ar, convecção natural	5-25
Vapor, convecção forçada	25-250
Óleo, convecção forçada	50-1500
Água, convecção forçada	250-10000
Água convecção em ebulição	2500-50000
Vapor, em condensação	5000-100000

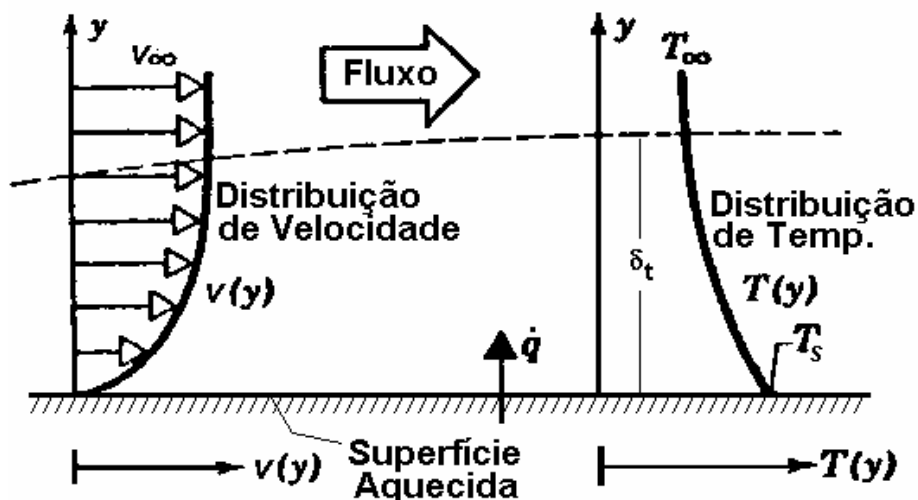
## 4.2. CAMADA LIMITE

Quando um fluido escoar ao longo de uma superfície, seja o escoamento em regime laminar ou turbulento, as partículas na vizinhança da superfície são desaceleradas em virtude das forças viscosas. A porção de fluido contida na região de variação substancial de velocidade, ilustrada na figura 4.2, é denominada de camada limite hidrodinâmica.



[ figura 4.2 ]

Consideremos agora o escoamento de um fluido ao longo de uma superfície quando existe uma diferença de temperatura entre o fluido e a superfície. Neste caso, O fluido contido na região de variação substancial de temperatura é chamado de camada limite térmica. Por exemplo, analisemos a transferência de calor para o caso de um fluido escoando sobre uma superfície aquecida, como mostra a figura 4.3. Para que ocorra a transferência de calor por convecção através do fluido é necessário um gradiente de temperatura ( camada limite térmica ) em uma região de baixa velocidade ( camada limite hidrodinâmica ).



[ figura 4.3 ]

O mecanismo da convecção pode então ser entendido como a ação combinada de condução de calor na região de baixa velocidade onde existe um gradiente de temperatura e movimento de mistura na região de alta velocidade. Portanto :

- ♦ região de baixa velocidade → a **condução** é mais importante
- ♦ região de alta velocidade → a **mistura** entre o fluido mais quente e o mais frio contribui substancialmente para a transferência de calor

Na camada limite térmica tem-se portanto elevados gradientes de temperatura e pode-se dizer que o estudo do fenômeno da convecção se reduz ao estudo da condução através da mesma. Portanto, considerando a camada limite térmica como uma "parede" hipotética de espessura  $\delta_t$  e condutividade térmica  $k_t$ , temos :

$$\dot{q} = \frac{k_t \cdot A}{\delta_t} (T_s - T_\infty) \rightarrow \text{fluxo de calor por condução na camada limite térmica} \quad (\text{eq. 4.3})$$

Pela equação de Newton temos que :

$$\dot{q} = h \cdot A \cdot (T_s - T_\infty) \rightarrow \text{fluxo de calor por convecção} \quad (\text{eq. 4.4})$$

Igualando as equação 4.3 e 4.4, obtemos :

$$\frac{k_t \cdot A}{\delta_t} (T_s - T_\infty) = h \cdot A \cdot (T_s - T_\infty)$$

$$h = \frac{k}{\frac{\delta}{t}}$$

( eq. 4.5 )

Embora essa imagem seja consideravelmente simplificada, a equação 4.5 mostra que o coeficiente de película é inversamente proporcional à espessura da camada limite térmica. Desta forma, pode entendida, por exemplo, a ação de um ventilador. O aumento da velocidade do fluido causado pela rotação das pás resulta aumento da velocidade de escoamento e, como consequência, em redução da camada limite térmica sobre a nossa pele. A equação 4.5 mostra que isto resulta em uma elevação do coeficiente de película. Esta elevação do coeficiente de película é responsável pelo aumento da transferência de calor por convecção ( equação 4.1 ) e pela conseqüente sensação de alívio do calor.

### 4.3. DETERMINAÇÃO DO COEFICIENTE DE PELÍCULA (h)

Como visto anteriormente, o coeficiente h é uma função complexa de uma série de variáveis relacionadas com as seguintes características:

#### 1. Dimensão Característica ( D )

D: é a dimensão que domina o fenômeno da convecção. Ex: diâmetro de um tubo, altura de uma placa, etc

#### 2. Propriedades Físicas do Fluido ( $\mu, \rho, c_p, k, \delta$ )

$\mu$ : viscosidade dinâmica do fluido;

$\rho$ : densidade do fluido;

$c_p$ : calor específico do fluido;

$k$  : condutividade térmica do fluido;

$\delta$  : coeficiente de expansão volumétrica

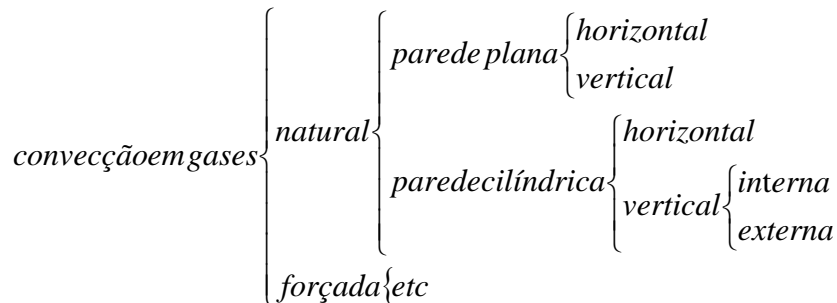
#### 3. Estado de Movimento do Fluido ( $V, g, \Delta T$ )

V : velocidade do fluido;  
 g : aceleração da gravidade;  
 ΔT : diferença de temperatura entre a superfície e o fluido

Logo, h é uma função do tipo :

$$h = f(D, \mu, \rho, c_p, k, \delta, V, g, \Delta T) \quad (\text{eq. 4.6})$$

Uma fórmula que levasse em conta todos estes parâmetros seria extremamente complexa. O problema é, então, contornado dividindo-se o estudo em casos particulares. Por exemplo, o estudo da convecção em gases pode ser subdividido assim :



Para cada caso particular são obtidas equações empíricas através da técnica de análise dimensional combinada com experiências, onde os coeficientes de película são calculados a partir de equações empíricas obtidas correlacionando-se os dados experimentais com o auxílio da análise dimensional. O desenvolvimento desta técnica foge ao escopo deste curso, entretanto, podemos afirmar que os resultados são obtidos na forma de equações dimensionais como mostrado nos exemplos a seguir :

- Para **Convecção Forçada** a equação é do tipo :

$$Nu = \Phi(Re, Pr)$$

onde,  $Nu = \frac{h \cdot D}{k}$ ;  $Re = \frac{D \cdot V \cdot \rho}{\mu}$ ;  $Pr = \frac{c_p \cdot \mu}{k}$  (eq. 4.7)

Exemplo : Escoamento de um fluido no interior de um tubo de diâmetro D no regime de escoamento turbulento (  $Re > 3300$  ). Neste caso, usamos a seguinte equação :

$$Nu = 0,023 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^n$$

onde,  $\begin{cases} n = 0,3 \text{ p/ fluido esfriando} \\ n = 0,4 \text{ p/ fluido aquecendo} \end{cases}$  (eq. 4.8)

- Para **Convecção Natural** a equação é do tipo :

$$Nu = \Phi(Gr, Pr)$$

onde,  $Gr = \frac{D^3 \cdot \delta \cdot g \cdot \Delta T}{\mu^2}$  (eq. 4.9)

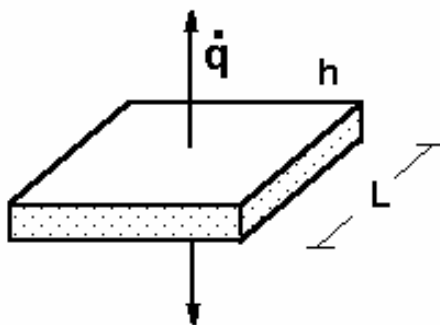
Exemplo : Convecção natural sobre placas verticais de altura D e e cilindros de grande diâmetro e altura D (  $p/ Gr \cdot Pr < 10^8$  ). Neste caso, usamos a seguinte equação :

$$Nu = 0,56(Gr.Pr)^{0,25} \quad (\text{eq. 4.10})$$

• **Exercício 4.1.** Em uma placa plana de 150 X 100 mm, eletricamente aquecida, a máxima temperatura permissível no centro da placa é 135 °C. Para este caso específico o número de Grashof é  $2,2 \times 10^7$  e o número de Prandtl é 0,7. Sabendo que a equação empírica, obtida com o auxílio da análise dimensional, que descreve a convecção natural ( regime laminar ) em uma placa plana é dada pela equação 4.11 :

$$Nu = 0,555 \times Gr^{1/4} \times Pr^{1/4} \quad \text{onde, } Nu = \frac{h.L}{k} \quad (\text{eq. 4.11})$$

Calcular o fluxo de calor por transferido por convecção, por ambos lados da placa, para o ar atmosférico a 25 °C (  $k_{ar} = 0,026 \text{ Kcal/h.m.}^\circ\text{C}$  ).



A dimensão característica ( L ) é comprimento da placa :  $L = 0,15 \text{ m}$

O de coeficiente de película do ar em volta da placa é calculado a partir da equação 4.11 :

$$Nu = \frac{h.L}{k_{ar}} = 0,555 \times Gr^{1/4} \times Pr^{1/4}$$

$$\frac{h \times 0,15}{0,026} = 0,555 \times (2,2 \times 10^7)^{1/4} \times (0,7)^{1/4} \Rightarrow h = 6,03 \text{ Kcal/h.m}^2.\text{ }^\circ\text{C}$$

O fluxo de calor por convecção é dado pela equação de Newton ( equação 4.1 ) :

$$\dot{q} = h.A.\Delta T = 6,03 \times [2 \times (0,10 \times 0,15)] \times (135 - 25)$$

$$\dot{q} = 19,86 \text{ Kcal/h}$$

#### 4.4. RESISTÊNCIA TÉRMICA NA CONVECÇÃO

Como visto anteriormente, a expressão para o fluxo de calor transferido por convecção é :

$$\dot{q} = h.A.\Delta T \quad (\text{eq. 4.12})$$

Um fluxo de calor é também uma relação entre um potencial térmico e uma resistência :

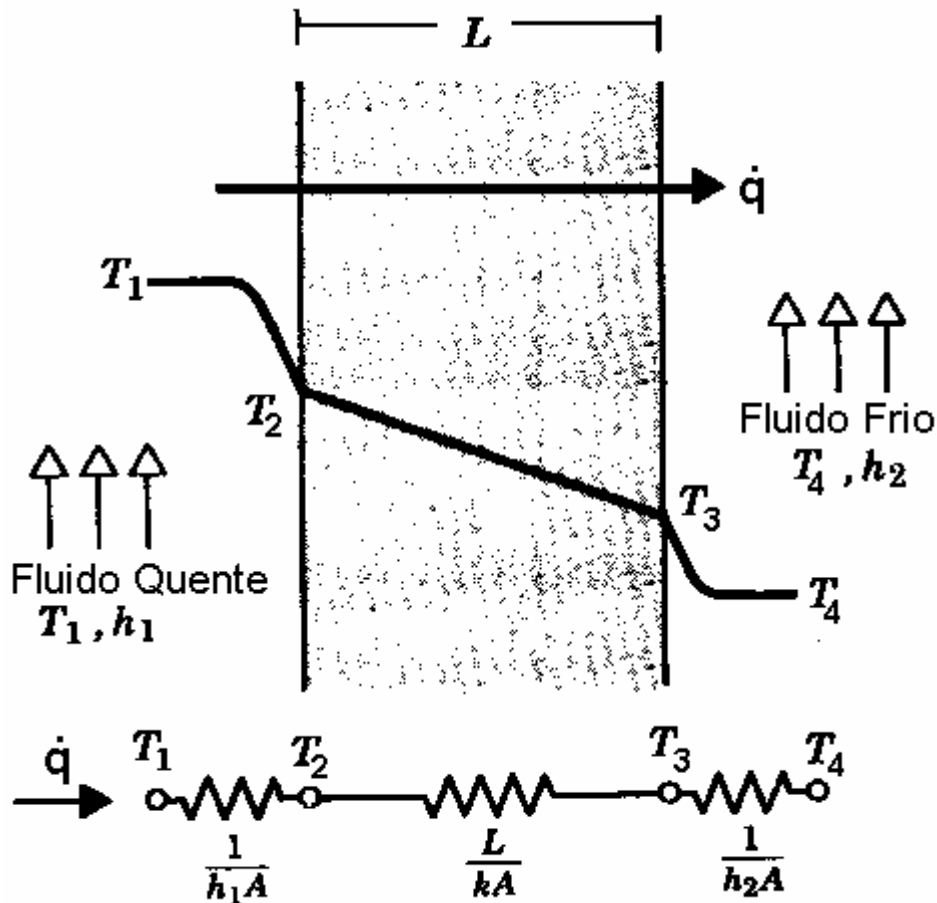
$$\dot{q} = \frac{\Delta T}{R} \quad (\text{eq. 4.13})$$

Igualando as equações 4.11 e 4.12, obtemos a expressão para a resistência térmica na convecção :

$$R = \frac{1}{h.A} \quad (\text{eq. 4.14})$$

#### 4.5. MECANISMOS COMBINADOS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR (CONDUÇÃO E CONVECÇÃO)

Consideremos uma parede plana situada entre dois fluidos a diferentes temperaturas. Se as temperaturas  $T_1$  e  $T_4$  dos fluidos são constantes, será estabelecido um fluxo de calor único e constante através da parede (regime permanente). Um bom exemplo desta situação é o fluxo de calor gerado pela combustão dentro de um forno, que atravessa a parede por condução e se dissipa no ar atmosférico.



Utilizando a equação de Newton ( equação 4.1 ) e a equação para o fluxo de calor em uma parede plana ( equação 3.6 ), podemos obter as seguintes equações para o fluxo de calor transferido pelo forno :

$$\dot{q} = h_1 \cdot A \cdot (T_1 - T_2) \quad (\text{eq. 4.15})$$

$$\dot{q} = \frac{k \cdot A}{L} (T_2 - T_3) \quad (\text{eq. 4.16})$$

$$\dot{q} = h_2 \cdot A \cdot (T_3 - T_4) \quad (\text{eq. 4.17})$$

Colocando as diferenças de temperatura nas equações 4.14 a 4.16 em evidência e somando membro a membro, obtemos :



$$(T_1 - T_2) = \frac{\dot{q}}{h_1 \cdot A}$$

$$(T_2 - T_3) = \frac{\dot{q} \cdot L}{k \cdot A}$$

$$(T_3 - T_4) = \frac{\dot{q}}{h_2 \cdot A}$$

$$T_1 - T_2 + T_2 - T_3 + T_3 - T_4 = \dot{q} \cdot \left( \frac{1}{h_1 \cdot A} + \frac{L}{k \cdot A} + \frac{1}{h_2 \cdot A} \right)$$

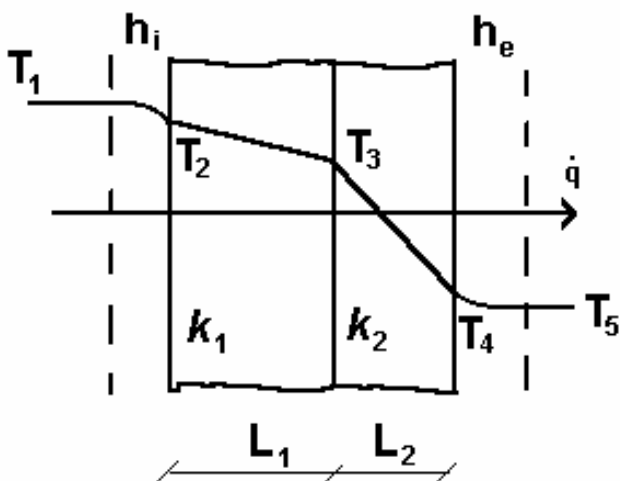
Substituindo as expressões para as resistências térmicas à convecção e à condução em parede plana na equação acima, obtemos fluxo de calor transferido pelo forno :

$$\dot{q} = \frac{T_1 - T_4}{\frac{1}{h_1 \cdot A} + \frac{L}{k \cdot A} + \frac{1}{h_2 \cdot A}} = \frac{T_1 - T_4}{R_1 + R_2 + R_3} \Rightarrow \dot{q} = \frac{(\Delta T)_{total}}{R_t} \quad (\text{eq. 4.18})$$

Portanto, também quando ocorre a ação combinada dos mecanismos de condução e convecção, a analogia com a eletricidade continua válida; sendo que a resistência total é igual à soma das resistências que estão em série, não importando se por convecção ou condução.

• **Exercício 4.2.** Uma parede de um forno é constituída de duas camadas : 0,20 m de tijolo refratário ( $k = 1,2 \text{ kcal/h.m.}^\circ\text{C}$ ) e 0,13 m de tijolo isolante ( $0,15 \text{ kcal/h.m.}^\circ\text{C}$ ). A temperatura dos gases dentro do forno é  $1700^\circ\text{C}$  e o coeficiente de película na parede interna é  $58 \text{ kcal/h.m}^2\cdot^\circ\text{C}$ . A temperatura ambiente é  $27^\circ\text{C}$  e o coeficiente de película na parede externa é  $12,5 \text{ kcal/h.m}^2\cdot^\circ\text{C}$ . Desprezando a resistência térmica das juntas de argamassa, calcular :

- o fluxo de calor por  $\text{m}^2$  de parede;
- a temperatura nas superfícies interna e externa da parede.



parede de refratário :

$$L_1 = 0,20 \text{ m} \quad k_1 = 1,2 \text{ Kcal/h.m.}^\circ\text{C}$$

parede de isolante :

$$L_2 = 0,13 \text{ m} \quad k_2 = 0,15 \text{ Kcal/h.m.}^\circ\text{C}$$

$$h_i = 58 \text{ Kcal/h.m}^2\cdot^\circ\text{C} \quad h_e = 12,5 \text{ Kcal/h.m}^2\cdot^\circ\text{C}$$

$$T_1 = 1700^\circ\text{C} \quad T_3 = 27^\circ\text{C}$$

a) Considerando uma área unitária da parede ( $A=A_1=A_2=1 \text{ m}^2$ ), temos :

$$\dot{q} = \frac{(\Delta T)_{total}}{R_t} = \frac{T_1 - T_5}{R_i + R_{ref} + R_{iso} + R_e} = \frac{T_1 - T_3}{\frac{1}{h_i \cdot A} + \frac{L_1}{k_1 \cdot A} + \frac{L_2}{k_2 \cdot A} + \frac{1}{h_e \cdot A}} = \frac{1700 - 27}{58 \times 1 + \frac{0,20}{1,2 \times 1} + \frac{0,13}{0,15 \times 1} + \frac{1}{12,5 \times 1}}$$

$$q = 1480,6 \text{ Kcal/h} \quad \text{p/ m}^2 \text{ de prede}$$

b) O fluxo de calor também pode ser calculado através de cada resistência individual. Na película interna, obtemos :

$$\dot{q} = \frac{T_1 - T_2}{R_{ref}} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{h_i \cdot A}} = h_i \cdot A \cdot (T_1 - T_2)$$

$$1480,6 = 58 \times 1 \times (1700 - T_2)$$

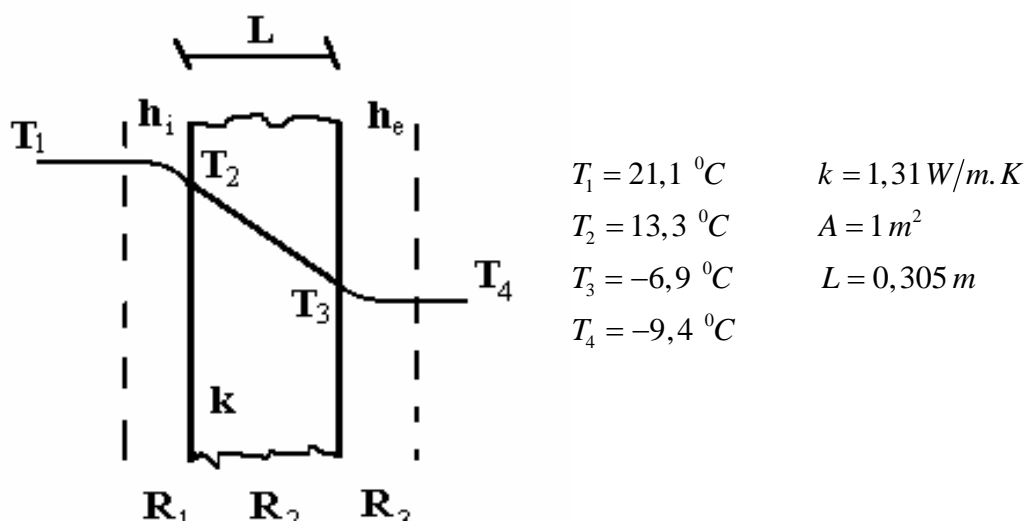
$$\boxed{T_2 = 1675 \text{ } ^\circ\text{C}}$$

Analogamente na película externa, obtemos :

$$1480,6 = 12,5 \times 1 \times (T_4 - 27)$$

$$\boxed{T_4 = 145 \text{ } ^\circ\text{C}}$$

• **Exercício 4.3.** A parede de um edifício tem 30,5 cm de espessura e foi construída com um material de  $k = 1,31 \text{ W/m.K}$ . Em dia de inverno as seguintes temperaturas foram medidas : temperatura do ar interior =  $21,1 \text{ } ^\circ\text{C}$ ; temperatura do ar exterior =  $-9,4 \text{ } ^\circ\text{C}$ ; temperatura da face interna da parede =  $13,3 \text{ } ^\circ\text{C}$ ; temperatura da face externa da parede =  $-6,9 \text{ } ^\circ\text{C}$ . Calcular os coeficientes de película interno e externo à parede.



O fluxo de calor pode ser obtido considerando a condução através da parede :

$$\dot{q} = \frac{\Delta T}{R_2} = \frac{T_2 - T_3}{\frac{L}{k \cdot A}} = \frac{13,3 - (-6,9)}{\frac{0,305}{1,31 \times 1}}$$

$$\dot{q} = 86,76 \text{ W } p / \text{m}^2$$

Considerando agora a convecção na película externa :

$$\dot{q} = \frac{T_1 - T_2}{R_1} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{h_i \cdot A}} \Rightarrow 86,76 = \frac{21,1 - 13,3}{\frac{1}{h_i \times 1}}$$

$$\boxed{h_i = 11,12 \text{ W/m}^2 \cdot \text{k}}$$

Agora, na película externa :

$$86,76 = \frac{-6,9 - (-9,4)}{\frac{1}{h_e \times 1}}$$

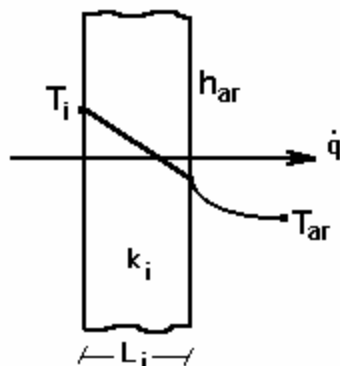
$$h_e = 34,72 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

• **Exercício 4.4.** Um forno de formato cúbico, com altura de 6 ft, está isolado com 4" de um material isolante de condutividade térmica 1,0 Btu/h.ft.°F. Nele são inseridos 1000 lb/h de uma liga que se funde a 1200 °F ( admite-se que a liga já entre a 1200 °C ). O coeficiente de convecção do ar externo é 3 BTU/h.ft<sup>2</sup>.°F e a temperatura do ar externo de 77 °F.

Desprezando-se a resistência térmica da parede do forno e conhecendo-se o calor latente de fusão da liga de 300 BTU/lb, calcular :

- a) o fluxo de calor transferido pelas paredes do forno;  
b) quantos KW são necessários para manter o forno em operação.

DADO : 1 KW = 3413 Btu/h



$$h_{ar} = 3 \text{ Btu/h.ft}^2 \cdot \text{°F} \quad k_i = 0,05 \text{ Btu/h.ft.°F}$$

$$A = 6 \times (6 \times 6) = 216 \text{ ft}^2 \quad L_i = 4'' = (4/12) \text{ ft} = 0,3333 \text{ ft}$$

$$T_i = 1200 \text{ °F} \quad T_{ar} = 77 \text{ °F}$$

$$\Delta H_{fusão} = 300 \text{ Btu/lb} \quad \dot{m}_{liga} = 1000 \text{ lb/h}$$

a) Cálculo do fluxo de calor :  $\dot{q} = \frac{(\Delta T)_{total}}{R_t} = \frac{T_i - T_{ar}}{R_i + R_{ar}}$

$$R_i = \frac{L_i}{k_i \cdot A} = \frac{0,3333(\text{ft})}{1(\text{Btu/h.ft.°F}) \times 216(\text{ft}^2)} = 0,001543 \text{ h.°F/Btu}$$

$$R_{ar} = \frac{1}{h_{ar} \cdot A} = \frac{1}{3(\text{Btu/h.ft}^2 \cdot \text{°F}) \times 216(\text{ft}^2)} = 0,003086 \text{ h.°F/Btu}$$

$$\dot{q} = \frac{1200 - 77}{0,001543 + 0,003086} \quad \text{D} \quad \boxed{\dot{q} = 363901,5 \text{ Btu/h}}$$

b) Para manter o forno em operação é necessário repor as perdas pelas paredes e fornecer o calor necessário para a fusão da liga:

$$\dot{q}_{op} = \dot{q} + \dot{q}_f$$

$$\text{calor para fusão} \rightarrow \dot{q}_f = \dot{m}_{liga} \cdot \Delta H_{fusão} = 1000 (\text{lb/h}) \times 300 (\text{Btu/lb}) = 300000 \text{ Btu/h}$$

$$\dot{q}_{op} = 363901,5 + 300000 = 663901,5 \text{ Btu/h}$$

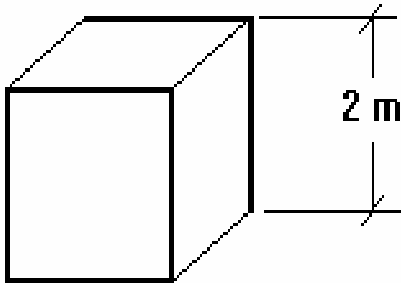
Como 1 KW = 3413 Btu/h , obtemos :

$$\dot{q}_{op} = \frac{663901,5}{3413} \quad \text{D} \quad \boxed{\dot{q}_{op} = 194,5 \text{ KW (potência do forno)}}$$

• **Exercício 4.5.** Um reator de paredes planas foi construído em aço inox e tem formato cúbico com 2 m de lado. A temperatura no interior do reator é 600 °C e o coeficiente de película interno é 45 kcal/h.m<sup>2</sup>.°C. Tendo em vista o alto fluxo de calor, deseja-se isolá-lo com lã de rocha ( k= 0,05 kcal/h.m.°C) de modo a reduzir a transferência de calor. Considerando

desprezível a resistência térmica da parede de aço inox e que o ar ambiente está a 20°C com coeficiente de película 5 kcal/h.m<sup>2</sup>.°C, calcular :

- O fluxo de calor antes da aplicação do isolamento;
- A espessura do isolamento a ser usado, sabendo-se que a temperatura do isolamento na face externa deve ser igual a 62 °C;
- A redução ( em % ) do fluxo de calor após a aplicação do isolamento.



$$h_{ar} = 5 \text{ Kcal/h.m}^2 \cdot ^\circ\text{C} \quad h_i = 45 \text{ Kcal/h.m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$k_{iso} = 0,05 \text{ Kcal/h.m} \cdot ^\circ\text{C} \quad A = 6 \times (2 \times 2) = 24 \text{ m}^2$$

$$T_i = 600 \text{ }^\circ\text{C} \quad T_{ar} = 20 \text{ }^\circ\text{C} \quad T_s = 62 \text{ }^\circ\text{C}$$

a) Desprezando a resistência do inox e a variação da área devido à espessura do isolante, o fluxo antes do isolamento é dado por :

$$\dot{q} = \frac{(\Delta)_{total}}{R_t} = \frac{T_i - T_{ar}}{\frac{1}{h_i \cdot A} + \frac{1}{h_{ar} \cdot A}} = \frac{600 - 20}{\frac{1}{45 \cdot 24} + \frac{1}{5 \cdot 24}} \quad \text{p} \quad \boxed{\dot{q} = 62640,4 \text{ Kcal/h}}$$

b) Após o isolamento o fluxo pode ser calculado na camada limite externa :

$$\dot{q}' = \frac{T_s - T_{ar}}{\frac{1}{h_{ar} \cdot A}} = \frac{62 - 20}{\frac{1}{5 \cdot 24}} = 5040 \text{ Kcal/h}$$

A espessura do isolamento pode ser calculada levando em conta as resistências térmicas da película interna e do isolante :

$$\dot{q} = \frac{T_i - T_s}{\frac{1}{h_i \cdot A} + \frac{L}{k_{iso} \cdot A}} \quad \Rightarrow \quad 5040 = \frac{600 - 62}{\frac{1}{45 \cdot 24} + \frac{L}{0,05 \cdot 24}}$$

$$\boxed{L = 0,1273 \text{ m} = 12,73 \text{ cm}}$$

$$\text{c) \% Redução} = \frac{\dot{q} - \dot{q}'}{\dot{q}} \times 100 = \frac{62640,4 - 5040}{62640} \times 100 \quad \text{p} \quad \boxed{\% \text{ Redução} = 91,95 \%}$$

• **Exercício 4.6.** No interior de uma estufa de alta temperatura os gases atingem 650 °C. A parede da estufa é de aço, tem 6 mm de espessura e fica em um espaço fechado em que há risco de incêndio, sendo necessário limitar a temperatura da superfície em 38 °C. Para minimizar os custos de isolamento, dois materiais serão usados: primeiro um isolante de alta temperatura (mais caro), aplicado sobre o aço e, depois, magnésia (menos caro) externamente. A temperatura máxima suportada pela magnésia é 300 °C. Conhecendo os dados abaixo, pede-se:

- Especifique a espessura ( em cm ) de cada material isolante.
- Sabendo que o custo por cm de espessura colocado do isolante de alta temperatura é duas vezes que o da magnésia, calcule a elevação percentual de custo se fosse utilizado apenas o isolante de alta temperatura.

DADOS:

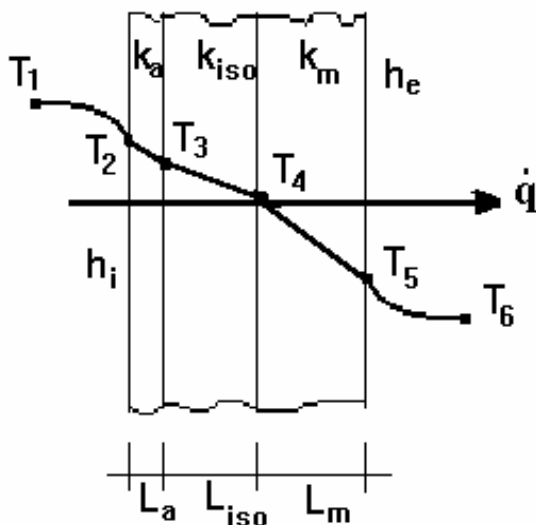
temperatura ambiente : 20 °C

coeficiente de película interno : 490 Kcal/h.m<sup>2</sup>.°C

coeficiente de película interno : 20 Kcal/h.m<sup>2</sup>.°C

condutividade térmica do aço : 37,25 Kcal/h.m.°C

condutividade térmica do isolante de alta temperatura : 0,0894 Kcal/h.m.°C



$$A = 1 \text{ m}^2$$

$$h_i = 490 \text{ Kcal/h.m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$h_e = 20 \text{ Kcal/h.m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$k_a = 37,25 \text{ Kcal/h.m.}^\circ\text{C}$$

$$k_{iso} = 0,0894 \text{ Kcal/h.m.}^\circ\text{C}$$

$$k_m = 0,0670 \text{ Kcal/h.m.}^\circ\text{C}$$

$$T_4 = 300 \text{ }^\circ\text{C} \quad T_5 = 38 \text{ }^\circ\text{C} \quad T_6 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$L_a = 6 \text{ mm} = 0,006 \text{ m}$$

a) O fluxo de calor que atravessa a parede pode ser calculado na película externa :

$$\dot{q} = \frac{T_5 - T_6}{R_e^{conv}} = \frac{T_5 - T_6}{\frac{1}{h_e \cdot A}} = \frac{38 - 20}{\frac{1}{20 \times 1}} = 360 \text{ Kcal/h}$$

Cálculo da espessura do isolante de magnésia :

$$\dot{q} = 360 = \frac{T_4 - T_5}{R_m^{cond}} = \frac{T_4 - T_5}{\frac{L_m}{k_m \cdot A}} = \frac{300 - 38}{\frac{L_m}{0,067 \times 1}} \Rightarrow L_m = 0,0488 \text{ m} = 4,88 \text{ cm}$$

Cálculo da temperatura  $T_3$  :

$$\dot{q} = 360 = \frac{T_1 - T_2}{R_i^{conv}} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{h_i \cdot A}} = \frac{650 - T_2}{\frac{1}{490 \times 1}} \Rightarrow T_2 = 649,26 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\dot{q} = 360 = \frac{T_2 - T_3}{R_a^{cond}} = \frac{T_2 - T_3}{\frac{L_a}{k_a \cdot A}} = \frac{649,26 - T_3}{\frac{0,006}{37,25 \times 1}} \Rightarrow T_3 = 649,20 \text{ }^\circ\text{C}$$

Cálculo da espessura do isolante de alta temperatura :

$$\dot{q} = 360 = \frac{T_3 - T_4}{R_{iso}^{cond}} = \frac{T_3 - T_4}{\frac{L_{iso}}{k_{iso} \cdot A}} = \frac{649,2 - 300}{\frac{L_{iso}}{0,0894 \times 1}}$$

$$\boxed{L_{iso} = 0,0867 \text{ m} = 8,67 \text{ cm}}$$

b) Se for usado apenas o isolante de alta temperatura, mantendo as demais condições, a nova espessura isolante pode ser calculada assim:

$$\dot{q} = \frac{T_3 - T_5}{\frac{L'_{iso}}{k_{iso} \cdot A}} \Rightarrow 360 = \frac{649,2 - 38}{\frac{L'_{iso}}{0,0894 \times 1}}$$

$$L'_{iso} = 0,1518m = 15,18cm$$

Cálculo da elevação percentual de custo :

Custo da isolante de magnésia =  $X$

Custo da isolante de alta temperatura =  $2X$

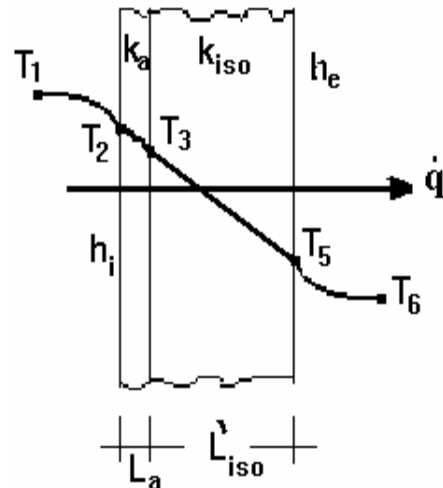
O custo de cada caso será :

$$Custo(a) = 4,88.(X) + 8,67.(2X) = 22,22X$$

$$Custo(b) = 15,18.(2X) = 30,36X$$

$$\% \text{ de elevação de custo} = \frac{Custo(b) - Custo(a)}{Custo(a)} = \frac{(30,36 - 22,22)X}{22,22X} \times 100$$

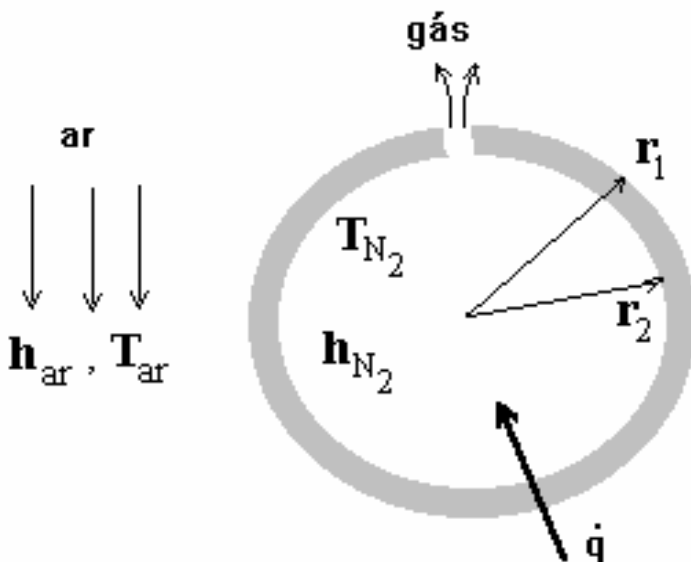
$$\% \text{ de elevação de custo} = 36,6\%$$



• **Exercício 4.7.** Um recipiente esférico é usado para armazenar nitrogênio líquido a 77 K (ponto de ebulição). O recipiente tem 0,5m de diâmetro interno e é isolado com uma camada de pó de sílica ( $k = 0,0017 \text{ W/m.K}$ ). A isolação tem 25 mm de espessura e sua superfície externa está exposta ao ar a 300 K. O coeficiente de película externa é  $20 \text{ W/m}^2\text{.K}$ . O calor latente de vaporização e a densidade do nitrogênio são  $2 \times 10^5 \text{ J/Kg}$  e  $804 \text{ Kg/m}^3$ , respectivamente. Desprezando as resistências térmicas da película interna e das paredes metálicas do recipiente, calcular :

a) Fluxo de calor transferido para o nitrogênio

b) Taxa de evaporação do nitrogênio em litros/dia (existe um respiro para a saída dos gases)



$$T_{N_2} = 77K \quad T_{ar} = 300K$$

$$k_{si} = 0,0017W/m^2 \cdot K$$

$$\Delta H_v = 2 \times 10^5 J/Kg$$

$$\rho_{N_2} = 804Kg/m^3$$

$$r_1 = 0,25m$$

$$r_2 = 0,25 + 0,025 = 0,275m$$

a) O fluxo de calor transferido pode ser calculado assim :

$$\dot{q} = \frac{(\Delta T)_{total}}{R_t} = \frac{T_{ar} - T_{N_2}}{R_{ar}^{conv} + R_{Si}^{cond} + R_{aço}^{cond} + R_{N_2}^{conv}}$$

Desprezando:  $R_{aço}^{cond} \approx 0$  e  $R_{N_2}^{conv} \approx 0$ , temos :

$$\dot{q} = \frac{T_{ar} - T_{N_2}}{\frac{1}{h_{ar} \times 4 \times \pi \times r_2^2} + \frac{1}{4 \times \pi \left[ \frac{1}{k_{Si}} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \right]}}$$

$$\boxed{\dot{q} = 13,06 W}$$

b) A energia recebida pelo  $N_2$ , utilizada na evaporação, é o produto da massa pelo calor latente de vaporização :

$$Q = m \cdot \Delta H_v$$

Conhecendo a taxa de transferência de energia (calor), podemos obter a taxa de evaporação :

$$\dot{q} = m \cdot \Delta H_v \Rightarrow m = \frac{\dot{q}}{\Delta H_v} = \frac{13,06 J/s}{2 \times 10^5 J/Kg} = 6,53 \times 10^{-5} Kg/s$$

$$m = 6,53 \times 10^{-5} \frac{Kg}{s} \times 3600 \frac{s}{h} \times 24 \frac{h}{dia} = 5,64 Kg/dia$$

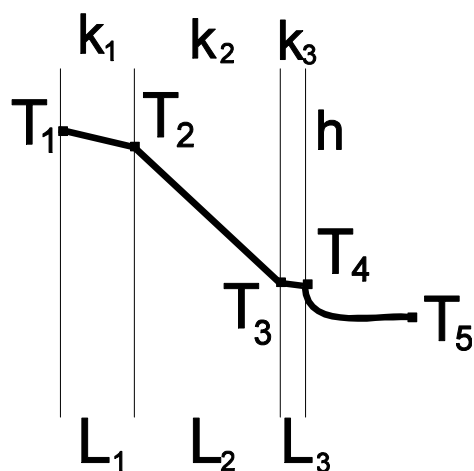
$$\dot{V} = \frac{m}{\rho} = \frac{5,64 Kg/dia}{804 Kg/m^3} = 0,007 m^3/dia$$

$$\boxed{\dot{V} = 7 \text{ litros/dia}}$$

• **Exercício 4.8.** A parede plana de um tanque para armazenagem de produtos químicos é constituída de uma camada interna à base de carbono ( $k = 10 \text{ Kcal/h.m.}^\circ\text{C}$ ) de 40 mm de espessura, uma camada intermediária de refratário ( $k = 0,14 \text{ Kcal/h.m.}^\circ\text{C}$ ) e um invólucro de aço ( $k = 45 \text{ Kcal/h.m.}^\circ\text{C}$ ) com 10 mm de espessura. Com a superfície interna da camada carbono a  $190^\circ\text{C}$  e o ar ambiente a  $30^\circ\text{C}$ , a temperatura da superfície externa do aço não deve ser maior que  $60^\circ\text{C}$  por motivos de segurança dos trabalhadores. Considerando que o coeficiente de película no ar externo é  $12 \text{ Kcal/h.m}^2.\text{}^\circ\text{C}$ , determine :

a) a espessura mínima do refratário;

b) a temperatura da superfície externa do aço se a camada de refratário for trocada por uma de isolante ( $k = 0,03 \text{ Kcal/h.m.}^\circ\text{C}$ ) de mesma espessura.



$$L_1 = 40mm = 0,04m$$

$$L_2 = 10mm = 0,01m$$

$$k_1 = 10 \text{ Kcal/h.m.}^\circ\text{C}$$

$$k_2 = 0,14 \text{ Kcal/h.m.}^\circ\text{C}$$

$$k_3 = 45 \text{ Kcal/h.m.}^\circ\text{C}$$

$$h = 12 \text{ Kcal/h.m}^2.\text{}^\circ\text{C}$$

$$T_1 = 190^\circ\text{C}$$

$$T_5 = 30^\circ\text{C}$$

a) A mínima espessura de refratário será obtida quando a temperatura externa do aço for a máxima permitida. Para uma área unitária de parede (  $A = 1 \text{ m}^2$  ), o fluxo de calor poder ser calculado na película externa :

$$\dot{q} = \frac{T_4 - T_5}{\frac{1}{h.A}} = \frac{60 - 30}{\frac{1}{12 \times 1}} = 360 \text{ Kcal/h } (p/m^2)$$

De posse do fluxo, e considerando as resistências térmicas das três camadas, podemos fazer :

$$\dot{q} = \frac{T_1 - T_4}{\frac{L_1}{k_1.A} + \frac{L_2}{k_2.A} + \frac{L_3}{k_3.A}} \Rightarrow 360 = \frac{190 - 60}{\frac{0,04}{10 \times 1} + \frac{L_2}{0,14 \times 1} + \frac{0,01}{45 \times 1}}$$

$$\boxed{L_2 = 0,05 \text{ m} = 50 \text{ mm}}$$

b) O novo fluxo de calor, menor devido ao uso do isolante de baixa condutividade (  $k = 0,03 \text{ Kcal/h.m.}^\circ\text{C}$  ), é obtido considerando as duas únicas temperaturas que não variam :

$$\dot{q}' = \frac{T_1 - T_5}{\frac{L_1}{k_1.A} + \frac{L_2}{k_2'.A} + \frac{L_3}{k_3.A} + \frac{1}{h.A}} = \frac{190 - 30}{\frac{0,04}{10 \times 1} + \frac{0,05}{0,03 \times 1} + \frac{0,01}{45 \times 1} + \frac{1}{12 \times 1}} = 91,2 \text{ Kcal/h } (p/m^2)$$

Novamente, na película externa, podemos obter a temperatura da superfície do aço :

$$\dot{q}' = \frac{T_4' - T_5}{\frac{1}{h.A}} \Rightarrow 91,2 = \frac{T_4' - 30}{\frac{1}{12 \times 1}} \Rightarrow \boxed{T_4' = 37,6^\circ\text{C}}$$

• **Exercício 4.9.** Em uma região fria, uma casa possui janelas "termoisolantes". As janelas, de 10 ft x 4 ft, consistem de duas lâminas de vidro (  $k = 0,5 \text{ Btu/h.ft.}^\circ\text{F}$  ), cada uma com 1/4" de espessura, separadas por uma camada de ar estagnado (  $k = 0,015 \text{ Btu/h.ft.}^\circ\text{F}$  ), também de 1/4" de espessura. No interior da casa a temperatura do ar é 84,4 °F e o coeficiente de película é 1,0 Btu/h.ft<sup>2</sup>.°F, enquanto que externamente a temperatura do ar é 20,5 °F e o coeficiente de película é 1,4 Btu/h.ft<sup>2</sup>.°F. O sistema de aquecimento da casa tem um rendimento de 50% e utiliza carvão com poder calorífico de 13200 Btu/lb. Determine :

- as perdas de calor, por hora, através de cada janela "termoisolante";
- o consumo mensal de carvão devido as perdas por cada janela "termoisolante";
- o consumo mensal de carvão devido à substituição da janela "termoisolante" por uma janela comum, de vidro, com 3/8" de espessura e mesma condutividade térmica.

$$T_{\text{int}} = 84,4^\circ\text{F} \quad T_{\text{ext}} = 20,5^\circ\text{F}$$

$$h_{\text{int}} = 1,0 \text{ Btu/h.ft}^2.\text{°F} \quad h_{\text{ext}} = 1,4 \text{ Btu/h.ft}^2.\text{°F}$$

$$\text{Área da janela} \rightarrow A = 10 \text{ ft} \times 4 \text{ ft} = 40 \text{ ft}^2$$

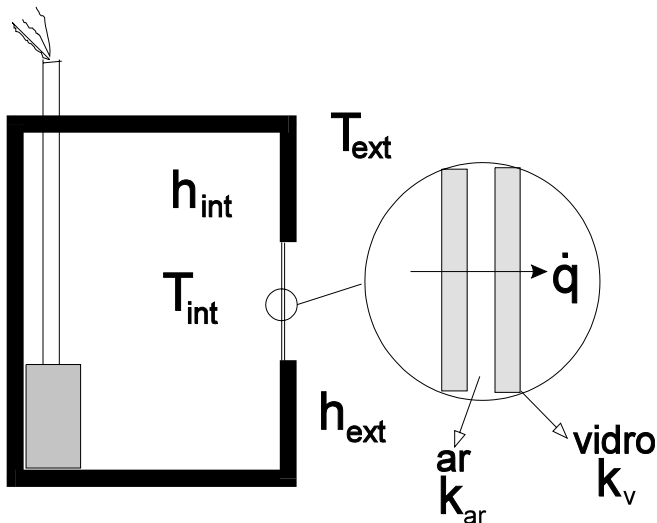
$$L_{\text{vid}} = \frac{1}{4}'' = \frac{1}{4} \times 12 = 0,021 \text{ ft}$$

$$L_{\text{ar}} = \frac{1}{4}'' = \frac{1}{4} \times 12 = 0,021 \text{ ft}$$

$$k_{\text{vid}} = 0,5 \text{ Btu/h.ft.}^\circ\text{F} \quad h_{\text{ar}} = 0,015 \text{ Btu/h.ft.}^\circ\text{F}$$

$$PCI_{\text{carvão}} = 13200 \text{ Btu/lb} \quad \eta_{\text{sist}} = 50\%$$





a) No cálculo das perdas pela janela, devem ser consideradas 5 resistências. Para a camada de estagnado entre os vidros, somente se processa a condução :

$$\dot{q} = \frac{(\Delta T)}{R_t} = \frac{T_{\text{int}} - T_{\text{ext}}}{R_i^{\text{conv}} + R_v^{\text{cond}} + R_{\text{ar}}^{\text{cond}} + R_v^{\text{cond}} + R_e^{\text{conv}}}$$

$$\dot{q} = \frac{T_{\text{int}} - T_{\text{ext}}}{\frac{1}{h_{\text{int}} \cdot A} + \frac{L_{\text{vid}}}{k_{\text{vid}} \cdot A} + \frac{L_{\text{ar}}}{k_{\text{ar}} \cdot A} + \frac{L_{\text{vid}}}{k_{\text{vid}} \cdot A} + \frac{1}{h_{\text{ext}} \cdot A}} = \frac{84,4 - 20,5}{\frac{1}{1,0 \times 40} + \frac{0,021}{0,5 \times 40} + \frac{0,021}{0,015 \times 40} + \frac{0,021}{0,5 \times 40} + \frac{1}{1,4 \times 40}}$$

$$\boxed{\dot{q} = 799,2 \text{ Btu/h}}$$

b) No cálculo do consumo de carvão deve ser levado em conta que o sistema de aquecimento tem um rendimento de 50% :

$$M_{\text{carvão}} = \frac{\dot{q}}{\eta} = \frac{799,2 / 0,5 (\text{Btu/h})}{13200 (\text{Btu/lb})} = 0,121 \text{ lb/h}$$

$$M_{\text{carvão}} = 0,121 \left( \frac{\text{lb}}{\text{h}} \right) \times 24 \left( \frac{\text{h}}{\text{dia}} \right) \times 30 \left( \frac{\text{dia}}{\text{mês}} \right) \Rightarrow \boxed{M_{\text{carvão}} = 87,12 \text{ lb/mês}}$$

c) Ao substituir a janela "termoisolante" por uma janela comum de vidro, com 3/8" de espessura, passamos a ter três resistências :

$$L'_{\text{vid}} = \frac{3}{8}'' = \frac{3}{8} \times 12 = 0,031 \text{ ft}$$

$$\dot{q}' = \frac{(\Delta T)}{R_t} = \frac{T_{\text{int}} - T_{\text{ext}}}{R_i^{\text{conv}} + R_{\text{vid}}^{\text{cond}} + R_e^{\text{conv}}}$$

$$\dot{q}' = \frac{T_{\text{int}} - T_{\text{ext}}}{\frac{1}{h_{\text{int}} \cdot A} + \frac{L'_{\text{vid}}}{k_{\text{vid}} \cdot A} + \frac{1}{h_{\text{ext}} \cdot A}} = \frac{84,4 - 20,5}{\frac{1}{1,0 \times 40} + \frac{0,031}{0,5 \times 40} + \frac{1}{1,4 \times 40}} = 1439,2 \text{ Btu/h}$$

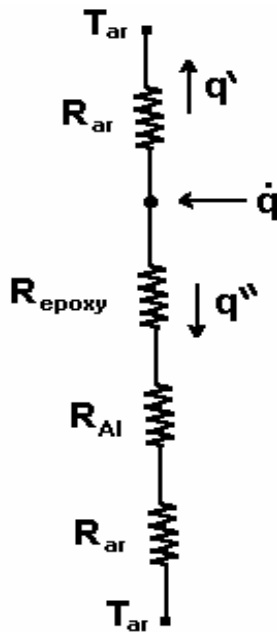
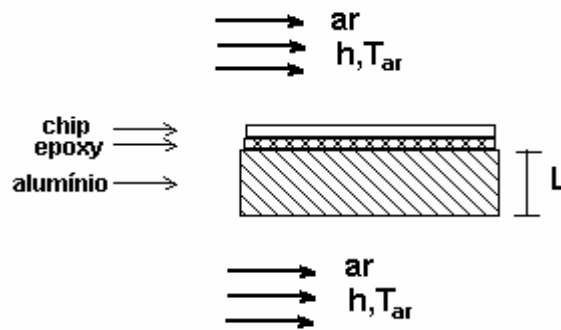
$$M_{\text{carvão}} = \frac{\dot{q}'}{\eta} = \frac{1439,2 / 0,5 (\text{Btu/h})}{13200 (\text{Btu/lb})} = 0,218 \text{ lb/h}$$

$$M_{\text{carvão}} = 0,218 \left( \frac{\text{lb}}{\text{h}} \right) \times 24 \left( \frac{\text{h}}{\text{dia}} \right) \times 30 \left( \frac{\text{dia}}{\text{mês}} \right) \Rightarrow \boxed{M_{\text{carvão}} = 156,96 \text{ lb/mês}}$$

• **Exercício 4.10.** Um delgado chip de silício de resistência térmica desprezível e uma base de alumínio de 8 mm de espessura (  $k = 238 \text{ W/m.K}$  ) são separados por uma cola de epoxy de resistência térmica  $0,9 \times 10^{-4} \text{ K/W}$ . A face superior do chip e a face inferior da base de alumínio estão expostas ao ar na temperatura de 298 K e com coeficiente de película de  $100 \text{ W/m}^2.\text{K}$ . O chip dissipa calor na razão de  $10^4 \text{ W}$  por  $\text{m}^2$  de superfície ( inferior e superior ) e sua temperatura deve ser mantida abaixo de 358 K ( desprezar a transferência de calor pelas áreas laterais ).

a) responda se a temperatura do chip ficará abaixo da máxima temperatura permitida.

b) Calcule qual deveria ser a resistência da cola para que o limite de temperatura do chip seja ultrapassado em 1 K.



$$k_{Al} = 238 \text{ W/m.K}$$

$$h_{ar} = 100 \text{ W/m}^2.\text{K}$$

$$T_{ar} = 298 \text{ K}$$

$$\dot{q} = 10^4 \text{ W}$$

$$A = 1 \text{ m}^2$$

$$T_{chip} = ?$$

a) O chip dissipa calor pelas faces superior e inferior, então :

$$\dot{q} = \dot{q}' + \dot{q}''$$

$$\dot{q} = \frac{T_{chip} - T_{ar}}{\frac{1}{h \cdot A}} + \frac{T_{chip} - T_{ar}}{R_{cola} + \frac{L}{k_{Al} \cdot A} + \frac{1}{h \cdot A}}$$

$$\dot{q} = (T_{chip} - T_{ar}) \left[ h \cdot A + \frac{1}{R_{cola} + \frac{L}{k_{Al} \cdot A} + \frac{1}{h \cdot A}} \right]$$

$$10^4 = (T_{chip} - 298) \left[ 100 \times 1 + \frac{1}{0,9 \times 10^{-4} + \frac{0,008}{238 \times 1} + \frac{1}{100 \times 1}} \right]$$

$$10^4 = (T_{chip} - 298) \times 198,78 \Rightarrow T_{chip} = 348K$$

→ A temperatura do chip ficará abaixo do limite de segurança

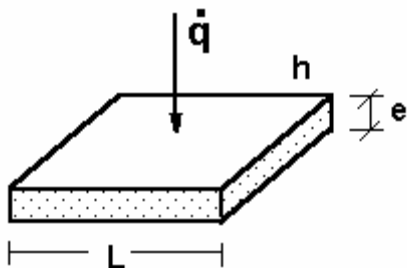
b) O limite de temperatura do chip será :

$$T'_{chip} = 358 + 1 = 359 K$$

$$10^4 = (359 - 298) \left[ 100 + \frac{1}{R'_{cola} + \frac{0,008}{238} + \frac{1}{100}} \right]$$

$$R'_{cola} = 5,607 \times 10^{-3} K/W$$

• **Exercício 4.11.** Uma placa de gelo com 10 mm de espessura e 300 mm em cada lado é colocada sobre uma superfície bem isolada. Na superfície superior, a placa está exposta ao ar ambiente em um local onde a temperatura é 25 °C e o coeficiente de película é 30 kcal/h.m<sup>2</sup>.°C. Desprezando a transferência de calor pelas laterais da placa e supondo que a mistura gelo-água permanece a 0 °C, quanto tempo é necessário para a fusão completa da placa? A densidade e o calor latente de fusão do gelo são 935 kg/m<sup>3</sup> e 80,3 kcal/kg, respectivamente.



$$e = 10mm = 0,01m \quad L = 300mm = 0,3m$$

$$T_{ar} = 25^\circ C \quad h = 30 Kcal/h.m^2.^\circ C$$

$$\text{temp. da mistura gelo/água} \rightarrow T_p = 0^\circ C$$

$$\rho_g = 935 Kg/m^3 \quad \Delta H_f = 80,3 Kcal/Kg$$

$$\text{Volume da placa } \textcircled{R} \quad V = e.(L)^2 = 0,01 \times 0,3 \times 0,3 = 0,0009m^3$$

$$\text{Massa da placa } \textcircled{R} \quad m = \rho_g.V = 935(Kg/m^3) \times 0,0009m^3 = 0,8415Kg$$

Cálculo do calor necessário para a fusão do gelo :

$$Q = \Delta H_f . m = 80 Kcal/Kg \times 0,8415 Kg = 67,57 Kcal$$

Cálculo do fluxo de calor para a placa ( desprezando as áreas laterais da placa ) :

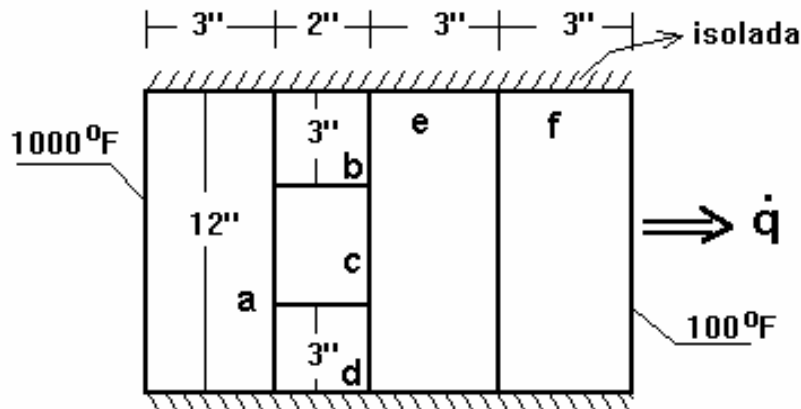
$$\text{Área de transferência de calor } \textcircled{R} \quad A = L . L = 0,3 \times 0,3 = 0,09 m^2$$

$$\dot{q} = h.A.(T_{ar} - T_p) = 30 \times 0,09 \times (25 - 0) = 67,5 Kcal/h$$

$$\dot{q} = \frac{Q}{t} \Rightarrow t = \frac{Q}{\dot{q}} = \frac{67,57 Kcal}{67,5 (Kcal/h)} = 1,001h$$

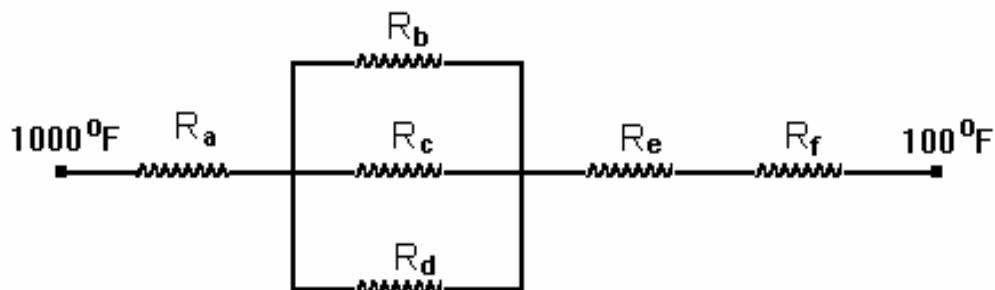
$$t \cong 1 \text{ hora}$$

- **Exercício 4.12.** Dada a parede composta abaixo, determinar :
  - O fluxo de calor, considerando a largura da parede igual a 12";
  - A temperatura da interface entre os materiais "f" e "e";
  - O coeficiente de película entre o material "f" e o ambiente, considerando que a temperatura ambiente é 60 °F;
  - Mantendo a temperatura da face externa do material "f" em 100 °F e reduzindo o fluxo de calor em 20%, qual deverá ser a nova espessura da parede "f".



material	a	b	c	d	e	f
k (Btu/h.ft.°F)	100	40	50	40	30	40

Usando a analogia elétrica, o circuito equivalente à parede composta é :



- Para a área unitária de transferência de calor (  $A = 12" \times 12" = 1 \text{ ft}^2$  ), as resistências térmicas de cada parede individual são :

$$R_a = \frac{\frac{3}{12}(\text{ft})}{100 \left( \frac{\text{Btu}}{\text{h.ft.}^\circ\text{F}} \right) \times 1(\text{ft}^2)} = 0,0025 \text{ h.}^\circ\text{F/Btu} \quad R_b = \frac{\frac{2}{12}}{40 \times \frac{3}{12}} = 0,0167 \text{ h.}^\circ\text{F/Btu}$$

$$R_c = \frac{\frac{2}{12}}{50 \times \frac{6}{12}} = 0,0067 \text{ h.}^\circ\text{F/Btu} \quad R_d = \frac{\frac{2}{12}}{40 \times \frac{3}{12}} = 0,0167 \text{ h.}^\circ\text{F/Btu}$$

$$R_e = \frac{\frac{3}{12}}{30 \times 1} = 0,0083 \text{ h.}^\circ\text{F/Btu} \quad R_f = \frac{\frac{3}{12}}{40 \times 1} = 0,0063 \text{ h.}^\circ\text{F/Btu}$$

Para o circuito em paralelo :

$$\frac{1}{R_{bcd}} = \frac{1}{R_b} + \frac{1}{R_c} + \frac{1}{R_d} = \frac{1}{0,0167} + \frac{1}{0,0067} + \frac{1}{0,0167} \Rightarrow R_{bcd} = 0,0037 \text{ h.}^\circ\text{F/Btu}$$

Para o circuito em série :

$$R_t = R_a + R_{bcd} + R_e + R_f = 0,0025 + 0,0037 + 0,0083 + 0,0063 = 0,0208 \text{ h.}^\circ\text{F/Btu}$$

Portanto,

$$\dot{q} = \frac{(\Delta T)_{total}}{R_t} = \frac{(1000 - 100)^{\circ}F}{0,0208 h \cdot ^{\circ}F/Btu} = 43269,23 Btu/h$$

b) Conhecendo-se o fluxo de calor e a resistência da parede "f", temos que :

$$\dot{q} = \frac{T_i - 100}{R_f} \Rightarrow 43269,23 = \frac{T_i - 100}{0,0063}$$

$$T_i = 372,6^{\circ}F$$

c) Entre a parede "f" e ambiente a transferência de calor se dá por convecção :

$$\dot{q} = h \cdot A \cdot \Delta T \Rightarrow h = \frac{\dot{q}}{A \cdot \Delta T} = \frac{43269,23 Btu/h}{1 ft^2 \cdot (100 - 60)^{\circ}F}$$

$$h = 1082 Btu/h \cdot ft^2 \cdot ^{\circ}F$$

d) O novo fluxo de calor é :

$$\dot{q}' = 0,8 \times \dot{q} = 0,8 \times 43269,23 = 34615,38 Btu/h$$

Mantendo o mesmo  $\Delta T$ , a nova espessura da parede "f" pode ser obtida assim :

$$\dot{q}' = \frac{\Delta T}{R_a + R_{bcd} + R_e + \frac{L'_f}{k \cdot A}} \Rightarrow 34615,38 = \frac{1000 - 100}{0,0025 + 0,0037 + 0,0083 + \frac{L'_f}{40.1}}$$

$$L'_f = 0,46 ft = 5,5''$$

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS :

• **Exercício 4.13.** Um forno retangular de uma fábrica de cerâmica está isolado com duas camadas, sendo a primeira , que está em contato com a carga do forno, de refratário especial (  $k= 0,6 \text{ kcal/h.m.}^{\circ}C$  ) e a outra de um bom isolante (  $k= 0,09 \text{ kcal/h.m.}^{\circ}C$  ). Sabe-se que a temperatura da face interna do forno é  $900^{\circ}C$  e que a temperatura do ar ambiente é  $20^{\circ}C$  (  $h = 20 \text{ kcal/hm}^2 \cdot ^{\circ}C$  ). O fluxo de calor através da parede do forno, de 40 cm de espessura, é igual a  $800 \text{ kcal/h m}$  . Pede-se :

- A espessura de cada camada que forma a parede do forno
- A temperatura da interface das camadas
- Se for especificada uma temperatura máxima de  $30^{\circ}C$  na parede externa do forno, qual a nova espessura isolante necessária?

• **Exercício 4.14.** Em uma fábrica, uma grande folha de plástico (  $k=1,94 \text{ kcal/h.m.}^{\circ}C$  ), com 12 mm de espessura, deve ser colada a uma folha de cortiça (  $k=0,037 \text{ kcal/h.m.}^{\circ}C$  ) de 25 mm de espessura. Para obter ligadura, a cola deve ser mantida a  $50^{\circ}C$  por um considerável período de tempo. Isto se consegue aplicando uniformemente um fluxo de calor sobre a superfície do plástico. O lado de cortiça , exposto ao ar ambiente a  $25^{\circ}C$ , tem um coeficiente de película de  $10 \text{ kcal/h.m}^2 \cdot ^{\circ}C$ . Desprezando a resistência térmica da cola, calcule :

- o fluxo de calor por  $m^2$  aplicado para se obter a temperatura na interface com cola;
- as temperaturas nas superfícies externas do plástico e da cortiça.

• **Exercício 4.15.** Um tubo de aço de 10" de diâmetro interno e 0,375" de espessura, transporta vapor a 500°F. O tubo é coberto por 2" de isolamento para reduzir as perdas de calor para a atmosfera ambiente a 80 °F. Sabe-se que os coeficientes de película para a superfície interna do tubo e para superfície externa da isolamento são respectivamente 2500 Btu/h.ft.°F e 1,6 Btu/h.ft.°F. Para proteção de pessoal a temperatura da superfície externa não deve exceder 140 °F. Calcular :

- O fluxo de calor por unidade de comprimento;
- Se a condutividade térmica do aço é 26 Btu/h.ft.°F e a da isolamento 0,045 Btu/h.ft.°F, irá as duas polegadas de espessura satisfazer as exigências.

• **Exercício 4.16.** Um forno retangular de uma fábrica de cerâmica está isolado com duas camadas, sendo a primeira, que está em contato com a carga do forno, de refratário especial (  $k= 0,6 \text{ kcal/h.m}^2.\text{°C}$  ) e a outra de um bom isolante (  $k= 0,09 \text{ kcal/h.m}^2.\text{°C}$  ). Sabe-se que a temperatura da face interna do forno é 900 °C e que a temperatura do ar ambiente é 20 °C, com coeficiente de película de 20 kcal/h.m<sup>2</sup>.°C. O fluxo de calor através da parede do forno, de 40 cm de espessura, é igual a 800 kcal/h.m<sup>2</sup>. Pede-se:

- A espessura de cada camada que forma a parede do forno;
- A temperatura da interface das camadas;
- Se for especificada uma temperatura máxima de 30°C na parede externa do forno, qual a nova espessura isolante necessária?

• **Exercício 4.17.** O interior de um refrigerador, cujas dimensões são 0,5 x 0,5 m de área da base e 1,25 m de altura, deve ser mantido a 4 °C. As paredes do refrigerador são construídas de duas chapas de aço (  $k= 36 \text{ kcal/h.m}^2.\text{°C}$  ) de 3 mm de espessura, com 65 mm de material isolante (  $k=0,213 \text{ kcal/h.m}^2.\text{°C}$  ) entre elas. O coeficiente de película da superfície interna é 10 kcal/h.m<sup>2</sup>.°C, enquanto que na superfície externa varia de 8 a 12,5 kcal/h.m<sup>2</sup>.°C. Calcular :

- A potência ( em HP ) do motor do refrigerador para que o fluxo de calor removido do interior da geladeira mantenha a temperatura especificada, numa cozinha cuja temperatura pode variar de 20 a 30 °C;
- As temperatura das superfícies interna e externa da parede.

DADO : 1 HP = 641,2 Kcal/h

• **Exercício 4.18.** Um reservatório esférico de aço (  $k=40 \text{ kcal/h.m}^2.\text{°C}$  ) com 1 m de diâmetro interno e 10 cm de espessura, é utilizado para armazenagem de um produto a alta pressão, que deve ser mantido a 160 °C. Para isto o reservatório deve ser isolado termicamente, com um material isolante (  $k=0,3 \text{ kcal/h.m}^2.\text{°C}$  ). Sabendo-se que os coeficiente de película do produto e do ar são 80 kcal/h.m<sup>2</sup>.°C e 20 kcal/h.m<sup>2</sup>.°C, respectivamente, e que a temperatura do ar ambiente é 20 °C, pede-se :

- o fluxo de calor antes do isolamento;
- espessura de isolante necessária, para que o fluxo de calor através do conjunto seja igual a 30 % do anterior;
- as temperaturas , na interface aço-isolante e na superfície externa do isolante.

• **Exercício 4.19.** Duas substâncias são misturadas reagindo entre si e liberando calor dentro de um tubo de diâmetro interno 7,62 cm e espessura igual a 0,5 cm (  $k= 32 \text{ kcal/h.m}^2.\text{°C}$  ). O comprimento do tubo é 10 m . Todo calor gerado na reação é cedido ao ambiente de modo que a temperatura da mistura ( 180 °C ) permanece constante. Por motivo de segurança, será necessário isolar a tubulação, de modo que a temperatura na face externa do isolante (  $k= 0,065 \text{ kcal/h.m}^2.\text{°C}$  ) não ultrapasse 50 °C. O ar externo está a 25 °C, com coeficiente de película 12 kcal/h.m<sup>2</sup>.°C. O coeficiente de película da mistura é 90 kcal/h.m<sup>2</sup>.°C. Pede-se a espessura mínima necessária do isolante, para atender a condição desejada.

• **Exercício 4.20.** Um longo cilindro (  $k = 0,35 \text{ kcal/h.m.}^{\circ}\text{C}$  ) de diâmetro externo 64 mm e interno 60 mm é aquecido internamente por resistência elétrica de modo a manter a temperatura da superfície externa a  $90^{\circ}\text{C}$ . Quando água a  $25^{\circ}\text{C}$  e velocidade 1 m/s flui transversalmente ao cilindro a potência requerida na resistência é 28 KW por metro de comprimento do cilindro. Quando ar a  $25^{\circ}\text{C}$  e velocidade de 10 m/s flui do mesmo modo a potência requerida é 400 W por metro de comprimento do cilindro.

- Calcular os coeficiente de película para os fluxos de água e ar
- Calcular a temperatura da superfície interna do cilindro em ambos casos.

DADO :  $1 \text{ W} = 0,86 \text{ kcal/h}$

• **Exercício 4.21.** Após dois anos de trabalho, o isolamento térmico de um forno retangular deverá ser substituído. Um dos engenheiros do setor, recomenda um isolante de condutividade igual a  $0,045 \text{ kcal/h.m.}^{\circ}\text{C}$ , vendido em placas de 2 cm de espessura; outro engenheiro é de opinião que poderia ser usado um outro isolante de  $k$  igual a  $0,055 \text{ kcal/h.m.}^{\circ}\text{C}$  em placas de 4 cm de espessura. Sabe-se que por razões de ordem técnica, o fluxo de calor através da parede do forno deve ser mantido constante e igual a  $350 \text{ kcal/h.m}^2$  e que as temperaturas de trabalho são  $800^{\circ}\text{C}$  e  $25^{\circ}\text{C}$ , respectivamente, face interna do isolante e no ambiente. Sabendo-se que o coeficiente de película do ar no ambiente é  $20 \text{ Kcal/h.m}^2.\text{}^{\circ}\text{C}$ , pede-se :

- o número de placas de isolante em cada caso;
- o tipo de isolante que você recomendaria sabendo que o isolante de maior espessura tem preço por  $\text{m}^2$  35% maior.

• **Exercício 4.22.** Um submarino deve ser projetado para proporcionar uma temperatura agradável à tripulação não inferior a  $20^{\circ}\text{C}$ . O submarino pode ser idealizado como um cilindro de 10 m de diâmetro e 70 m de comprimento. O coeficiente de película interno é cerca de  $12 \text{ kcal/h.m}^2.\text{}^{\circ}\text{C}$ , enquanto que, no exterior , estima-se que varie entre  $70 \text{ kcal/h.m}^2.\text{}^{\circ}\text{C}$  (submarino parado) e  $600 \text{ kcal/h.m}^2.\text{}^{\circ}\text{C}$  (velocidade máxima). A construção das paredes do submarino é do tipo sanduíche com uma camada externa de 19 mm de aço inoxidável (  $k=14 \text{ Kcal/h.m.}^{\circ}\text{C}$  ), uma camada de 25 mm de fibra de vidro (  $k=0,034 \text{ Kcal/h.m.}^{\circ}\text{C}$  ) e uma camada de 6 mm de alumínio (  $k=175 \text{ Kcal/h.m.}^{\circ}\text{C}$  ) no interior. Determine a potência necessária ( em kW ) da unidade de aquecimento requerida se a temperatura da água do mar varia entre  $7^{\circ}\text{C}$  e  $12^{\circ}\text{C}$ .

DADO :  $1 \text{ KW} = 860 \text{ Kcal/h}$

• **Exercício 4.23.** O proprietário de uma casa resolveu fazer o acabamento interno do salão de festas com mármore branco (  $k = 2,0 \text{ Kcal/h.m.}^{\circ}\text{C}$  ). As paredes do salão, de tijolo de alvenaria (  $k = 0,6 \text{ Kcal/h.m.}^{\circ}\text{C}$  ), de 20 cm de espessura, medem 5 m x 4 m (altura) e o teto está bem isolado. A temperatura interna do salão será mantida a  $20^{\circ}\text{C}$ , com coeficiente de película de  $20 \text{ Kcal/h.m}^2.\text{}^{\circ}\text{C}$ , através de ar condicionado. Em um dia de sol intenso a temperatura do ar externo chega a  $40^{\circ}\text{C}$  com coeficiente de película de  $30 \text{ Kcal/h.m}^2.\text{}^{\circ}\text{C}$ . Sabendo que a temperatura da interface tijolo/mármore é  $24^{\circ}\text{C}$ , pede-se :

- o fluxo máximo de calor para o interior do salão;
- as temperaturas das faces interna do mármore e externa do tijolo;
- o custo de colocação do mármore.

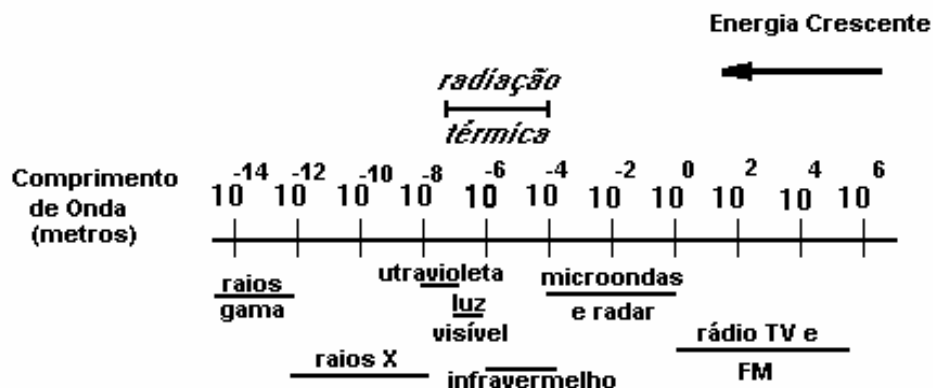
DADO : Custo do mármore = \$ 2.000,00 ( por  $\text{m}^2$  e por cm de espessura )

## 5. PRINCÍPIOS DA RADIAÇÃO TÉRMICA

Radiação Térmica é o processo pelo qual calor é transferido de um corpo sem o auxílio do meio interveniente, e em virtude de sua temperatura. Ao contrário dos outros dois mecanismos a radiação não necessita da existência de um meio interveniente :

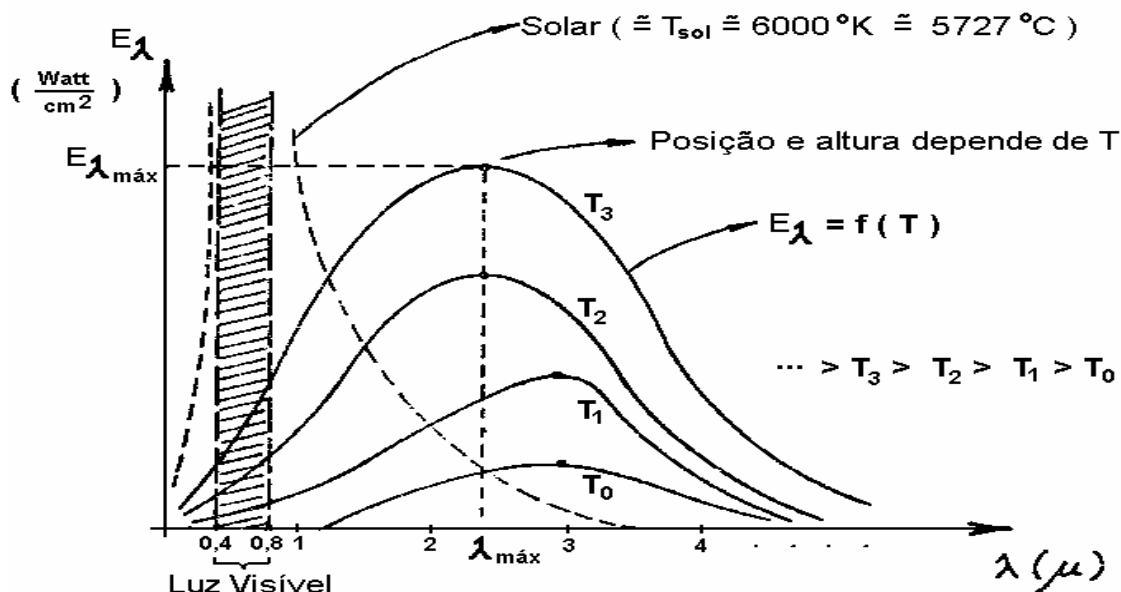
- condução → colisão entre as partículas
- convecção → transferência de massa
- radiação → ondas eletromagnéticas

A radiação térmica ocorre perfeitamente no vácuo, não havendo, portanto, necessidade de um meio material para a colisão de partículas ou transferência de massa. Isto acontece porque a radiação térmica se propaga através de ondas eletromagnéticas. A radiação térmica é, portanto, um fenômeno ondulatório semelhante às ondas de rádio, radiações luminosas, raio-X, raios-g, etc, diferindo apenas no comprimento de onda ( $\lambda$ ). Este conjunto de fenômenos de diferentes comprimentos de ondas, representado simplificada na figura 5.1, é conhecido como espectro eletromagnético.



[ figura 5.1 ]

A análise espectroscópica revelou que a intensidade das **radiações térmicas** variam como mostrado na figura 5.2. Existe um pico máximo de emissão para um determinado comprimento de onda ( $\lambda_{\text{máx}}$ ) cuja posição é função da temperatura absoluta do emissor (radiador).



[ figura 5.2 ]



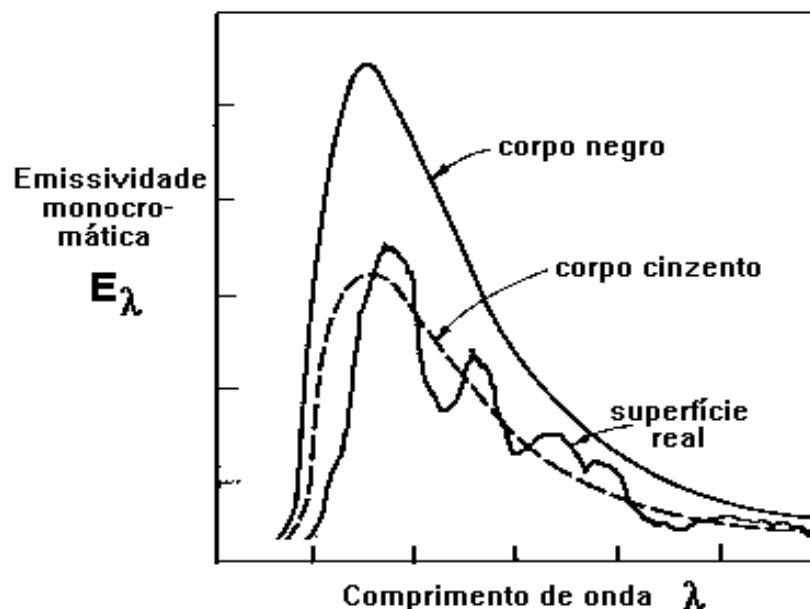
A intensidade de radiação térmica é comandada pela temperatura da superfície emissora. A faixa de comprimentos de onda englobados pela radiação térmica fica aproximadamente entre 0,1 e 100 m ( 1 m = 10<sup>-6</sup> m). Essa faixa é subdividida em ultravioleta, visível e infravermelho. O sol, com temperatura de superfície da ordem de 6000 K, emite a maior parte de sua energia abaixo de 3 m, enquanto que um filamento de lâmpada, a 1000 °C, emite mais de 90 % de sua radiação entre 1 m e 10 m.

Todo material com temperatura acima do zero absoluto emite continuamente radiações térmicas. Poder de emissão (E) é a energia radiante total emitida por um corpo, por unidade de tempo e por unidade de área ( Kcal/h.m<sup>2</sup> - sistema métrico ).

## 5.1. CORPO NEGRO e CORPO CINZENTO

Corpo Negro, ou irradiador ideal, é um corpo que emite e absorve, a qualquer temperatura, a máxima quantidade possível de radiação em qualquer comprimento de onda. O irradiador ideal é um conceito teórico que estabelece um limite superior de radiação de acordo com a segunda lei da termodinâmica. É um conceito teórico padrão com o qual as características de radiação dos outros meios são comparadas.

Corpo Cinzento é o corpo cuja energia emitida ou absorvida é uma fração da energia emitida ou absorvida por um corpo negro. As características de radiação dos corpos cinzentos se aproximam das características dos corpos reais, como mostra esquematicamente a figura 5.3.



[ figura 5.3 ]

Emissividade é a relação entre o poder de emissão de um corpo real e o poder de emissão de um corpo negro.

$$\mathcal{M}_\xi = \frac{E_c}{E_n}$$

( eq. 5.1 )

onde,  $E_c$  = poder de emissão de um corpo cinzento

$E_n$  = poder de emissão de um corpo negro

Para os corpos cinzentos a emissividade ( e ) é, obviamente, sempre menor que 1. Pertencem à categoria de corpos cinzentos a maior parte dos materiais de utilização industrial, para os quais

em um pequeno intervalo de temperatura pode-se admitir  $\epsilon = \text{constante}$  e tabelado em função da natureza do corpo. Para os metais, em virtude de suas características atômicas, isto não ocorre. Entretanto, para pequenos intervalos de temperatura, as tabelas fornecem valores constantes de emissividade aplicáveis aos metais.

## 5.2. LEI DE STEFAN-BOLTZMANN

A partir da determinação experimental de Stefan e da dedução matemática de Boltzmann, chegou-se a conclusão que a quantidade total de energia emitida por unidade de área de um corpo negro e na unidade de tempo, ou seja, o seu poder de emissão ( $E_n$ ), é proporcional a quarta potência da temperatura absoluta

$$E_n = \sigma \cdot T^4 \quad (\text{eq. 5.2})$$

onde,  $\sigma = 4,88 \times 10^{-8} \text{ Kcal/h.m}^2 \cdot \text{K}^4$  (constante de Stefan-Boltzmann)

$T =$  temperatura absoluta ( em graus Kelvin )

Nos outros sistemas de unidades a constante de Stefan-Boltzmann fica assim :

Sist. Inglês  $\rightarrow \sigma = 0,173 \times 10^{-8} \text{ Btu/h.ft}^2 \cdot \text{R}^4$ ;

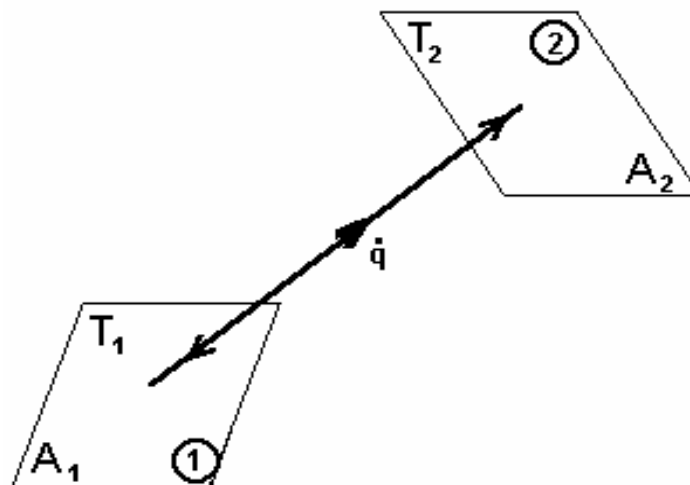
Sist. Internacional  $\rightarrow \sigma = 5,6697 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{K}^4$

## 5.3. FATOR FORMA

Um problema-chave no cálculo da transferência de calor por radiação entre superfícies consiste em determinar a fração da radiação total difusa que deixa uma superfície e é interceptada por outra e vice-versa.

A fração da radiação distribuída difusamente que deixa a superfície  $A_i$  e alcança a superfície  $A_j$  é denominada de **fator forma para radiação**  $F_{ij}$ . O primeiro índice indica a superfície que emite e o segundo a que recebe radiação.

Consideremos duas superfícies negras de áreas  $A_1$  e  $A_2$ , separadas no espaço ( figura 5.4 ) e em diferentes temperaturas ( $T_1 > T_2$ ) :



[ figura 5.4 ]

Em relação às superfícies  $A_1$  e  $A_2$  temos os seguintes fatores forma :

$F_{12}$  = fração da energia que deixa a superfície (1) e atinge (2)

$F_{21}$  = fração da energia que deixa a superfície (2) e atinge (1)

A energia radiante que deixa A<sub>1</sub> e alcança A<sub>2</sub> é :

$$\dot{q}_{1 \rightarrow 2} = E_{n1} \cdot A_1 \cdot F_{12} \quad \left[ \frac{\text{Kcal}}{\text{h.m}^2} \cdot \text{m}^2 \cdot (-) = \frac{\text{Kcal}}{\text{h}} \right] \quad (\text{eq. 5.3})$$

A energia radiante que deixa A<sub>2</sub> e alcança A<sub>1</sub> é :

$$\dot{q}_{2 \rightarrow 1} = E_{n2} \cdot A_2 \cdot F_{21} \quad \left[ \frac{\text{Kcal}}{\text{h.m}^2} \cdot \text{m}^2 \cdot (-) = \frac{\text{Kcal}}{\text{h}} \right] \quad (\text{eq. 5.4})$$

A troca líquida de energia entre as duas superfícies será :

$$\dot{q} = \dot{q}_{12} - \dot{q}_{21} = E_{n1} \cdot A_1 \cdot F_{12} - E_{n2} \cdot A_2 \cdot F_{21} \quad (\text{eq. 5.5})$$

Consideremos agora a situação em que as duas superfícies estão na mesma temperatura. Neste caso, o poder de emissão das duas superfícies negras é o mesmo ( E<sub>n1</sub>=E<sub>n2</sub> ) e não pode haver troca líquida de energia ( q̇=0 ). Então a equação 5.5 fica assim :

$$0 = E_{n1} \cdot A_1 \cdot F_{12} - E_{n2} \cdot A_2 \cdot F_{21}$$

Como E<sub>n1</sub>=E<sub>n2</sub>, obtemos :

$$A_1 \cdot F_{12} = A_2 \cdot F_{21} \quad (\text{eq. 5.6})$$

Como tanto a área e o fator forma não dependem da temperatura, a relação dada pela equação 5.6 é válida para qualquer temperatura. Substituindo a equação 5.6 na equação 5.5, obtemos :

$$\begin{aligned} \dot{q} &= E_{n1} \cdot A_1 \cdot F_{12} - E_{n2} \cdot A_1 \cdot F_{12} \\ \dot{q} &= A_1 \cdot F_{12} \cdot (E_{n1} - E_{n2}) \end{aligned}$$

Pela lei de Stefan-Boltzmann, temos que :

$$E_{n1} = \sigma \cdot T_1^4 \quad \text{e} \quad E_{n2} = \sigma \cdot T_2^4, \quad \text{portanto :}$$

$$\dot{q} = A_1 \cdot F_{12} \cdot (\sigma \cdot T_1^4 - \sigma \cdot T_2^4)$$

Obtemos assim a expressão para o fluxo de calor transferido por radiação entre duas superfícies a diferentes temperaturas :

$$\boxed{\dot{q} = \sigma \cdot A_1 \cdot F_{12} \cdot (T_1^4 - T_2^4)} \quad (\text{eq. 5.7})$$

O Fator Forma depende da geometria relativa dos corpos e de suas emissividades (ε). Nos livros e manuais, encontramos para diversos casos, tabelas e ábacos para o cálculo do fator forma para cada situação (placas paralelas, discos paralelos, retângulos perpendiculares, quadrados, círculos, etc). Exemplos de Fator Forma para algumas configurações geométricas são mostrados a seguir :

- Superfícies negras paralelas e de grandes dimensões :

$$F_{12} = 1 \quad (\text{eq. 5.8})$$

- Superfícies cinzentas grandes e paralelas

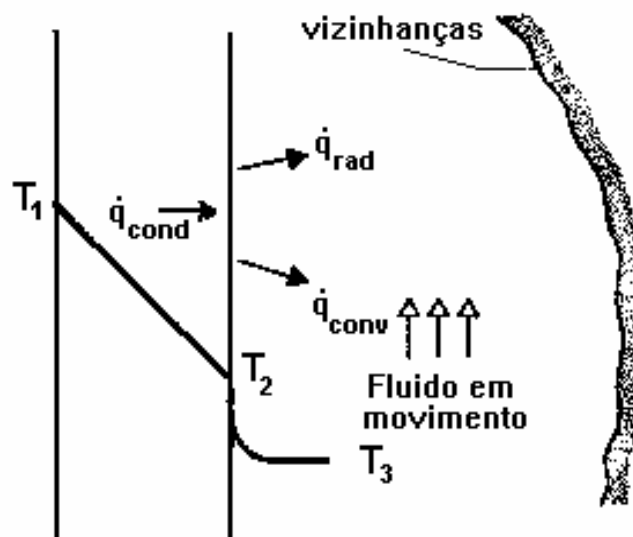
$$F_{12} = \frac{1}{\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} - 1} \quad (\text{eq. 5.9})$$

- Superfície cinzenta (1) muito menor que superfície cinzenta (2)

$$F_{12} = m_1 \quad (\text{eq. 5.10})$$

### 5.5. EFEITO COMBINADO CONDUÇÃO - CONVECÇÃO - RADIAÇÃO

Suponhamos, como exemplo, uma parede plana qualquer submetida à uma diferença de temperatura. Na face interna a temperatura é  $T_1$  e na face externa tem-se uma temperatura  $T_2$  maior que a temperatura do ar ambiente  $T_3$ , como mostra a figura 5.5. Neste caso, através da parede ocorre uma transferência de calor por condução até a superfície externa. A superfície transfere calor por convecção para o ambiente. Porém existe também uma parcela de transferência de calor por radiação da superfície para as vizinhanças. Portanto, a transferência global é a soma das duas parcelas :

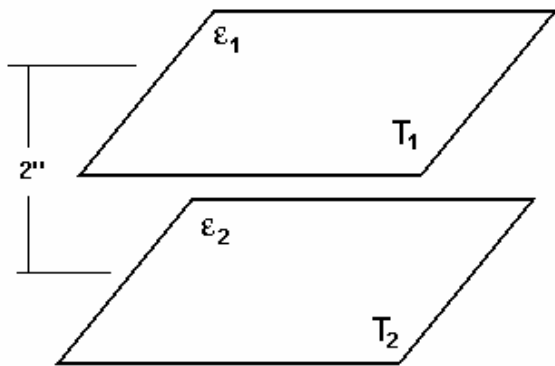


[ figura 5.5 ]

$$\dot{q}_{cond} = \dot{q}_{conv} + \dot{q}_{rad}$$

( eq. 5.11 )

**Exercício 5.1.** Duas placas grandes de metal, separadas de 2" uma da outra, são aquecidas a 300°C e 100°C, respectivamente. As emissividades são 0,95 e 0,3 respectivamente. Calcular a taxas de transferência de calor por radiação através do par de placas.



distância entre placas = 2''

$$T_1 = 300 \text{ } ^\circ\text{C} = 573 \text{ K}$$

$$T_2 = 100 \text{ } ^\circ\text{C} = 373 \text{ K}$$

$$m_l = 0,95 \quad m_g = 0,3$$

Para o cálculo do fator forma utilizaremos a equação 5.9 ( 2 superfícies cinzentas grandes e paralelas ) :

$$F_{12} = \frac{1}{\frac{1}{m_l} + \frac{1}{m_g} - 1} = \frac{1}{\frac{1}{0,95} + \frac{1}{0,3} - 1} = 0,3$$

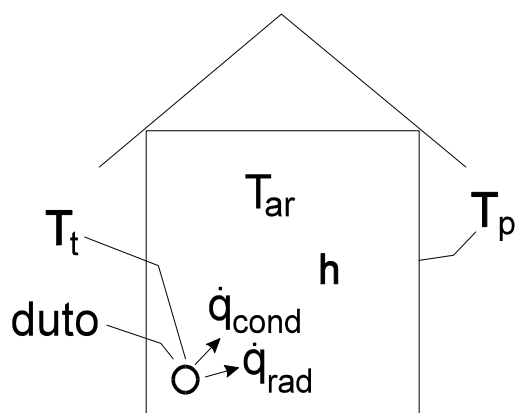
Como  $T_1$  é maior que  $T_2$ , existe um fluxo de calor líquido de (1) para (2). Para uma área unitária, temos :

$$\dot{q} = \sigma \cdot A_1 \cdot F_{12} \cdot (T_1^4 - T_2^4) = 4,88 \times 10^{-8} \times 1 \times 0,3 \times [(573)^4 - (373)^4]$$

$$\dot{q} = 1295 \text{ Kcal/h (por } m^2 \text{)}$$

**Exercício 5.2.** Um duto de ar quente, com diâmetro externo de 22 cm e temperatura superficial de 93 °C, está localizado num grande compartimento cujas paredes estão a 21°C. O ar no compartimento está a 27°C e o coeficiente de película é 5 kcal/h.m<sup>2</sup>.°C. Determinar a quantidade de calor transferida por unidade de tempo, por metro de tubo, se :

- o duto é de estanho (  $\varepsilon = 0,1$  )
- o duto é pintado com laca branca (  $\varepsilon = 0,9$  )



$$T_t = 93 \text{ } ^\circ\text{C} = 366 \text{ K}$$

$$T_{ar} = 27 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$T_p = 21 \text{ } ^\circ\text{C} = 294 \text{ K}$$

$$h = 5 \text{ Kcal/h.m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$\varnothing = 22 \text{ cm} = 0,22 \text{ m} \Rightarrow r = 0,11 \text{ m}$$

a) Para um comprimento unitário do duto de estanho ( sem pintura ), temos :

$$L = 1 \text{ m} \quad m_l = 0,1$$

Como o tubo atravessa um grande compartimento, ou seja, a superfície do tubo é muito menor que a superfície do compartimento, o fator forma é calculado através da equação 5.10, assim :

$$F_{12} = \varepsilon_1 = 0,1 \text{ (superf.1 } \lll \text{ superf.2)}$$

O fluxo de calor é composto de duas parcelas :

$$\dot{q} = \dot{q}_{rad} + \dot{q}_{cond}$$

$$\dot{q}_{cond} = h.A.(T_t - T_{ar}) = h.(2.\pi.r.L).(T_t - T_{ar}) = 5 \times (2 \times \pi \times 0,11 \times 1) \times [93 - 27] = 228,1 \text{Kcal/h}(p/m)$$

$$\dot{q}_{rad} = \sigma.A.F_{12}(T_t^4 - T_{ar}^4) = \sigma.(2.\pi.r.L).\varepsilon.(T_t^4 - T_{ar}^4) = 4,88 \times 10^{-8} \times 0,1 \times (2 \times \pi \times 0,11 \times 1) \times [(366)^4 - (294)^4] = 35 \text{Kcal/h}(p/m)$$

$$\dot{q} = 228,1 + 35 = 263,1 \text{Kcal/h}(p/m)$$

b) Quando o tubo é pintado com laca branca (  $\varepsilon = 0,9$  ) apenas a transferência de calor por radiação é afetada :

$$F_{12} = \varepsilon_1 = 0,9 \text{ (superf.1} \lll \text{ superf.2)}$$

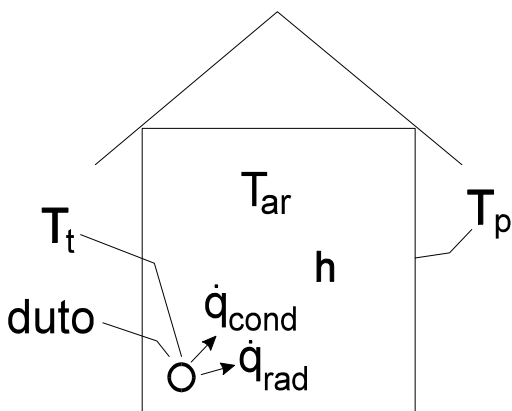
$$\dot{q} = \dot{q}'_{rad} + \dot{q}_{cond}$$

$$\dot{q}_{rad} = \sigma.A.F_{12}(T_t^4 - T_{ar}^4) = \sigma.(2.\pi.r.L).\varepsilon'.(T_t^4 - T_{ar}^4) = 4,88 \times 10^{-8} \times (2 \times \pi \times 0,11 \times 1) \times 0,9 \times [(366)^4 - (294)^4] = 315 \text{Kcal/h}(p/m)$$

$$\dot{q} = 228,1 + 315 = 543,1 \text{Kcal/h}(p/m)$$

**Exercício 5.3.** Em uma indústria, vapor d'água saturado a 44 Kg/cm<sup>2</sup> e 255 °C escoa por um tubo de parede fina de diâmetro externo igual a 20 cm. A tubulação atravessa um amplo recinto de 10m de comprimento e cujas paredes estão à mesma temperatura de 25°C do ambiente (  $h_{ar} = 5 \text{ kcal/h.m}^2.\text{°C}$  ). Deseja-se pintar a superfície externa do tubo de maneira que ao sair do recinto, o vapor no interior do tubo se encontre com apenas 5% de sua massa não condensada. No almoxarifado da indústria dispõe-se de 3 tintas cujas emissividade são : tinta A -  $\varepsilon_a = 1$ ; tinta B -  $\varepsilon_b = 0,86$  e tinta C -  $\varepsilon_c = 0,65$ . Sabendo que o calor latente de vaporização nestas condições é 404 Kcal/Kg, determinar :

- a tinta com a qual devemos pintar o tubo, sabendo-se que a vazão de vapor é 55,2 kg/h
- a energia radiante por unidade de comprimento após a pintura
- a vazão de vapor se utilizarmos a tinta A



$$\text{tubo} \rightarrow L = 10\text{m} \quad r = \frac{\varnothing}{2} = 10\text{cm} = 0,1\text{m}$$

$$T_t = 255 \text{°C} \quad T_{ar} = T_p = 25 \text{°C}$$

$$h_{ar} = 5 \text{Kcal/h.m}^2.\text{°C}$$

$$\Delta H_v = 404 \text{Kcal/Kg}$$

a) Como o tubo atravessa um grande recinto, temos :

$$F_{12} = \varepsilon_1 \text{ (superf.1} \lll \text{ superf.2)}$$

A área superficial do tubo dentro do recinto é :

$$A = 2.\pi.r.L = 2 \times \pi \times 0,1 \times 10 = 6,28\text{m}^2$$

Considerando que 5% da massa permanece como vapor, a quantidade de calor liberada na condensação, na unidade de tempo, é o produto da vazão mássica de vapor condensado pelo calor latente de vaporização :

$$\dot{q} = [\dot{m}.0,95]\Delta H_v = [55,2(Kg/h) \times 0,95] \times 404(Kcal/Kg) = 21186Kcal/h$$

Este fluxo de calor é transferido para o ambiente por convecção e radiação :

$$\dot{q} = \dot{q}_{rad} + \dot{q}_{cond}$$

$$\dot{q} = \sigma.A.F_{12}(T_t^4 - T_{ar}^4) + h.A.(T_t - T_{ar})$$

$$21186 = 4.88 \times 10^{-8} \times 6,28 \times \varepsilon \times [(255 + 273)^4 + (25 + 273)^4] + 5 \times 6,28 \times (255 - 25)$$

Resolvendo a equação acima obtemos o valor da emissividade necessária para o tubo, e podemos comparar com as tintas existentes no almoxarifado :

$$\boxed{\varepsilon = 0,65 \Rightarrow \text{Usar a Tinta C}}$$

b) A parcela emitida por radiação por unidade de comprimento do tubo ( L= 1 m ) é :

$$\dot{q}_{rad}^{unit} = \sigma.A_{unit}.\varepsilon.(T_t^4 - T_{ar}^4) = 4,88 \times 10^{-8} \times (2 \times \pi \times 0,1 \times 1) \times 0,65 \times (528^4 - 298^4)$$

$$\boxed{\dot{q}_{rad}^{unit} = 1392Kcal/h (p/m)}$$

c) Utilizando uma tinta de maior emissividade ( e = 1 ), elevando a transferência por radiação, a vazão mássica de vapor de ser elevada para se manter a mesma percentagem de condensação :

$$\dot{q} = \dot{q}'_{rad} + \dot{q}_{cond}$$

$$[\dot{m}'.0,95]\Delta H_v = \sigma.A.\varepsilon'.(T_t^4 - T_{ar}^4) + h.A.(T_t - T_{ar})$$

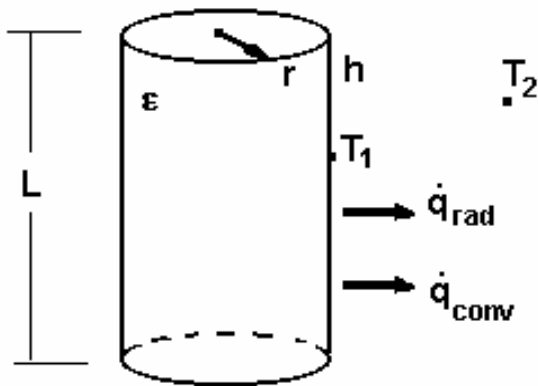
$$[\dot{m}' \times 0,95] \times 404 = 4.88 \times 10^{-8} \times 6,28 \times 1 \times [(528)^4 + (298)^4] + 5 \times 6,28 \times (255 - 25)$$

$$\boxed{\dot{m}' = 74,6 Kg/h}$$

**Exercício 5.4.** Um reator em uma indústria trabalha a 600 °C em um local onde a temperatura ambiente é 27 °C e o coeficiente de película externo é 40 Kcal/h.m<sup>2</sup>.°C. O reator foi construído de aço inox ( ε = 0,06 ) com 2 m de diâmetro e 3 m de altura. Tendo em vista o alto fluxo de calor, deseja-se aplicar uma camada de isolante (k= 0,05 kcal/h m°C e ε = 0,65 ) para reduzir a transferência de calor a 10 % da atual. Desconsiderando as resistências térmicas que não podem ser calculadas, pede-se :

- O fluxo de calor antes da aplicação do isolamento;
- A parcela transferida por convecção após o isolamento;
- A espessura do isolante a ser usada nas novas condições sabendo-se que a temperatura externa do isolamento deve ser 62 °C.

Desprezando as resistências térmicas de convecção interna e condução na parede de aço do reator, a temperatura da base das aletas pode ser considerada a mesma do fluido.



$$T_1 = 600^\circ\text{C} \quad T_2 = 27^\circ\text{C}$$

$$\varepsilon = 0,06(\text{inox}) \quad h = 40 \text{ Kcal/h.m}^2.\text{ }^\circ\text{C}$$

$$L = 3\text{m} \quad \varnothing = 2\text{m} \Rightarrow r = 1\text{m}$$

a) Cálculo da área de transferência de calor :

$$A = 2.\pi.r.L + 2.(\pi.r^2) = 2 \times \pi \times 1 \times 3 + 2 \times (\pi \times 1^2) = 25,14\text{m}^2.$$

O fluxo de calor total é a soma das parcelas transferidas por convecção e por radiação. A parcela por convecção é :

$$\dot{q}_{conv} = h.A.(T_1 - T_2) = 40 \times 25,14 \times (600 - 27) = 576208,80 \text{ Kcal/h}$$

A parcela transferida por radiação, considerando a superfície do reator bem menor que o ambiente, é :

$$\dot{q}_{rad} = \sigma.A_1.F_{12}.(T_1^4 - T_2^4), \text{ onde } F_{12} = \varepsilon(\text{superf.1} \lll \text{superf.2})$$

$$\dot{q}_{rad} = \sigma.A_1.\varepsilon.(T_1^4 - T_2^4) = 4,88 \times 10^{-8} \times 25,14 \times 0,06 \times [(600 + 273)^4 - (27 + 273)^4]$$

$$\dot{q}_{rad} = 42159,39 \text{ Kcal/h}$$

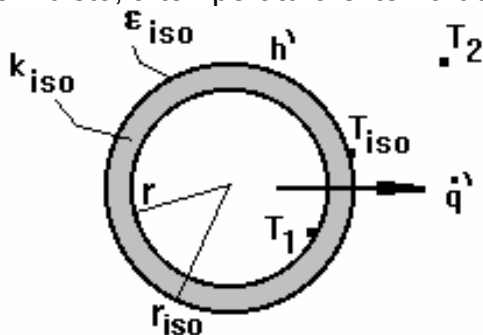
Portanto,  $\dot{q} = \dot{q}_{conv} + \dot{q}_{rad} = 576208,80 + 42159,39$

$$\dot{q} = 618368,19 \text{ Kcal/h}$$

b) O isolamento deve reduzir a transferência de calor a 10% da atual :

$$\dot{q}' = 0,1 \times \dot{q} = 0,1 \times 618368,19 = 61836,82 \text{ Kcal/h}$$

Além disto, a temperatura externa do isolamento deve ser 62 °C, então :



$$T_1 = 600^\circ\text{C}$$

$$T_{iso} = 62^\circ\text{C}$$

$$k_{iso} = 0,05 \text{ Kcal/h.m}^2.\text{ }^\circ\text{C}$$

$$\dot{q}' = 61813,92 \text{ Kcal/h}$$

$$\varepsilon_{iso} = 0,65$$

O novo fluxo de calor continua sendo composto das parcelas de convecção e radiação :

$$\dot{q}' = \dot{q}'_{conv} + \dot{q}'_{rad}$$

A parcela transferida por radiação foi alterada devido à emissividade do isolante ser diferente da emissividade do inox e também devido à nova temperatura externa do isolamento. Desprezando a variação da área externa devido ao acréscimo da espessura isolante, temos :



$$\dot{q}_{rad} = \sigma \cdot A_1 \cdot \varepsilon \cdot (T_1^4 - T_2^4) = 4,88 \times 10^{-8} \times 25,14 \times 0,75 \times [(62 + 273)^4 - (27 + 273)^4]$$

$$\dot{q}_{rad} = 4135,4 \text{ Kcal/h}$$

A parcela que pode ser transferida por convecção, devido à restrição dos 10% de redução do fluxo de calor, é obtida por diferença e permite o cálculo da espessura do isolante :

$$\dot{q}'_{conv} = \dot{q}' + \dot{q}'_{rad} = 61836,82 - 4135,4 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\dot{q}' = 57701,4 \text{ Kcal/h}}$$

c) Devido à limitação de temperatura externa, a resistência térmica do isolamento pode ser obtida assim :

$$\dot{q}' = \frac{(T_1 - T_{iso})}{R_{iso}} \Rightarrow R_{iso} = \frac{(T_1 - T_{iso})}{\dot{q}'} = \frac{(600 - 62)}{61836,82} = 0,0087 \text{ h}^\circ\text{C/Kcal}$$

Como se trata de uma resistência térmica de parede cilíndrica, temos :

$$R_{iso} = \frac{\ln\left(\frac{r_{iso}}{r}\right)}{k_{iso} \cdot 2 \cdot \pi \cdot L} = \frac{\ln r_{iso} - \ln 1}{0,05 \times 2 \times \pi \times 3} = 1,06 \times \ln r_{iso}$$

$$0,0087 = 1,06 \times \ln r_{iso} \quad \Rightarrow \quad \ln r_{iso} = 0,00821$$

$$r_{iso} = e^{0,00821} = 1,0082 \quad \Rightarrow \quad e = r_{iso} - r = 1,0082 - 1,0 = 0,0082 \text{ m}$$

$$\boxed{e = 8,2 \text{ mm}}$$

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS :

**Exercício 5.5.** Duas superfícies planas negras e de grandes dimensões são mantidas a 200 °C e 300 °C. Determine :

- Determine o fluxo líquido de calor entre as placas, por unidade de área;
- Repita para o caso em as temperaturas de ambas placas são reduzidas em 100 °C e calcule a percentagem de redução da transferência de calor.

**Exercício 5.6.** Repetir o exercício 5.5 ( itens a e b) considerando que as superfícies são cinzentas com emissividades 0,73 e 0,22, respectivamente.

**Exercício 5.7.** Os gases quentes do interior de uma fornalha são separados do ar ambiente a 25 °C (  $h = 17,2 \text{ Kcal/h.m}^\circ\text{C}$  ) por uma parede de tijolos de 15 cm de espessura. Os tijolos tem uma condutividade térmica de 1,0 kcal/h.m.°C e uma emissividade de 0,8 . No regime permanente mediu-se a temperatura da superfície externa da parede da fornalha como sendo 100 °C. Considerando que a fornalha está em um grande compartimento cuja temperatura da superfície interna é igual a temperatura ambiente, qual é a temperatura da superfície interna da parede da fornalha ?

**Exercício 5.8.** Um reator de uma indústria trabalha à temperatura de 600 °C. Foi construído de aço inoxidável (  $e = 0,06$  ) com 2,0 m de diâmetro e 3,0 m de comprimento. Tendo em vista o alto fluxo de calor, deseja-se isola-lo com uma camada de lã de rocha (  $k = 0,05 \text{ Kcal/h.m}^\circ\text{C}$  e  $e = 0,75$  ) para reduzir a transferência de calor a 10% da atual. Calcular :

- o fluxo de calor ( radiação e convecção ) antes do isolamento;
- a espessura de isolante a ser usada nas novas condições, sabendo que a temperatura externa do isolamento deve ser igual a 62 °C.

**Exercício 5.9.** Um amplo recinto de 34 ft de comprimento é atravessado por uma tubulação de ferro fundido oxidado ( $\varepsilon = 0,71$ ) de 9,5" de diâmetro externo. Considerando que a temperatura superficial do tubo é 680 °C e a temperatura das paredes do recinto é 80 °C. Determinar :

- a perda de energia radiante para o recinto;
- a redução da perda quando se utiliza um tubo de alumínio oxidado ( $\varepsilon = 0,08$ ).

## 6. ALETAS

### 6.1. DEFINIÇÃO

Para um melhor entendimento do papel desempenhado pelas aletas na transferência de calor consideremos um exemplo prático. Quando se quer resfriar ou aquecer um fluido, o modo mais freqüente é fazê-lo trocar calor com outro fluido, separados ambos por uma parede sólida de resistência baixa (metal de pequena espessura). Então, como exemplo, analisemos a transferência calor entre dois fluidos separados por uma parede cilíndrica. O fluxo de calor entre eles pode ser calculado assim :

$$\dot{q} = \frac{T_i - T_e}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{T_i - T_e}{\frac{1}{h_i \cdot A_i} + \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{k \cdot 2\pi \cdot L} + \frac{1}{h_e \cdot A_e}} \quad (\text{eq. 6.1})$$

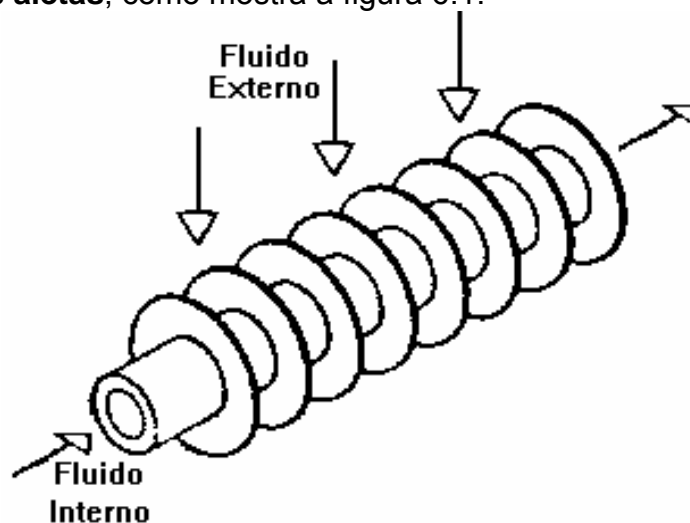
Analisemos os meios de elevar a transferência de calor através da redução das resistências térmicas

$$R_1 = \frac{1}{h_i \cdot A_i} \left\{ \begin{array}{l} \text{aumentar } A_i \rightarrow \text{necessário mudança de dimensões} \\ \text{aumentar } h_i \rightarrow \text{necessário aumento de velocidade de escoamento} \end{array} \right.$$

$$R_2 = \frac{\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)}{k \cdot 2\pi \cdot L} \left\{ \begin{array}{l} \text{reduzir } \left(\frac{r_1}{r_2}\right) \rightarrow \text{necessário reduzir a espessura da parede} \\ \text{aumentar } k \rightarrow \text{necessário troca do material da parede} \end{array} \right.$$

$$R_3 = \frac{1}{h_e \cdot A_e} \left\{ \begin{array}{l} \text{aumentar } h_e \rightarrow \text{necessário aumento de velocidade de escoamento} \\ \text{aumentar } A_e \rightarrow \text{mudança de dimensões ou COLOCAÇÃO DE ALETAS} \end{array} \right.$$

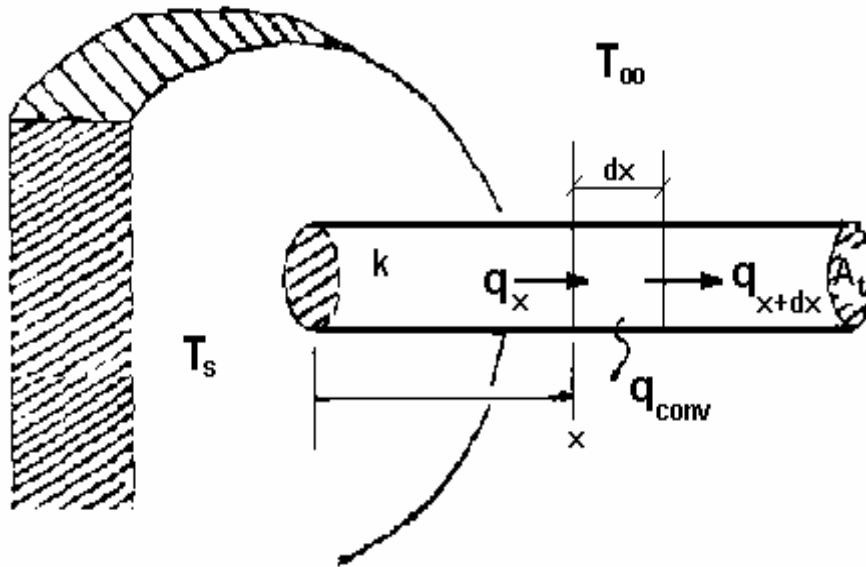
O aumento da superfície externa de troca de calor pode ser feito através de expansões metálicas denominadas **aletas**, como mostra a figura 6.1.



[ figura 6.1 ]

## 6.2. CÁLCULO DO FLUXO DE CALOR EM ALETAS DE SEÇÃO UNIFORME

Considerando uma aleta em formato de uma barra ( pino ) circular, como mostra a figura 6.2, afixada em uma superfície com temperatura  $T_s$  e em contato com um fluido com temperatura  $T_\infty$  é possível derivar uma equação para a distribuição de temperatura, fazendo um balanço de energia em um elemento diferencial da aleta. Sob as condições de regime permanente temos:



[ figura 6.2 ]

$$\left[ \begin{array}{l} \text{fluxo de calor por condução} \\ \text{para dentro do elemento em } x \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{l} \text{fluxo de calor por condução para} \\ \text{para fora do elemento em } x + dx \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{l} \text{fluxo de calor por convecção} \\ \text{da superfície entre } x \text{ e } (x + dx) \end{array} \right]$$

Na forma simbólica esta equação torna-se :

$$\dot{q}_x = \dot{q}_{x+dx} + \dot{q}_{conv}$$

$$-k.A_t \cdot \frac{dT}{dx} = \left[ -k.A_t \cdot \frac{dT}{dx} + \frac{d}{dx} \left( -k.A_t \cdot \frac{dT}{dx} \right) dx \right] + h.(P.dx)(T - T_\infty) \quad (\text{eq. 6.2})$$

Onde P é o perímetro da aleta,  $A_t$  é a área da seção transversal da aleta e  $(P \cdot dx)$  a área entre as seções x e  $(x+dx)$  em contato com o fluido. Se h e k podem ser considerados constantes a equação 6.2 pode ser simplificada para :

$$h.P.dx.(T - T_\infty) = \frac{d}{dx} \left( -k.A_t \cdot \frac{dT}{dx} \right) dx$$

$$h.P.(T - T_\infty) = k.A_t \cdot \frac{d^2T}{dx^2}$$

$$\boxed{\frac{d^2T}{dx^2} = m^2 \cdot (T - T_\infty)} \quad (\text{eq. 6.3})$$

onde ;  $m = \sqrt{\frac{h.P}{k.A_t}}$  , é o coeficiente da aleta ( $m^{-1}$ )

A equação 6.3 é uma equação diferencial linear ordinária de segunda ordem, cuja solução geral é :

$$T - T_{\infty} = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} \quad (\text{eq. 6.4})$$

onde  $C_1$  e  $C_2$  são constantes para serem determinadas através das condições de contorno apropriadas. A primeira das condições de contorno é que a temperatura da base da barra é igual à temperatura da superfície na qual ela está afixada, ou seja :

- em  $x = 0 \rightarrow T = T_s$

De acordo com a segunda condição de contorno, que depende das condições adotadas, teremos três casos básicos :

**Caso (a)** → Barra infinitamente longa

Neste caso, sua temperatura se aproxima da temperatura do fluido quando  $x \rightarrow \infty$ , ou  $T = T_{\infty}$  em  $x \rightarrow \infty$ . Substituindo essa condição na equação 6.4, temos :

$$T - T_{\infty} = 0 = C_1 e^{m \cdot \infty} + C_2 e^{-m \cdot \infty} \quad (\text{eq. 6.5})$$

Como o segundo termo da equação 6.5 é zero, a condição de contorno é satisfeita apenas se  $C_1 = 0$ . Substituindo  $C_1$  por 0, na equação 6.4, temos :

$$C_2 = T_s - T_{\infty}$$

e a distribuição de temperatura torna-se :

$$T - T_{\infty} = (T_s - T_{\infty}) e^{-m \cdot x} \quad (\text{eq. 6.6})$$

Como o calor transferido por condução através da base da aleta deve ser transferido por convecção da superfície para o fluido, temos :

$$\dot{q}_{aleta} = -k \cdot A \cdot \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} \quad (\text{eq. 6.7})$$

Diferenciando a equação 6.6 e substituindo o resultado para  $x=0$  na equação 6.7, obtemos :

$$\dot{q}_{aleta} = -k \cdot A \cdot \left[ -m \cdot (T_s - T_{\infty}) \cdot e^{(-m) \cdot 0} \right]_{x=0} = -k \cdot A \cdot \left[ -\sqrt{\frac{h \cdot P}{k \cdot A}} \cdot (T_s - T_{\infty}) \right]$$

$$\boxed{\dot{q}_{aleta} = \sqrt{h \cdot P \cdot k \cdot A} \cdot (T_s - T_{\infty})} \quad (\text{eq. 6.8})$$

A equação 6.8 fornece uma aproximação razoável do calor transferido, na unidade de tempo, em uma aleta finita, se seu comprimento for muito grande em comparação com a área de sua seção transversal.

**Caso (b)** → Barra de comprimento finito, com perda de calor pela extremidade desprezível

Neste caso, a segunda condição de contorno requererá que o gradiente de temperatura em  $x=L$  seja zero, ou seja,  $dT/dx = 0$  em  $x=L$ . Com estas condições :

$$C_1 = \frac{T_s - T_\infty}{1 + e^{2.m.l}} \quad \text{e} \quad C_2 = \frac{T_s - T_\infty}{1 + e^{-2.m.l}} \quad (\text{eq. 6.9})$$

levando as equações 6.9 na equação 6.4, obtemos :

$$T - T_\infty = (T_s - T_\infty) \left( \frac{e^{m.x}}{1 + e^{2.m.l}} + \frac{e^{-m.x}}{1 + e^{-2.m.l}} \right) \quad (\text{eq. 6.10})$$

Considerando que o coseno hiperbólico é definido como  $\cosh x = (e^x + e^{-x})/2$ , a equação 6.10 pode ser colocada em uma forma adimensional simplificada :

$$\frac{T - T_\infty}{T_s - T_\infty} = \frac{\cosh m(l - x)}{\cosh(m.l)}$$

A transferência de calor pode ser obtida através da equação 6.7, substituindo o gradiente de temperatura na base :

$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} = (T_s - T_\infty).m. \left( \frac{1}{1 + e^{2.m.l}} + \frac{1}{1 + e^{-2.m.l}} \right) = (T_s - T_\infty).m. \left( \frac{e^{m.l} - e^{-m.l}}{e^{m.l} + e^{-m.l}} \right)$$

$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} = (T_s - T_\infty).m.\text{tagh}(m.l) \quad (\text{eq. 6.11})$$

O calor transferido, na unidade de tempo, é então :

$$q_{\text{aleta}} = \sqrt{h.P.k.A.} (T_s - T_\infty).\text{tagh}(m.l) \quad (\text{eq. 6.12})$$

**Caso (c)** → Barra de comprimento finito, com perda de calor por convecção pela extremidade

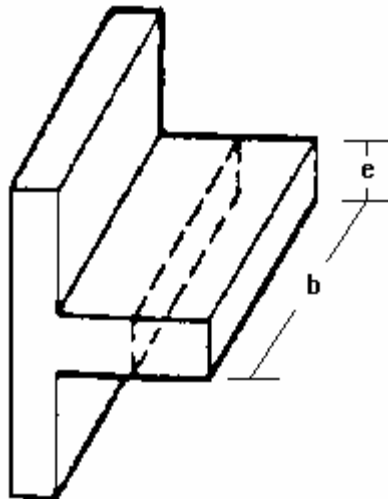
Neste caso, a álgebra envolvida é algo mais complicado, entretanto o princípio é o mesmo e o fluxo de calor transferido é :

$$q_{\text{aleta}} = \sqrt{h.P.k.A.} (T_s - T_\infty) \left( \frac{\sinh(m.l) + (h/m.k).\cosh(m.l)}{\cosh(m.l) + (h/m.k).\sinh(m.l)} \right) \quad (\text{eq. 6.13})$$

### 6.3. TIPOS DE ALETAS

Vários tipos de aletas estão presentes nas mais diversas aplicações industriais. A seguir veremos alguns dos tipos mais encontrados industrialmente.

- Aletas de Seção Retangular



[ figura 6.3 ]

Na figura 6.3 observamos uma aleta de seção retangular assentada longitudinalmente em uma superfície plana. Considerando que a aleta tem espessura **b** e largura **e** ( espessura pequena em relação à largura), o coeficiente da aleta **m** pode ser calculado assim :

$$m = \sqrt{\frac{h \cdot P}{k \cdot A_t}}$$

$$P = 2 \times b + 2 \times e \cong 2 \times b$$

$$A_t = b \times e$$

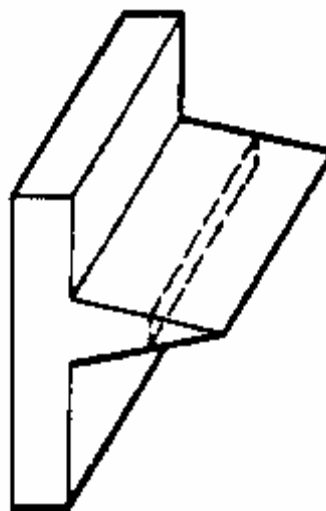
$$m = \sqrt{\frac{h \times 2 \times b}{k \times b \times e}}$$

⇒

$$m = \sqrt{\frac{2 \times h}{k \times e}}$$

( eq. 6.14 )

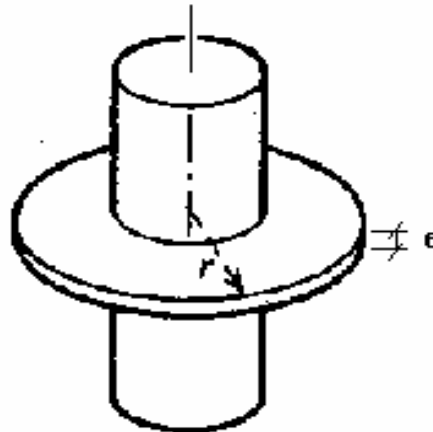
- Aletas de Seção Não-Retangular



[ figura 6.4 ]

Neste caso, temos uma aleta de seção triangular mostrada na figura 6.4. Aletas de seção parabólica, trapezoidal, etc, também são comuns. O cálculo do coeficiente **m** pode ser feito de modo similar ao caso anterior, considerando uma área transversal média.

- Aletas Curvas



[ figura 6.5 ]

As aletas colocadas sobre superfícies curvas podem ter colocação radial ( transversal ) como na figura 6.5 ou axial ( longitudinal ), assentando aletas do tipo retangular mostrado na figura 6.3. O assentamento radial ou axial de aletas sobre superfícies cilíndricas depende da direção do escoamento do fluido externo, pois a aletas devem prejudicar o mínimo possível o coeficiente de película, ou seja, não podem provocar estagnação do fluido. O cálculo do coeficiente **m** para a aleta da figura 6.5 é feito da seguinte forma :

$$m = \sqrt{\frac{h \cdot P}{k \cdot A_f}}$$

$$P = 2 \times (2 \times \pi \times r) + 2 \times e \cong 4 \times \pi \times r$$

$$A_f = 2 \times \pi \times r \times e$$

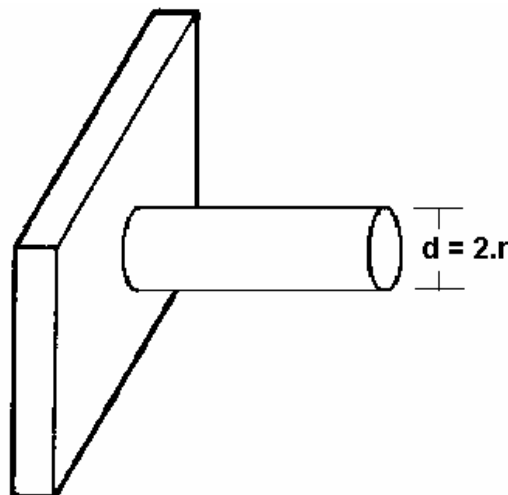
$$m = \sqrt{\frac{h \times 4 \times \pi \times r}{k \times 2 \times \pi \times r \times e}}$$

⇒

$$m = \sqrt{\frac{2 \times h}{k \times e}}$$

( eq. 6.15 )

- Aletas Pino



[ figura 6.6 ]

Em certas aplicações aletas tipo pino são necessárias para não prejudicar demasiadamente o coeficiente de película. A figura 6.6 mostra uma aleta pino de seção circular. Neste caso o cálculo do coeficiente **m** é feito assim :



$$m = \sqrt{\frac{h \cdot P}{k \cdot A_t}}$$

$$P = 2 \times \square \times r$$

$$A_t = \square \times r^2$$

$$m = \sqrt{\frac{h \times 2 \times \square \times r}{k \times \square \times r^2}}$$

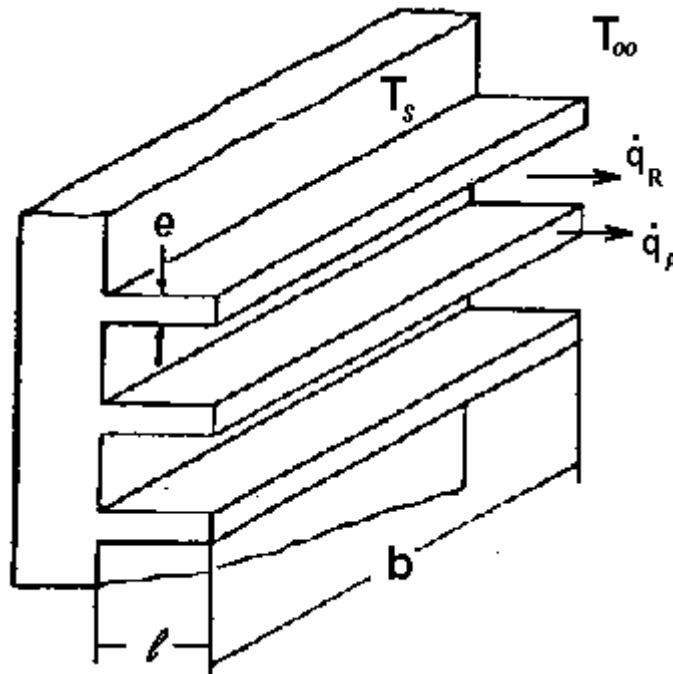
⇒

$$m = \sqrt{\frac{2 \times h}{k \times r}}$$

( eq. 6.16 )

#### 6.4. EFICIÊNCIA DE UMA ALETA

Consideremos uma superfície base sobre a qual estão fixadas aletas de seção transversal uniforme, como mostra a figura 6.7. As aletas tem espessura  $e$ , altura  $l$  e largura  $b$ . A superfície base está na temperatura  $T_s$  maior que a temperatura ambiente  $T_\infty$ .



[ figura 6.7 ]

O fluxo de calor total transferido através da superfície com as aletas é igual ao fluxo transferido pela área exposta das aletas ( $A_A$ ) mais o fluxo transferido pela área exposta da superfície base ( $A_R$ ):

$$\dot{q} = \dot{q}_R + \dot{q}_A, \text{ onde } \begin{cases} \dot{q}_R = h \cdot A_R \cdot (T_s - T_\infty) \\ \dot{q}_A = h \cdot A_A \cdot (T_? - T_\infty) \end{cases} \quad (\text{ eq. 6.17 })$$

A diferença de temperatura para a área das aletas ( $T_? - T_\infty$ ) é desconhecida. A temperatura  $T_s$  é da base da aleta, pois à medida que a aleta perde calor, a sua temperatura diminui, ou seja,  $A_A$  não trabalha com o mesmo potencial térmico em relação ao fluido.

Por este motivo  $\dot{q}_A$ , calculado com o potencial ( $T_s - T_\infty$ ), deve ser corrigido, multiplicando este valor pela eficiência da aleta ( $\eta$ ). A eficiência da aleta pode ser definida assim :

$$\eta = \frac{\text{calor realmente trocado pela aleta}}{\text{calor que seria trocado se } A_A \text{ estivesse na temperatura } T_s}$$

Portanto,

$$\eta = \frac{\dot{q}_A}{h.A_A.(T_s - T_\infty)} \quad (\text{eq. 6.18})$$

Da equação 6.18 obtemos o fluxo de calor trocado pela área das aletas :

$$\dot{q}_A = h.A_A.(T_s - T_\infty).\eta \quad (\text{eq. 6.19})$$

O fluxo de calor em uma aleta cuja troca de calor pela extremidade é desprezível é obtido através da equação 6.12, obtida anteriormente :

$$\dot{q}_A = \sqrt{h.P.k.A_t}.(T_s - T_\infty).\text{tagh}(m.l)$$

É óbvio que desprezar a transferência de calor pela extremidade da aleta é simplificação para as aletas de uso industrial. Entretanto, como as aletas tem espessura pequena, a área de troca de calor na extremidade é pequena; além disto, a diferença de temperatura entre a aleta e o fluido é menor na extremidade. Portanto, na maioria dos casos, devido à pequena área de troca de calor e ao menor potencial térmico, a transferência de calor pela extremidade da aleta pode ser desprezada

Igualando as duas equações para o fluxo de calor ( eq. 6.19 e eq. 6.12 ), temos :

$$h.A_A.(T_s - T_\infty).\eta = \sqrt{h.P.k.A_t}.(T_s - T_\infty).\text{tagh}(m.l)$$

Isolando a eficiência da aleta, obtemos :

$$\eta = \frac{\sqrt{h.P.k.A_t}.\text{tagh}(m.l)}{h.A_A} \quad (\text{eq. 6.20})$$

A área de troca de calor da aleta pode ser aproximada para :

$$A_A = P.l \quad (\text{eq. 6.21})$$

Substituindo a equação 6.21 na equação 6.3, obtemos :

$$\eta = \frac{h^{1/2}.P^{1/2}.\sqrt{k.A_t}.\text{tagh}(m.l)}{h.(P.l)} = \frac{\sqrt{k.A_t}.\text{tagh}(m.l)}{\sqrt{h.P}.l} = \frac{\text{tagh}(m.l)}{\frac{\sqrt{h.P}}{\sqrt{k.A_t}}.l} \quad (\text{eq. 6.22})$$

O coeficiente da aleta ( **m** ) pode ser introduzido na eq. 6.22 para dar a expressão final da eficiência da aleta :

$$\boxed{\eta = \frac{\text{tagh}(m.l)}{m.l}} \quad (\text{eq. 6.23})$$

onde,  $m = \sqrt{\frac{h.P}{k.A_t}}$  ( coeficiente da aleta )

e  $\text{tagh}(m.L) = \frac{e^{m.L} - e^{-m.L}}{e^{m.L} + e^{-m.L}}$

A equação 6.23 mostra que a eficiência da aleta é uma função do produto "m.l". Observando uma tabela de funções hiperbólicas nota-se que a medida que o produto "m.l" aumenta a eficiência da aleta diminui, pois o numerador aumenta em menor proporção. Portanto, quanto maior o coeficiente da aleta e/ou quanto maior a altura, menor é a eficiência. Em compensação quanto maior a altura, maior é a área de transferência de calor da aleta ( $A_A$ ).

De volta à equação 6.17, o fluxo de calor trocado em uma superfície aletada por ser calculado assim :

$$\dot{q} = \dot{q}_R + \dot{q}_A$$

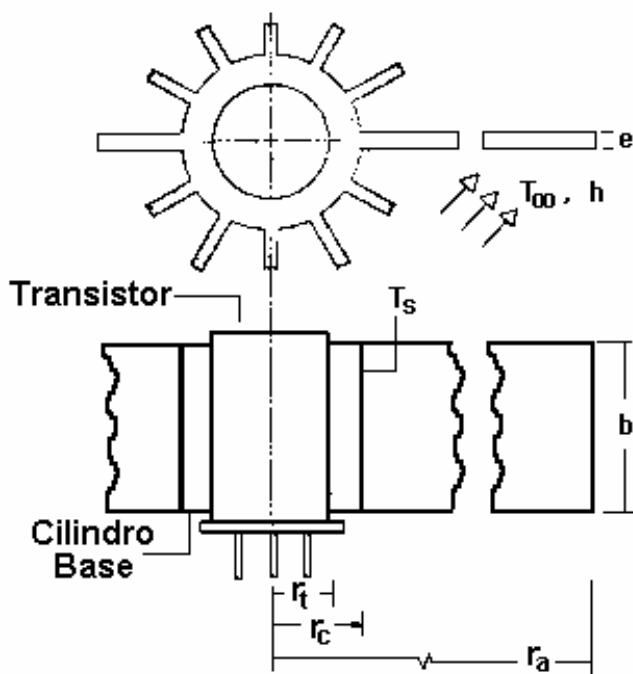
$$\dot{q} = h.A_R.(T_s - T_\infty) + h.A_A.(T_s - T_\infty).\eta$$

Colocando o WT e o coeficiente de película em evidência, obtemos :

$$\dot{q} = h.(A_R + \eta.A_A).(T_s - T_\infty) \quad (\text{eq. 6.24})$$

A eficiência da aletas é obtida a partir da equação 6.23 e as áreas não-aletada ( $A_R$ ) e das aletas ( $A_A$ ) são obtidas através de relações geométricas, como veremos nos exercícios.

**2 Exercício 6.1.** A dissipação de calor em um transistor de formato cilíndrico pode ser melhorada inserindo um cilindro vazado de alumínio ( $k = 200 \text{ W/m.K}$ ) que serve de base para 12 aletas axiais. O transistor tem raio externo de 2 mm e altura de 6 mm, enquanto que as aletas tem altura de 10 mm e espessura de 0,7 mm. O cilindro base, cuja espessura é 1 mm, está perfeitamente ajustado ao transistor e tem resistência térmica desprezível. Sabendo que ar fluindo a  $20^\circ\text{C}$  sobre as superfícies das aletas resulta em um coeficiente de película de  $25 \text{ W/m}^2.\text{K}$ , calcule o fluxo de calor dissipado quando a temperatura do transistor for  $80^\circ\text{C}$ .



- $n = 12$  aletas
- $k_{Al} = 200 \text{ W/m.K}$
- $l = 10 \text{ mm} = 0,01 \text{ m}$
- $r_i = 2 \text{ mm} = 0,002 \text{ m}$
- $e_c = 1 \text{ mm} = 0,001 \text{ m}$
- $r_c = r_i + e_c = 2 + 1 = 3 \text{ mm} = 0,003 \text{ m}$
- $b = 6 \text{ mm} = 0,006 \text{ m}$
- $e = 0,7 \text{ mm} = 0,0007 \text{ m}$
- $T_s = 20^\circ\text{C} \quad T_\infty = 80^\circ\text{C}$
- $h = 25 \text{ W/m}^2.\text{K}$

Cálculo de  $A_R$  :

$$A_s = 2.\pi.r_c.b = 2 \times \pi \times 0,003 \times 0,006 = 1,13 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$A_t = b \cdot e = 0,006 \times 0,0007 = 0,42 \times 10^{-5} m^2$$

$$A_R = A_S - n \cdot A_t = 1,13 \times 10^{-4} - 12 \times 0,42 \times 10^{-5} = 6,26 \times 10^{-5} m^2$$

Cálculo de  $A_A$  ( desprezando as áreas laterais ) :

$$A_A = n \cdot (l \cdot b) \cdot 2 = 12 \times (0,01 \times 0,006) \times 2 = 0,00144 m^2$$

Cálculo da eficiência da aleta :

$$m = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{k \cdot e}} = \sqrt{\frac{2 \times 25}{200 \times 0,0007}} = 18,898 m^{-1}$$

$$m \cdot l = 18,898 \times 0,01 = 0,18898$$

$$tgh(m \cdot l) = tgh(0,18898) = 0,18676$$

$$\eta = \frac{tgh(m \cdot l)}{m \cdot l} = \frac{0,18676}{0,18898} = 0,9883 \quad (98,83\%)$$

Cálculo do fluxo de calor :

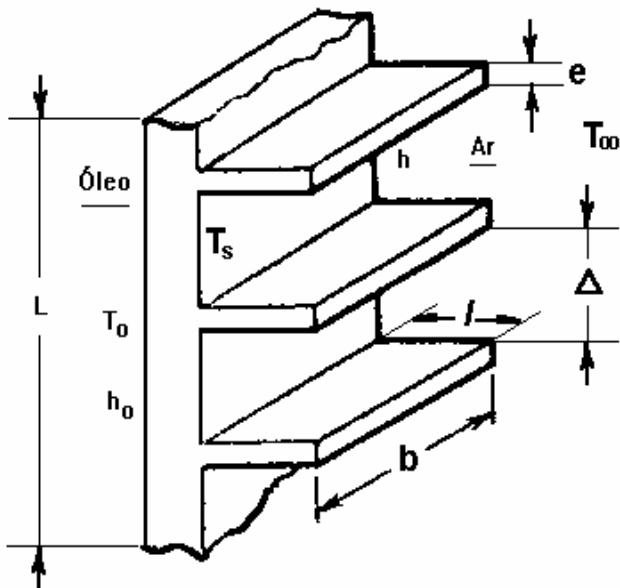
Desprezando as resistências de contato entre o transistor e o cilindro e do próprio cilindro, a temperatura da base das aletas pode ser considerada como 80 °C.

$$\dot{q} = h \cdot (A_R + \eta \cdot A_A) \cdot (T_s - T_\infty) = 25 \times (6,26 \times 10^{-5} + 0,9883 \times 0,00144) \times (80 - 20)$$

$$\boxed{\dot{q} = 2,22 \text{ W}}$$

**2 Exercício 6.2.** Uma placa plana de alumínio (  $k = 175 \text{ Kcal/h.m.}^\circ\text{C}$  ) de resistência térmica desprezível tem aletas retangulares de 1,5 mm de espessura e 12 mm de altura, espaçadas entre si de 12 mm, ocupando toda a largura da placa. O lado com aletas está em contato com ar a 40 °C e coeficiente de película 25  $\text{Kcal/h.m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ . No lado sem aletas escoa óleo a 150 °C e coeficiente de película 225  $\text{Kcal/h.m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ . Calcule por unidade de área da placa :

- Fluxo de calor pela placa aletada desprezando a resistência da película de óleo;
- Idem item anterior levando em conta a resistência a convecção na película de óleo.



$$\text{Placa} \rightarrow 1\text{ m}^2 \Rightarrow L = 1\text{ m} \quad e \quad b = 1\text{ m}$$

$$e = 1,5\text{ mm} = 0,0015\text{ m}$$

$$\Delta = 12\text{ mm} = 0,012\text{ m}$$

$$h_o = 225\text{ Kcal/h.m}^2 \cdot ^\circ\text{C} \quad h = 25\text{ Kcal/h.m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$T_0 = 150\text{ }^\circ\text{C} \quad T_{ar} = 40\text{ }^\circ\text{C}$$

$$k = 175\text{ Kcal/h.m} \cdot ^\circ\text{C}$$

a) Desprezando a resistência da película do óleo (  $T_S = 150\text{ }^\circ\text{C}$  )

Cálculo do número de aletas :

$$L = (e + \Delta) \cdot n \Rightarrow n = \frac{L}{e + \Delta} = \frac{1}{0,0015 + 0,012} \cong 74 \text{ aletas}$$

Cálculo da eficiência da aleta :

$$m = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{k \cdot e}} = \sqrt{\frac{2 \times 25}{175 \times 0,0015}} = 13,801$$

$$m \cdot l = 13,801 \times 0,012 = 0,1656$$

$$\text{tagh}(m \cdot l) = \text{tagh}(0,1656) = \frac{e^{0,1656} - e^{-0,1656}}{e^{0,1656} + e^{-0,1656}} = 0,1641$$

$$\eta = \frac{\text{tagh}(m \cdot l)}{m \cdot l} = \frac{0,1641}{0,1656} = 0,9909 \quad (99,09\%)$$

Cálculo da área não aletada :

$$A_R = A_S - n \cdot A_t = A_S - n \cdot (b \cdot e) = 1 - 74 \times (1 \times 0,0015) = 0,889\text{ m}^2$$

Cálculo da área das aletas (desprezando as áreas laterais) :

$$A_A = 2 \cdot (b \cdot l) \cdot n = 2 \times (1 \times 0,012) \times 74 = 1,776\text{ m}^2$$

Cálculo do fluxo de calor :

$$\dot{q} = h \cdot (A_R + \eta \cdot A_A) \cdot (T_S - T_\infty) = 25 \times (0,889 + 0,99 \times 1,776) \times (150 - 40) = 7279,91\text{ Kcal/h}$$

b) O novo fluxo pode ser obtido considerando a resistência da película do óleo ( a resistência da placa é desprezível ). Neste caso, a temperatura da base é  $T'_S < T_S$

$$\dot{q}' = \frac{T_o - T'_S}{R_o} = \frac{T_o - T'_S}{\frac{1}{h \cdot A}} = \frac{150 - T'_S}{\frac{1}{225 \times 1}}$$

Este é também o fluxo pela placa aletada :

$$\dot{q}' = h \cdot (A_R + \eta \cdot A_A) \cdot (T'_S - T_\infty) = 25 \times (0,889 + 0,99 \times 1,776) \times (T'_S - 40) = 66,181 \times T'_S - 2647,24$$

Igualando as equações acima obtemos a temperatura da base ( $T'_S$ ) :

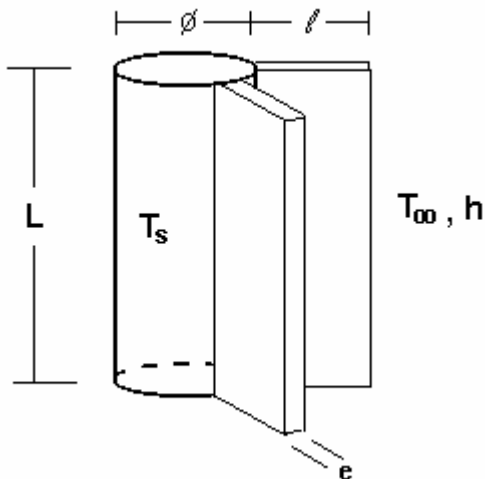
$$33750 - 225 \times T'_S = 66,181 \times T'_S - 2647,24 \Rightarrow T'_S = 125\text{ }^\circ\text{C}$$

Portanto, o fluxo de calor considerando a resistência da película de óleo será :

$$\dot{q}' = 33750 - 225 \times T'_S = 33750 - 225 \times 125 = 5625\text{ Kcal/h}$$

**Exercício 6.3.** Um tubo de diâmetro 2" e 1,2 m de comprimento transporta um fluido a 150 °C, com coeficiente de película de 1800 kcal/h.m<sup>2</sup>.°C. Para facilitar a troca de calor com o ar ambiente foi sugerido o aletamento do tubo, com aletas longitudinais de 2 mm de espessura e 19 mm de altura, montadas com espaçamento aproximado de 6 mm (na base). O tubo e as aletas de aço tem coeficiente de condutividade térmica igual a 40 kcal/h.m.°C e emissividade 0,86. O ar ambiente está a 28°C, com coeficiente de película 15 kcal/h.m<sup>2</sup>.°C. Desprezando a resistência da película interna, pede-se :

- o calor transferido por convecção pelo tubo sem as aletas
- o calor transferido por radiação pelo tubo sem as aletas
- o número de aletas
- o calor transferido por convecção pelo tubo aletado
- o calor transferido por radiação pelo tubo aletado



$$\begin{aligned} \varnothing = 2'' &\Rightarrow r = 1'' = 0,0254 \text{ m} & L = 1,2 \text{ m} \\ e = 2 \text{ mm} &= 0,002 \text{ m} & l = 19 \text{ mm} = 0,019 \text{ m} \\ \text{espaçamento entre aletas} &\rightarrow \Delta = 6 \text{ mm} = 0,006 \text{ m} \\ k &= 40 \text{ Kcal/h.m.}^\circ\text{C} & h = 15 \text{ Kcal/h.m}^2.\circ\text{C} \\ \text{emissividade} &\rightarrow \epsilon = 0,86 \\ T_s &= 150 \text{ }^\circ\text{C} & T_\infty = 28 \text{ }^\circ\text{C} \end{aligned}$$

a) Cálculo do fluxo de calor por convecção sem as aletas :

$$\text{A área base do tubo é : } A_s = 2 \cdot \pi r \cdot L = 2 \times \pi \times 0,0254 \times 1,2 = 0,1915 \text{ m}^2$$

$$\dot{q}_c = h \cdot A_s \cdot (T_s - T_\infty) = 15 \times 0,1915 \times (150 - 28) \Rightarrow \boxed{\dot{q}_c = 350,3 \text{ Kcal/h}}$$

b) Cálculo do fluxo de calor por radiação sem as aletas :

$$\dot{q}_r = \sigma \cdot A_s \cdot F_{12} \cdot (T_s^4 - T_\infty^4), \text{ onde } F_{12} = \epsilon = 0,86 (\text{superf.1} \lll \text{superf.2})$$

$$\dot{q}_r = 4,88 \times 10^{-8} \times 0,1915 \times 0,86 \times [(150 + 273)^4 - (28 + 273)^4] \Rightarrow \boxed{\dot{q}_r = 191,2 \text{ Kcal/h}}$$

c) Cálculo do número de aletas :

$$\text{Perímetro do tubo : } P = 2 \cdot \pi r = 2 \times \pi \times 0,0254 = 0,159 \text{ m}$$

$$P = (e + \Delta)n \Rightarrow n = \frac{P}{e + \Delta} = \frac{0,159}{0,002 + 0,006}$$

$$\boxed{n = 20 \text{ aletas}}$$

d) Cálculo do fluxo de calor por convecção pelo tubo com as aletas :

Cálculo de A<sub>R</sub> :

$$A_R = A_s - n \cdot A_l = A_s - n \cdot (e \cdot L) = 0,1915 - 20 \times (0,019 \times 1,2) = 0,143 \text{ m}^2$$

Cálculo de A<sub>A</sub> ( desprezando as áreas laterais ) :

$$A_A = 2.(l.b).n = 2 \times (0,019 \times 1,2) \times 20 = 0,912 m^2$$

Cálculo da eficiência da aleta :

$$m = \sqrt{\frac{2.h}{k.e}} = \sqrt{\frac{2 \times 15}{40 \times 0,002}} = 19,4 m^{-1}$$

$$m.l = 19,4 \times 0,019 = 0,368 \quad \text{tgh}(m.l) = \text{tgh}(0,368) = 0,352$$

$$\eta = \frac{\text{tgh}(m.l)}{m.l} = \frac{0,352}{0,368} = 0,957 \quad (95,7\%)$$

Cálculo do fluxo de calor :

Desprezando as resistências a convecção no interior do tubo e a condução no tubo, a temperatura da base das aletas pode ser considerada como 150 °C.

$$\dot{q} = h.(A_R + \eta.A_A).(T_s - T_\infty) = 15 \times (0,143 + 0,957 \times 0,912) \times (150 - 28)$$

$$\dot{q} = 1859 \text{ Kcal/h}$$

e) Cálculo do fluxo de calor por radiação pelo tubo com as aletas :

Como a eficiência da aleta é elevada ( 95,7 % ), podemos considerar que praticamente toda a superfície da aleta está na temperatura da base (  $T_s$  ). Neste caso, para o cálculo do fluxo de calor por radiação será utilizado o mesmo potencial da base para a área total (  $A_A + A_R$  ).

$$\dot{q}_r = \sigma.(A_R + A_A).F_{12}.(T_s^4 - T_\infty^4) , \text{ onde } F_{12} = \varepsilon = 0,86(\text{superf.1} \lll \text{superf.2})$$

$$\dot{q}_r = 4,88 \times 10^{-8} \times (0,143 + 0,912) \times 0,86 \times [(150 + 273)^4 - (28 + 273)^4]$$

$$\dot{q}_r = 1054 \text{ Kcal/h}$$

**Exercício 6.4.** Determine a porcentagem de aumento da transferência de calor associada com a colocação de aletas retangulares de alumínio (  $k=200 \text{ W/m.K}$  ) em uma placa plana de 1m de largura. As aletas tem 50 mm de altura e 0,5 mm de espessura e a densidade de colocação é 250 aletas por unidade de comprimento da placa (as aletas são igualmente espaçadas e ocupam toda a largura da placa). O coeficiente de película do ar sobre a placa sem aletas é  $40 \text{ W/m}^2.K$ , enquanto que o coeficiente de película resultante da colocação de aletas é  $30 \text{ W/m}^2.K$ . (OBS: desprezar as áreas laterais das aletas)

$$n = 250 \text{ aletas}$$

$$l = 50 \text{ mm} = 0,05 \text{ m}$$

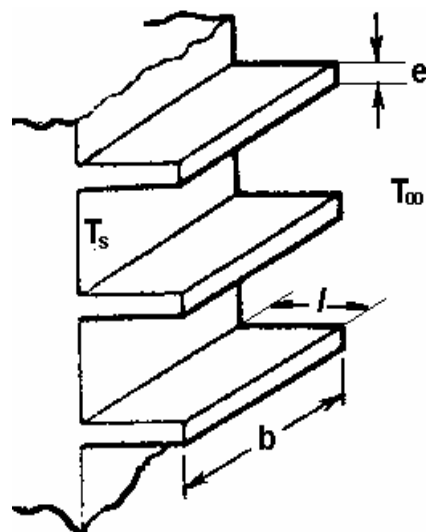
$$e = 0,5 \text{ mm} = 0,0005 \text{ m}$$

Consideremos uma placa de :  $1 \text{ m} \times 1 \text{ m} \rightarrow b = 1 \text{ m}$

sem aletas  $\rightarrow h = 40 \text{ W/m}^2 . K$

com aletas  $\rightarrow h = 30 \text{ W/m}^2 . K$

$$k_{\text{aletas}} = 200 \text{ W/m.K}$$



Cálculo da área não aletada :

$$A_R = A_s - n.A_t = 1 \times 1 - 250 \times (1 \times 0,0005) = 0,875 m^2$$

Cálculo da área das aletas :

$$A_A = 2.(b.l).n = 2 \times (1 \times 0,05) \times 250 = 25 m^2$$

Cálculo da eficiência da aleta :

$$m = \sqrt{\frac{2.h}{k.A_t}} = \sqrt{\frac{2 \times 30}{200 \times 0,0005}} = 24,49 m^{-1}$$

$$m.l = 24,49 \times 0,05 = 1,2245$$

$$tgh(m.l) = \frac{e^{1,2245} - e^{-1,2245}}{e^{1,2245} + e^{-1,2245}} = 0,841$$

$$\eta = \frac{tgh(m.l)}{m.l} = \frac{0,841}{1,2245} = 0,6868$$

Cálculo do fluxo de calor através da superfície com as aletas :

$$\dot{q} = h.(A_R - \eta.A_A).(T_s - T_\infty) = 30 \times (0,875 + 0,6868 \times 25) \times \Delta T = 541,35 \times \Delta T W$$

Cálculo do fluxo de calor através da superfície sem as aletas :

$$\dot{q} = h.A.(T_s - T_\infty) = 40 \times (1 \times 1) \times \Delta T = 40 \times \Delta T W$$

Cálculo da percentagem de aumento do fluxo de calor :

$$\% \text{ aumento} = \frac{\dot{q}_{c/a} - \dot{q}_{s/a}}{\dot{q}_{s/a}} \times 100 = \frac{541,35 \times \Delta T - 40 \times \Delta T}{40 \times \Delta T} \times 100 = 1253,4\%$$

$$\boxed{\% \text{ aumento} = 1253,4\%}$$

**Exercício 6.5.** A parte aletada do motor de uma motocicleta é construída de uma liga de alumínio ( $k=186 \text{ W/m.K}$ ) e tem formato que pode ser aproximado como um cilindro de 15 cm de altura e 50 mm de diâmetro externo. Existem 5 aletas transversais circulares igualmente espaçadas com espessura de 6 mm e altura de 20 mm. Sob as condições normais de operação a temperatura da superfície externa do cilindro é 500 K e está exposta ao ambiente a 300 K, com coeficiente de película de  $50 \text{ W/m}^2.\text{K}$  quando a moto está em movimento. Quando a moto está parada o coeficiente cai para  $15 \text{ W/m}^2.\text{K}$ . Qual é a elevação percentual da transferência de calor quando a moto está em movimento. ( OBS : desprezar as áreas laterais)

$$H = 15 \text{ cm} = 0,15 \text{ m} \quad r_e = 50 \text{ mm} \rightarrow r_e = 0,025 \text{ m}$$

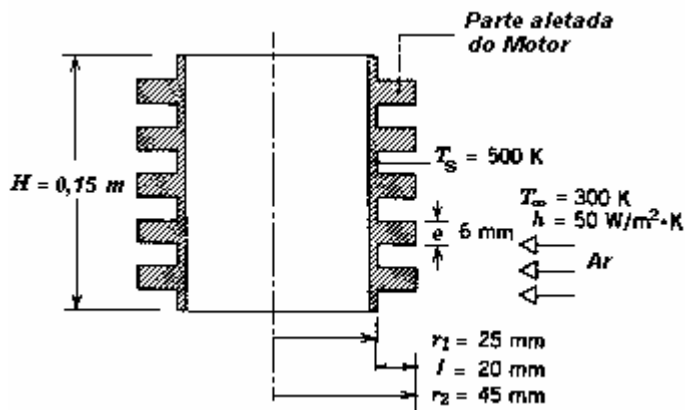
$$n = 5 \text{ aletas} \quad l = 20 \text{ mm} = 0,02 \text{ m}$$

$$e = 6 \text{ mm} = 0,006 \text{ m}$$

$$k_{\text{aléa}} = 186 \text{ W/m.K} \quad T_s = 500 \text{ K} \quad T_\infty = 300 \text{ K}$$

$$h_m = 50 \text{ W/m}^2.\text{K} \quad h_p = 15 \text{ W/m}^2.\text{K}$$





Cálculo da área não aletada :

$$A_R = A_s - n.A_t = 2 \times \pi \times 0,025 \times 0,15 - 5 \times (2 \times \pi \times 0,025 \times 0,006) = 0,01885 m^2$$

Cálculo da área das aletas :

$$r_a = r_e + l = 0,025 + 0,02 = 0,045 m$$

$$A_A = 2 \cdot [\pi \cdot r_a^2 - \pi \cdot r_e^2] \cdot n = 2 \times [\pi \cdot (0,045)^2 - \pi \cdot (0,025)^2] \times 5 = 0,04398 m^2$$

Cálculo da eficiência da aleta ( para a moto em movimento ) :

$$m = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{k \cdot e}} = \sqrt{\frac{2 \times 50}{186 \times 0,006}} = 9,466 m^{-1} \quad \rightarrow \quad m \cdot l = 9,466 \times 0,02 = 0,1893$$

$$\eta = \frac{tgh(m \cdot l)}{m \cdot l} = \frac{tgh(0,1893)}{0,1893} = \frac{0,1871}{0,1893} = 0,9884 \quad (98,84\%)$$

Cálculo da eficiência da aleta ( para a moto parada ) :

$$m = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{k \cdot e}} = \sqrt{\frac{2 \times 15}{186 \times 0,006}} = 5,1848 m^{-1} \quad \rightarrow \quad m \cdot l = 5,1848 \times 0,02 = 0,1037$$

$$\eta = \frac{tgh(m \cdot l)}{m \cdot l} = \frac{tgh(0,1037)}{0,1037} = \frac{0,1036}{0,1037} = 0,999 \quad (99,90\%)$$

Cálculo do fluxo de calor ( para a moto em movimento ) :

$$\dot{q}_m = h_m \cdot (A_R - \eta \cdot A_A) \cdot (T_s - T_\infty) = 50 \times (0,01885 + 0,9884 \times 0,04398) \times (500 - 300) = 623,198 W$$

Cálculo do fluxo de calor ( para a moto parada ) :

$$\dot{q}_p = h_p \cdot (A_R - \eta \cdot A_A) \cdot (T_s - T_\infty) = 15 \times (0,01885 + 0,999 \times 0,04398) \times (500 - 300) = 188,358 W$$

Cálculo da percentagem de elevação do fluxo de calor para a moto em movimento :

$$\% Elev = \frac{\dot{q}_m - \dot{q}_p}{\dot{q}_p} \times 100 = \frac{623,198 - 188,358}{188,358} \times 100 = 230,86\%$$

$$\boxed{\% Elev = 230,86\%}$$

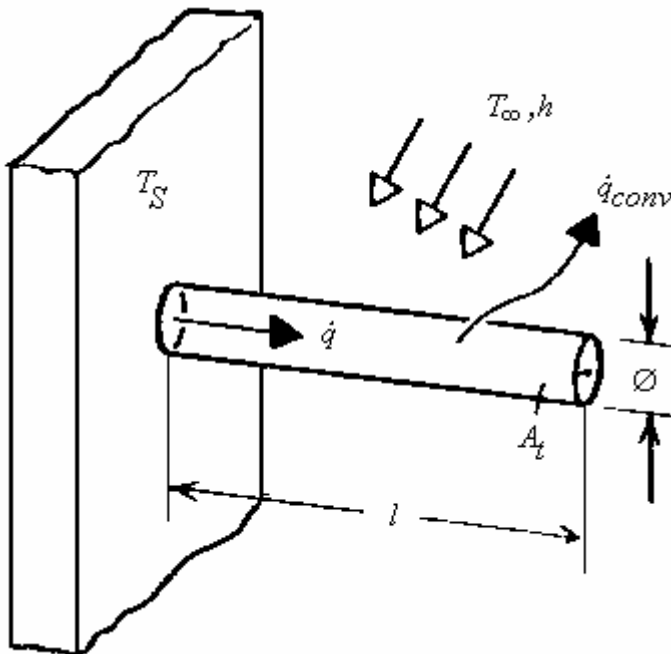
**Exercício 6.6.** Determinar o aumento do calor dissipado por unidade de tempo que poderia ser obtido de uma placa plana usando-se por unidade de área 6400 aletas de alumínio (  $k = 178 \text{ Kcal/h.m.}^\circ\text{C}$  ), tipo pino, de 5 mm de diâmetro e 30 mm de altura. Sabe-se que na base da placa

a temperatura é 300 °C, enquanto que o ambiente está a 20 °C com coeficiente de película de 120 Kcal/h.m<sup>2</sup>.°C.

Cálculo da eficiência :

$$m = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{k \cdot r}} = \sqrt{\frac{2 \times 120}{178 \times 0.0025}} = 23,17 \text{ m}^{-1}$$

$$m \cdot l = 23,17 \times 0,03 = 0,6951$$



$$n = 6400 \text{ aletas}$$

$$k = 178 \text{ Kcal/h.m}^\circ \text{C}$$

$$\varnothing = 5 \text{ mm} = 0,005 \text{ m}$$

$$r = \frac{\varnothing}{2} = 0,0025 \text{ m}$$

$$l = 30 \text{ mm} = 0,03 \text{ m}$$

$$T_S = 300 \text{ }^\circ\text{C} \quad T_\infty = 20 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$h = 120 \text{ Kcal/h.m}^2 \cdot \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\text{tagh}(m \cdot l) = \frac{e^{0,695} - e^{-0,695}}{e^{0,695} + e^{-0,695}} = 0,6012$$

$$\eta = \frac{\text{tagh}(m \cdot l)}{m \cdot l} = \frac{0,6012}{0,6951} = 0,8649 \quad (86,49\%)$$

Cálculo da área não aletada :

$$A = A_S - n \cdot A_t = A_S - n \cdot (\pi \cdot r^2) = 1 - [\pi \times (0,0025)^2] = 0,875 \text{ m}^2$$

Cálculo da área das aletas ( desprezando as áreas laterais ) :

$$A_A = 2 \cdot \square \cdot r \cdot l \cdot n = 2 \times \square \times 0,0025 \times 0,03 \times 6400 = 3,015 \text{ m}^2$$

Cálculo do fluxo de calor :

$$\dot{q}_{c/a} = h \cdot (A_R + \eta \cdot A_A) \cdot (T_S - T_\infty) = 120 \times (0,875 + 0,8649 \times 3,015) \times (300 - 20) = 116926 \text{ Kcal/h}$$

Antes da colocação das aletas o fluxo é :

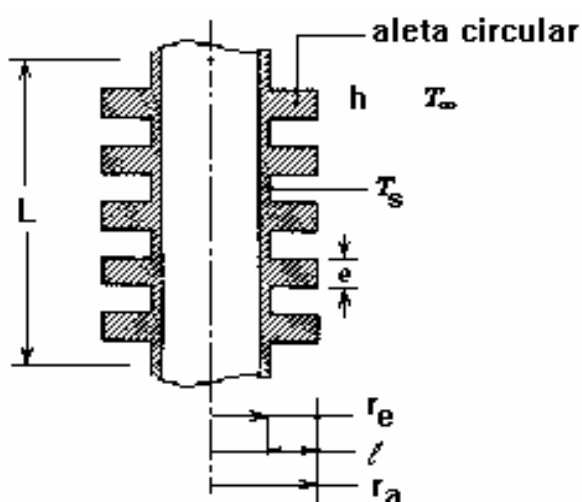
$$\dot{q}_{s/a} = h \cdot A_S \cdot (T_S - T_\infty) = 120 \times 1 \times (300 - 20) = 33600 \text{ Kcal/h}$$

$$\% \text{Aumento} = \frac{\dot{q}_{c/a} - \dot{q}_{s/a}}{\dot{q}_{s/a}} \times 100 = \frac{116926 - 33600}{33600} \times 100$$

$$\% \text{ Aumento} = 248\%$$

**2 Exercício 6.7.** Um tubo de aço ( $k = 35 \text{ kcal/h.m.}^\circ\text{C}$  e  $\varepsilon = 0,55$ ) com diâmetro externo 5,1 cm e 2,2 m de comprimento conduz um fluido a  $600^\circ\text{C}$ , em um ambiente onde o ar está a  $35^\circ\text{C}$ , com coeficiente de película  $20 \text{ kcal/h.m}^2.\circ\text{C}$ . Existem duas opções elevar a transferência de calor : o tubo pode receber 10 aletas de aço de 5 mm de espessura e 10,2 cm de diâmetro (aletas circulares) ou ser pintado com uma tinta de emissividade ( $\varepsilon$ ) igual a 0,83. Determinar :

- O fluxo de calor por convecção pelo tubo com aletas;
- O fluxo de calor por radiação pelo tubo com aletas;
- O fluxo de calor por convecção pelo tubo pintado com a tinta especial;
- O fluxo de calor por radiação pelo tubo pintado com a tinta especial;
- A opção que produz o maior fluxo de calor ( aletamento ou pintura ? ).



$$n = 10 \text{ aletas} \quad L = 2,2 \text{ m} \quad \varepsilon = 0,55$$

$$\varnothing_e = 5,1 \text{ cm} \Rightarrow r_e = 2,55 \text{ cm} = 0,0255 \text{ m}$$

$$\varnothing_a = 10,2 \text{ cm} \Rightarrow r_a = 5,1 \text{ cm} = 0,051 \text{ m}$$

$$e = 5 \text{ mm} = 0,005 \text{ m}$$

$$l = r_a - r_e = 0,051 - 0,0255 = 0,0255 \text{ m}$$

$$h = 20 \text{ Kcal/h.m}^2.\circ\text{C} \quad k = 35 \text{ Kcal/h.m.}^\circ\text{C}$$

$$T_s = 600^\circ\text{C} \quad T_\infty = 35^\circ\text{C}$$

a) Fluxo de calor por convecção :

$$m = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{k \cdot e}} = \sqrt{\frac{2 \times 20}{35 \times 0,005}} = 15,1186 \text{ m}^{-1}$$

$$m \cdot l = 15,1186 \times 0,0255 = 0,385$$

$$\text{tagh}(m \cdot l) = \frac{e^{0,385} - e^{-0,385}}{e^{0,385} + e^{-0,385}} = 0,367$$

$$\eta = \frac{\text{tagh}(m \cdot l)}{m \cdot l} = \frac{0,367}{0,385} = 0,9532 \quad (95,32\%)$$

$$A_S = 2 \cdot \pi \cdot r_e \cdot L = 2 \times \pi \times 0,0255 \times 2,2 = 0,352 \text{ m}^2$$

$$A_R = A_S - n \cdot A_l = A_S - n \cdot (2 \cdot \pi \cdot r_e \cdot e) = 0,352 - 10(2 \times \pi \times 0,0255 \times 0,005) = 0,344 \text{ m}^2$$

$$A_A = 2 \cdot [\pi \cdot r_a^2 - \pi \cdot r_e^2] \cdot n = 2 \times [\pi \times (0,051)^2 - \pi \times (0,0255)^2] \times 10 = 0,1226 \text{ m}^2$$

$$\dot{q}_{conv}^a = h \cdot (A_R + \eta \cdot A_A) \cdot (T_s - T_\infty) = 20 \times (0,344 + 0,9532 \times 0,1226) \times (600 - 35)$$

$$\dot{q}_{conv}^a = 5207,74 \text{ Kcal/h}$$

b) Uma elevada eficiência para a aletas significa que sua temperatura é próxima da temperatura da base, Então, podemos considerar para a radiação :

$$\eta = 95,32\% \Rightarrow \text{temperatura de } A_R \text{ e } A_A \approx T_S$$

$$\dot{q}_{rad}^a = \sigma \cdot (A_R + A_A) \cdot \varepsilon \cdot (T_S^4 - T_\infty^4)$$

$$\dot{q}_{rad}^a = 4,88 \times 10^{-8} \times (0,344 + 0,1226) \times 0,55 \cdot [(600 + 273)^4 - (35 + 273)^4]$$

$$\dot{q}_{rad}^a = 7161,49 \text{ Kcal/h}$$

c) Fluxo de calor por convecção pelo tubo pintado :

$$\dot{q}_{conv}^p = h \cdot A_S \cdot (T_S - T_\infty) = 20 \times 0,352 \times (600 - 35)$$

$$\dot{q}_{conv}^p = 3977,60 \text{ Kcal/h}$$

d) Fluxo de calor por radiação pelo tubo pintado :

$$\dot{q}_{rad}^p = \sigma \cdot A_S \cdot \varepsilon \cdot (T_S^4 - T_\infty^4) = 4,88 \times 10^{-8} \times 0,354 \times 0,83 \cdot [(600 + 273)^4 - (35 + 273)^4]$$

$$\dot{q}_{rad}^p = 8199,30 \text{ Kcal/h}$$

e) O fluxo total, em ambos casos, é a soma dos fluxos por convecção e radiação :

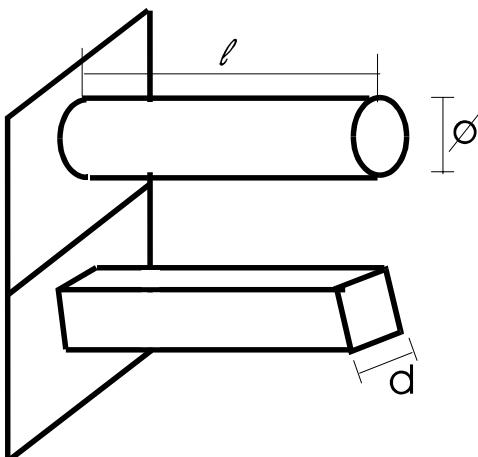
$$\dot{q}_{aletas} = \dot{q}_{conv}^a + \dot{q}_{rad}^a = 5207,74 + 7161,49 = 12369,23 \text{ Kcal/h}$$

$$\dot{q}_{pintura} = \dot{q}_{conv}^p + \dot{q}_{rad}^p = 3977,60 + 8199,30 = 12176,90 \text{ Kcal/h}$$

$$\dot{q}_{aletas} > \dot{q}_{pintura} \Rightarrow \text{O aletamento resulta em maior transferência de calor}$$

**Exercício 6.8.** A transferência de calor em um reator de formato cilíndrico deve ser elevada em 10 % através da colocação de aletas de aço ( $k = 40 \text{ Kcal/h.m.}^\circ\text{C}$ ). Dispõe-se de 2 tipos de aletas pino, ambas com 25 mm de altura. Um tipo tem seção circular com 5 mm de diâmetro e o outro tem seção quadrada com 4 mm de lado. O reator, que tem 2 m de altura de 50 cm de diâmetro, trabalha a  $250^\circ\text{C}$  e está localizado em um local onde a temperatura é  $25^\circ\text{C}$  e o coeficiente de película é  $12 \text{ Kcal/h.m}^2.\text{}^\circ\text{C}$ .

- Calcular o número de pinos de seção circular necessários;
- Calcular o número de pinos de seção quadrada necessários.



$$\text{reator} \rightarrow L = 2 \text{ m} \quad r = 50/2 \text{ cm} = 0,25 \text{ m}$$

$$\text{circular} \rightarrow r_p = \frac{\varnothing}{2} = 2,5 \text{ mm} = 0,0025 \text{ m} \quad l = 25 \text{ mm} = 0,025 \text{ m}$$

$$\text{quadrada} \rightarrow d = 3 \text{ mm} = 0,003 \text{ m} \quad l = 25 \text{ mm} = 0,025 \text{ m}$$

$$k = 40 \text{ Kcal/h.m.}^\circ\text{C} \quad h = 12 \text{ Kcal/h.m}^2.\text{}^\circ\text{C}$$

$$T_S = 250^\circ\text{C} \quad T_\infty = 25^\circ\text{C}$$

O fluxo de calor através da superfície do reator antes do aletamento é :

$$A_S = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot L = 2 \times \pi \times 0,25 \times 2 = 3,14 \text{ m}^2$$

$$\dot{q} = h \cdot A_S \cdot (T_S - T_\infty) = 12 \times 3,14 \times (250 - 25) = 8482,3 \text{ Kcal/h}$$

Uma elevação de 10% neste fluxo, através da colocação de aletas, equivale :

$$\dot{q}' = 1,1 \times \dot{q} = 1,1 \times 8482,3 = 9330,5 \text{ Kcal/h}$$

a) Cálculo do número de aletas pinos de seção circular ( $n_c$ )

Eficiência das aletas pino de seção circular :

$$m = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{k \cdot r_p}} = \sqrt{\frac{2 \times 12}{40 \times 0,0025}} = 15,49 \text{ m}^{-1}$$

$$m \cdot l = 15,49 \times 0,025 = 0,3873$$

$$\text{tagh}(m \cdot l) = \text{tagh}(0,3873) = 0,369$$

$$\eta = \frac{\text{tagh}(m \cdot l)}{m \cdot l} = \frac{0,369}{0,3873} = 0,9528 \quad (95,28\%)$$

Cálculo da áreas não aletada e a área das aletas ( desprezando a área do topo ) :

$$A_R = A_S - (\pi \cdot r_p^2) n_c = 3,14 - 0,00002 \times n_c$$

$$A_A = (2 \cdot \pi \cdot r_p \cdot l) n_c = (2 \times \pi \times 0,0025 \times 0,025) \times n_c = 0,0004 \times n_c$$

Cálculo do número de aletas pino de seção circular :

$$\dot{q}' = h \cdot (A_R + \eta \cdot A_A) \cdot (T_S - T_\infty)$$

$$9330,5 = 12 \times [(3,14 - 0,00002 \times n_c) + 0,9528 \times 0,0004 \times n_c] \times (250 - 25)$$

$$3,456 = 3,14 + 0,00036 \times n_c$$

$$\boxed{n_c = 878 \text{ aletas}}$$

b) Cálculo do número de aletas pinos de seção quadrada ( $n_q$ )

Eficiência das aletas pino de seção quadrada :

$$m = \sqrt{\frac{h \cdot P}{k \cdot A_c}} = \sqrt{\frac{h \cdot (4 \cdot d)}{k \cdot (d^2)}} = \sqrt{\frac{4 \cdot h}{k \cdot d}} = \sqrt{\frac{4 \times 12}{40 \times 0,003}} = 20 \text{ m}^{-1}$$

$$m \cdot l = 20 \times 0,025 = 0,5$$

$$\text{tagh}(m \cdot l) = \text{tagh}(0,5) = 0,4621$$

$$\eta = \frac{\text{tagh}(m \cdot l)}{m \cdot l} = \frac{0,4621}{0,5} = 0,9242 \quad (92,42\%)$$

Cálculo da áreas não aletada e a área das aletas ( desprezando a área do topo ) :

$$A_R = A_S - (d^2) n_c = 3,14 - 0,000009 \times n_c$$

$$A_A = (l \cdot d \cdot 4) n_c = (0,025 \times 0,003 \times 4) \times n_c = 0,0003 \times n_c$$

Cálculo do número de aletas pino de seção circular :

$$\dot{q}' = h \cdot (A_R + \eta \cdot A_A) \cdot (T_S - T_\infty)$$

$$9330,5 = 12 \times [(3,14 - 0,000009 \times n_c) + 0,9242 \times 0,0003 \times n_c] \times (250 - 25)$$

$$3,456 = 3,14 + 0,000268 \times n_c$$

$$\boxed{n_c = 1179 \text{ aletas}}$$

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS :

**Exercício 6.9.** Numa indústria deseja-se projetar um dissipador de calor para elementos transistores em um local onde o coeficiente de película é  $3 \text{ Kcal/h.m}^2.\text{°C}$ . A base do dissipador será uma placa plana, de  $10 \times 10 \text{ cm}$ , sobre a qual estarão dispostas 8 aletas, de seção transversal retangular, com espaçamento constante, de 2 mm de espessura e 40 mm de altura. Sob a placa deve ser mantida uma temperatura de  $80 \text{ °C}$ , com temperatura ambiente de  $30 \text{ °C}$ . Considerando a condutividade térmica das aletas igual a  $35 \text{ Kcal/h.m.°C}$ , pede-se :

- a) a eficiência da aleta;
- b) calor dissipado pela placa aletada;
- c) razão percentual entre os fluxos de calor dissipado pelas aletas e o total.

**Exercício 6.10.** Um tubo horizontal de diâmetro 4" conduz um produto a  $85\text{°C}$ , com coeficiente de película  $1230 \text{ Kcal/h.m}^2.\text{°C}$ . O tubo é de aço, de coeficiente de condutibilidade térmica  $40 \text{ kcal/h.m.°C}$ ; tem 0,8 m de comprimento e está mergulhado num tanque de água a  $20 \text{ °C}$ , com coeficiente de película  $485 \text{ Kcal/h.m}^2.\text{°C}$ . O tubo deve ter 1,5 aletas por centímetro de tubo. As aletas, circulares são feitas de chapa de aço, de  $1/8 \text{ ''}$  de espessura e  $2 \text{ ''}$  de altura. Pede-se:

- a) o fluxo de calor pelo tubo, sem aletas;
- b) a temperatura da superfície externa do tubo , sem aletas;
- c) o fluxo de calor pelo tubo aletado, considerando a mesma temperatura calculada anteriormente na superfície externa.

**Exercício 6.11.** Um tubo de diâmetro 4" e 65 cm de comprimento deve receber aletas transversais , circulares, de 1,5 mm de espessura, separadas de 2 mm uma da outra. As aletas tem 5 cm de altura. No interior do tubo circula um fluido a  $135\text{°C}$ . O ar ambiente está a  $32 \text{ °C}$ , com coeficiente de película  $12 \text{ kcal/h.m}^2.\text{°C}$ . A condutividade térmica do material da aleta é  $38 \text{ kcal/hm}^2 \text{ °C}$ . Determinar o fluxo de calor pelo tubo aletado.

**Exercício 6.12.** No laboratório de uma indústria pretende-se testar um novo tipo de aletas, na forma de prisma reto, de seção transversal triangular (eqüilátera) com 1 cm de lado. Essas aletas tem altura de 5 cm e serão colocadas, durante o teste, sobre placas de  $10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$ , submetidas a uma temperatura de  $150 \text{ °C}$  na base e expostas ao ar a  $40 \text{ °C}$ . Por razões técnicas, no máximo 30 % da área das placas poderá ser aletada. Sabendo que a condutividade térmica do material do aleta é  $130 \text{ kcal/hm}^2 \text{ °C}$  e o coeficiente de película do ar é  $5 \text{ Kcal/h.m}^2.\text{°C}$ , pede-se o fluxo de calor pela placa aletada.

**Exercício 6.13.** Em uma indústria, deseja-se projetar um dissipador de calor para elementos transistores. O base do dissipador será uma placa plana de  $10 \times 10 \text{ cm}$  , sobre a qual estarão dispostas 8 aletas retangulares (  $k = 35 \text{ Kcal/h.m.°C}$  ) de 2 mm de espessura e 40 mm de altura, com espaçamento constante. Na superfície da placa deve ser mantida uma temperatura de  $80 \text{ °C}$ , com temperatura ambiente de  $30 \text{ °C}$  e coeficiente de película de  $3 \text{ Kcal/h.m}^2.\text{°C}$ . Nestas condições, pede-se :

- a) a eficiência das aletas;
- b) o calor dissipado pela placa aletada.

**Exercício 6.14.** Um tubo de aço de 0,65 m de comprimento e 10 cm de diâmetro, com temperatura de  $60 \text{ °C}$  na superfície externa, troca calor com o ar ambiente a  $20 \text{ °C}$  e com coeficiente de película de  $5 \text{ Kcal/h.m}^2.\text{°C}$ , a uma razão de  $40 \text{ kcal/h}$ . Existem 2 propostas para aumentar a dissipação de calor através da colocação de aletas de condutividade térmica  $40 \text{ Kcal/h.m.°C}$ . A primeira prevê a colocação de 130 aletas longitudinais de 0,057 m de altura e 0,002 m de espessura. A segunda prevê a colocação de 185 aletas circulares de 0,05m de

altura e 0,0015 m de espessura. Calculando o fluxo de calor para os dois casos, qual das propostas você adotaria, considerando os custos de instalação iguais.

**Exercício 6.15.** Um tubo horizontal de diâmetro 4" conduz um produto a 85°C, com coeficiente de película 1230 kcal/h.m<sup>2</sup>.°C. O tubo é de aço, de condutividade térmica 40 kcal/h.m.°C, tem 0,8 m de comprimento e está mergulhado em um tanque de água a 20 °C, com coeficiente de película 485 Kcal/h.m<sup>2</sup>.°C. O tubo deve ter 1,5 aletas por centímetro de tubo. As aletas circulares são feitas de chapa de aço de 1/8" de espessura e 2" de altura. Pede-se :

- a) o fluxo de calor pelo tubo sem considerar as aletas;
- b) o fluxo de calor pelo tubo aletado.

**Exercício 6.16.** Um tubo de 10 cm de diâmetro externo tem 130 aletas longitudinais de aço ( k = 40 kcal/h.m.°C ) com 5,8 cm de altura e 0,2 cm de espessura. O ar ambiente está a 20 °C, com coeficiente de película igual a 5 Kcal/h.m<sup>2</sup>.°C. A temperatura da superfície do tubo é 60 °C.

Calcular :

- a) A eficiência da aleta;
- b) O fluxo de calor, por unidade de comprimento, pelo tubo aletado.

## 7- TROCADORES DE CALOR

O processo de troca de calor entre dois fluidos que estão em diferentes temperaturas e separados por uma parede sólida ocorre em muitas aplicações da engenharia. Os equipamentos usados para implementar esta troca são denominados **trocadores de calor**, e aplicações específicas podem ser encontradas em aquecimento e condicionamento de ambiente, recuperação de calor, processos químicos, etc. Como aplicações mais comuns deste tipo de equipamento temos : Aquecedores, resfriadores, condensadores, evaporadores, torres de refrigeração, caldeiras, etc.

O projeto completo de trocadores de calor pode ser subdividido em três fases principais :

- Ê a análise térmica;
- Ê o projeto mecânico preliminar;
- Ê o projeto de fabricação;

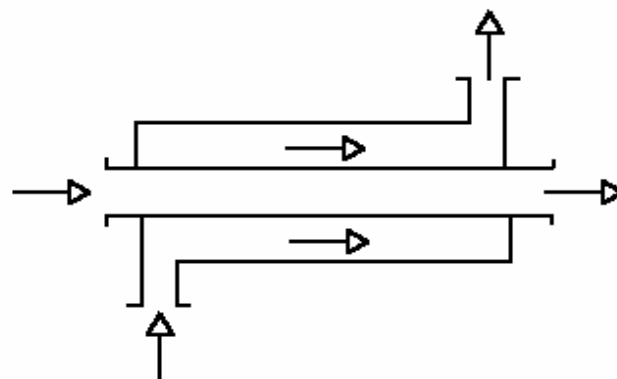
Neste curso será enfocada a análise térmica, que consiste na determinação da área de troca de calor requerida, dadas as condições de escoamento e temperaturas dos fluidos. O projeto mecânico envolve considerações sobre pressões e temperaturas de operação, características de corrosão, etc. Finalmente, o projeto de fabricação requer a tradução das características e dimensões físicas em uma unidade que possa ser construída a um baixo custo.

### 7.1 TIPO DE TROCADORES

Existem trocadores de calor que empregam a mistura direta dos fluidos, como por exemplo torres de refrigeração e aquecedores de água de alimentação, porém são mais comuns os trocadores nos quais os fluidos são separados por uma parede ou partição através da qual passa o calor. Alguns dos tipos mais importantes destes trocadores são vistos a seguir :

#### 1. Duplo Tubo

São formados por dois tubos concêntricos, como ilustra a figura 7.1. Pelo interior do tubo do primeiro ( mais interno ) passa um fluido e, no espaço entre as superfícies externa do primeiro e interna do segundo, passa o outro fluido. A área de troca de calor é a área do primeiro tubo.



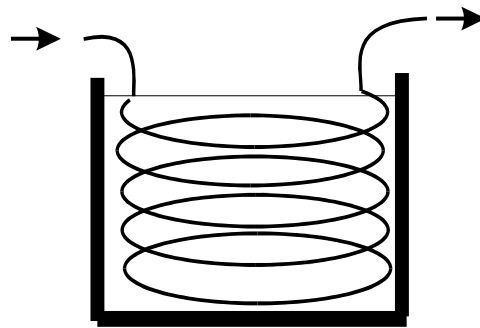
[ figura 7.1 ]

- tem as vantagens de ser simples, ter custo reduzido e de ter facilidade de desmontagem para limpeza e manutenção.
- o grande inconveniente é a pequena área de troca de calor.

#### 2. Serpentina



São formados por um tubo enrolado na forma de espiral, formando a serpentina, a qual é colocada em uma carcaça ou recipiente, como mostra a figura 7.2. A área de troca de calor é área da serpentina.

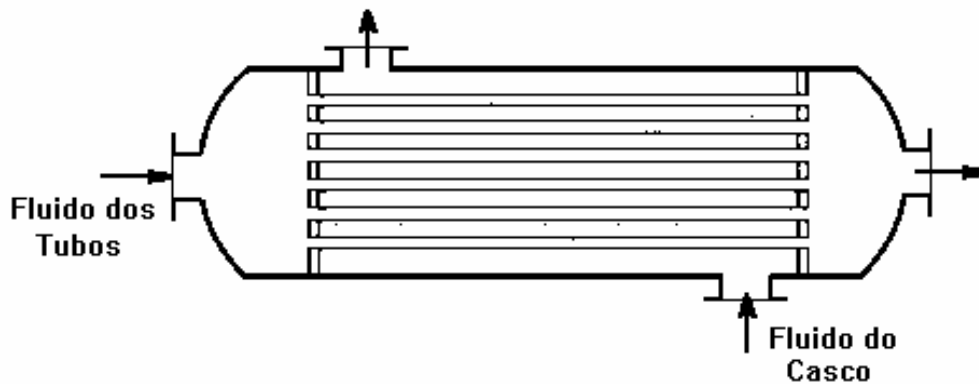


[ figura 7.2 ]

- permite maior área de troca de calor que o anterior e tem grande flexibilidade de aplicação
- usado principalmente quando se quer aquecer ou resfriar um banho.

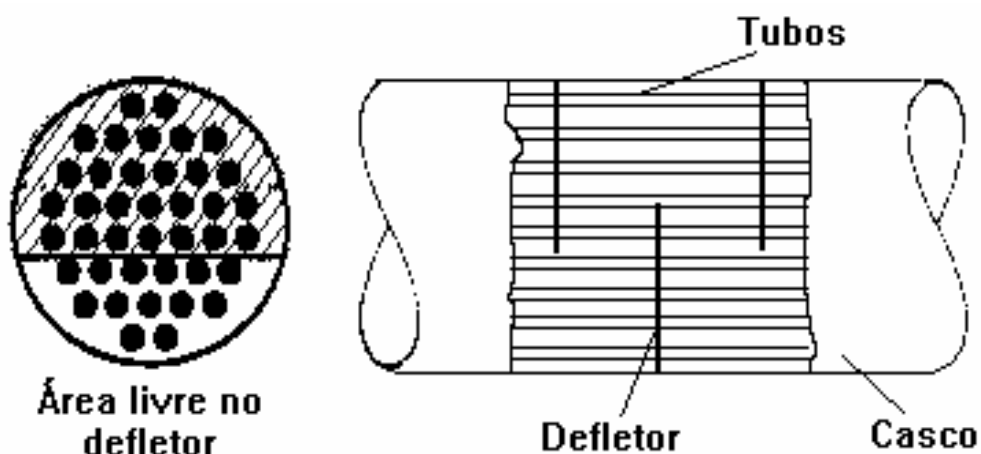
### 3. Multitubular

São formados por um feixe de tubos paralelos contidos em um tubulão cilíndrico denominado de casco, como mostra a figura 7.3. Um dos fluidos ( fluido dos tubos ) escoam pelo interior dos tubos, enquanto que o outro ( fluido do casco ) escoam por fora dos tubos e dentro do casco.



[ figura 7.3 ]

Defletores (ou chicanas), mostrados na figura 7.4, são normalmente utilizados para aumentar o coeficiente de película do fluido do casco pelo aumento da turbulência e da velocidade de escoamento deste fluido.

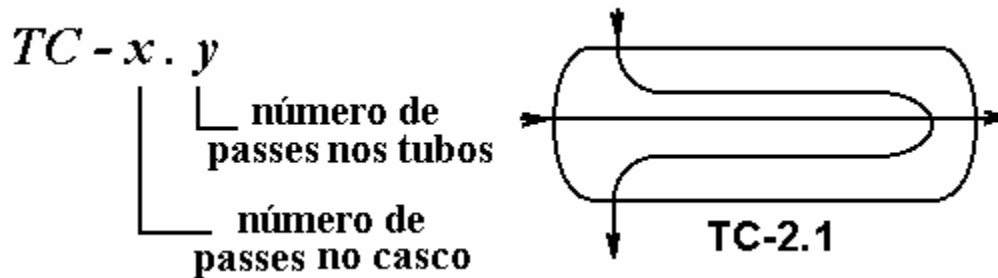


[ figura 7.4 ]

- também conhecidos como tipo casco-tubos, são os mais usados na indústria porque oferecem uma grande área de troca de calor
- se um dos fluidos do trocador condensa ou evapora, o trocador é também denominado condensador ou evaporador, respectivamente

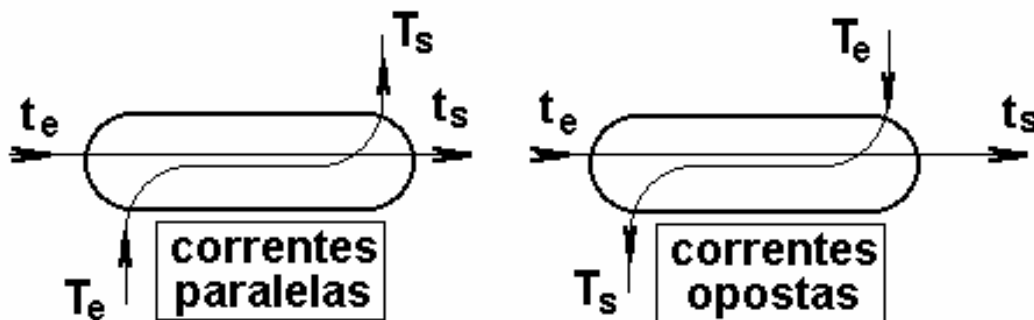
## 7.2. MÉDIA LOGARÍTMICA DAS DIFERENÇAS DE TEMPERATURAS

Um fluido dá um passo quando percorre uma vez o comprimento do trocador. Aumentando o número de passos, para a mesma área transversal do trocador, aumenta a velocidade do fluido e portanto o coeficiente de película, com o conseqüente aumento da troca de calor. Porém, isto dificulta a construção e limpeza e encarece o trocador. A notação utilizada para designar os números de passos de cada fluido é exemplificada na figura 7.5.



[ figura 7.5 ]

Com relação ao tipo de escoamento relativo dos fluidos do casco e dos tubos, ilustrados na figura 7.6, podemos ter escoamento em *correntes paralelas* ( fluidos escoam no mesmo sentido ) e *correntes opostas* ( fluidos escoam em sentidos opostos ).

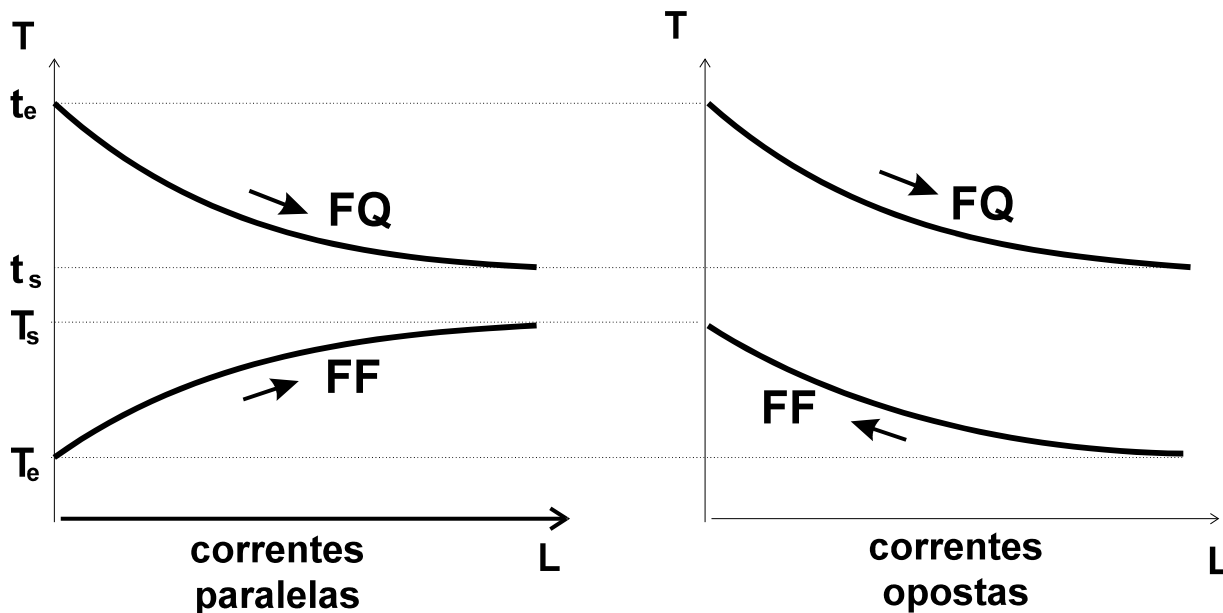


[ figura 7.6 ]

Para cada um destes casos de escoamento relativo a variação da temperatura de cada um dos fluidos ao longo do comprimento do trocador pode ser representada em gráfico, como mostra a figura 7.7.

As diferenças de temperatura entre os fluidos nas extremidades do trocador, para o caso de *correntes paralelas*, são :  $( t_e - T_e )$  que é sempre máxima  $( DT_{max} )$  e  $( t_s - T_s )$  que é sempre mínima  $( DT_{min} )$ . No caso de *correntes opostas*, as diferenças de temperatura nas extremidades  $( t_e - T_s )$  e  $( t_s - T_e )$  podem ser máxima  $( DT_{max} )$  ou mínima  $( DT_{min} )$  dependendo das condições específicas de cada caso.

O fluxo de calor transferido entre os fluidos em um trocador é diretamente proporcional à diferença de temperatura média entre os fluidos. No trocador de calor de correntes opostas a diferença de temperatura entre os fluidos não varia tanto, o que acarreta em uma diferença média maior. Como consequência, mantidas as mesmas condições, o trocador de calor trabalhando em correntes opostas é mais eficiente.



[ figura 7.7 ]

Como a variação de temperatura ao longo do trocador não é linear, para retratar a diferença média de temperatura entre os fluidos é usada então a **Média Logarítmica das Diferenças de Temperatura** (MLDT), mostrada na equação 7.1.

$$MLDT = \frac{\Delta T_{\max} - \Delta T_{\min}}{\ln \frac{\Delta T_{\max}}{\Delta T_{\min}}}$$

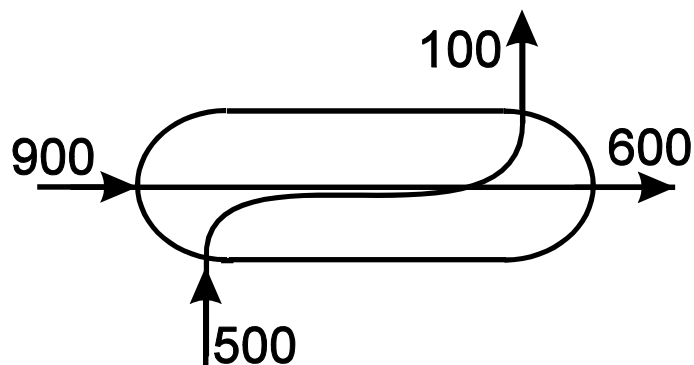
( eq. 7.1 )

A utilização da média aritmética para situações onde a relação (  $\Delta T_{\max} / \Delta T_{\min}$  ) é menor que 1,5 corresponde a um erro de apenas 1%.

**Exercício 7.1.** Num trocador de calor TC-1.1 onde o fluido quente entra a 900 °C e sai a 600 °C e o fluido frio entra a 100 °C e sai a 500 °C, qual o MLDT para :

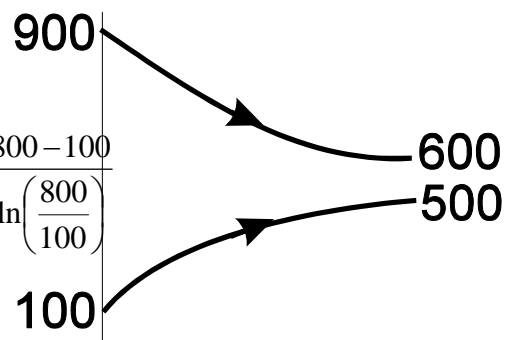
- a) correntes paralelas;
- b) correntes opostas.

a) correntes paralelas :

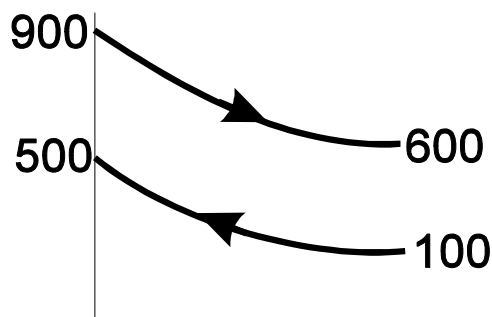
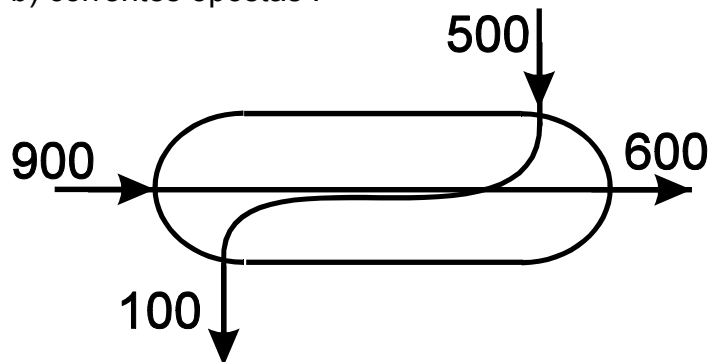


$$\left. \begin{aligned} \Delta T_{\max} &= 900 - 100 = 800 \text{ } ^\circ\text{C} \\ \Delta T_{\min} &= 600 - 500 = 100 \text{ } ^\circ\text{C} \end{aligned} \right\} \Rightarrow MLDT = \frac{(\Delta T_{\max} - \Delta T_{\min})}{\ln\left(\frac{\Delta T_{\max}}{\Delta T_{\min}}\right)} = \frac{800 - 100}{\ln\left(\frac{800}{100}\right)}$$

$$MLDT = 336,6 \text{ } ^\circ\text{C}$$



b) correntes opostas :

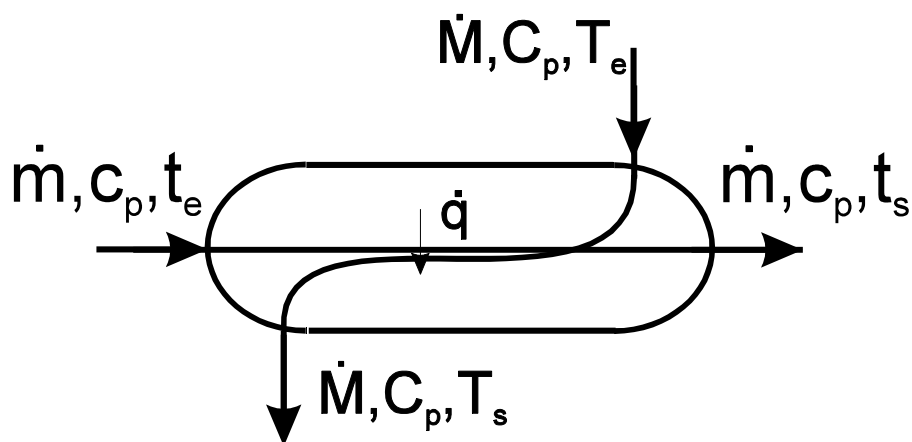


$$\left. \begin{aligned} \Delta T_{\max} &= 600 - 100 = 500 \text{ } ^\circ\text{C} \\ \Delta T_{\min} &= 900 - 500 = 400 \text{ } ^\circ\text{C} \end{aligned} \right\} \Rightarrow MLDT = \frac{(\Delta T_{\max} - \Delta T_{\min})}{\ln\left(\frac{\Delta T_{\max}}{\Delta T_{\min}}\right)} = \frac{500 - 400}{\ln\left(\frac{500}{400}\right)}$$

$$MLDT = 448,2 \text{ } ^\circ\text{C}$$

### 7.3. BALANÇO TÉRMICO EM TROCADORES DE CALOR

Fazendo um balanço de energia em um trocador de calor, considerado como um sistema adiabático, temos, conforme esquema mostrado na figura 7.8, que :



[ figura 7.8 ]

Calor cedido pelo fluido quente = Calor recebido pelo fluido frio

$$\begin{aligned} -\dot{q}_{ced} &= \dot{q}_{rec} \\ -[\dot{m}.c_p.(t_s - t_e)] &= \dot{M}.C_p.(T_s - T_e) \end{aligned}$$

$$\dot{q} = \dot{m}.c_p.(t_e - t_s) = \dot{M}.C_p.(T_s - T_e)$$

( eq. 7.2 )

Quando um dos fluidos é submetido a uma mudança de fase no trocador, a sua temperatura não varia durante a transformação. Portanto, o calor trocado será :

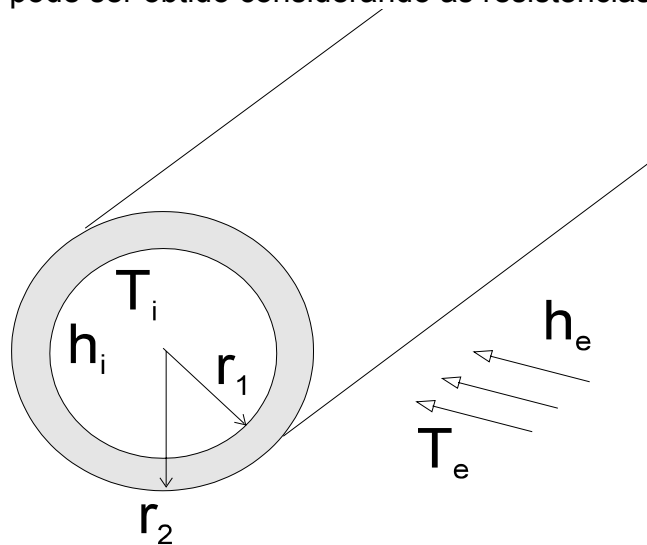
$$\dot{q} = \dot{m} \cdot \Delta H_{\text{transformação}}$$

( eq. 7.3 )

onde,  $\Delta H_{\text{transformação}}$  : calor latente da transformação

#### 7.4. COEFICIENTE GLOBAL DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR

Consideremos a transferência de calor entre os fluidos do casco e dos tubos nos feixes de tubos de um trocador multitubular, como mostra a figura 7.9. O calor trocado entre os fluidos através das superfícies dos tubos pode ser obtido considerando as resistências térmicas :



[ figura 7.9 ]

$$\dot{q} = \frac{(\Delta T)_{\text{total}}}{R_t} = \frac{(\Delta T)_{\text{total}}}{\frac{1}{h_i \cdot A_i} + R_{\text{cond}} + \frac{1}{h_e \cdot A_e}}, \text{ onde :} \quad (\text{ eq. 7.4 } )$$

$(\Delta T)_{\text{total}}$  = diferença de temperatura entre os fluidos

$h_i, h_e$  = coeficientes de película dos fluidos interno e externo

$A_i, A_e$  = áreas superficiais interna e externa dos tubos

$R_{\text{cond}}$  = resistência térmica a condução nos tubos

Considerando que a resistência térmica a convecção na parede dos tubos de um trocador é desprezível ( tubos de parede fina e de metal ), a equação 7.4 pode ser reescrita da seguinte forma :

$$\dot{q} = \frac{A_e \cdot (\Delta T)_{\text{total}}}{\frac{A_e}{h_i \cdot A_i} + \frac{1}{h_e}} \quad (\text{ eq. 7.5 } )$$

Como o objetivo do equipamento é facilitar a troca de calor, os tubos metálicos usados são de parede fina (  $r_i \approx r_e$  ). Portanto, as áreas das superfícies interna e externa dos tubos são aproximadamente iguais, ou seja,  $A_i \approx A_e$ . Assim, temos que :

$$\dot{q} = \frac{A_e \cdot (\Delta T)_{total}}{\frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_e}} \quad (\text{eq. 7.6})$$

O coeficiente global de transferência de calor em um trocador (  $U_C$  ) é definido assim :

$$U_C = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_e}} \quad (\text{eq. 7.7})$$

A equação 7.7 pode ser colocada na seguinte forma :

$$\frac{1}{U_C} = \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_e} \quad (\text{eq. 7.8})$$

Levando a equação 7.7 na equação 7.6 a expressão para a transferência de calor em um trocador fica assim :

$$\dot{q} = U_C \cdot A_e \cdot (\Delta T)_{total} \quad (\text{eq. 7.9})$$

Como visto anteriormente, o  $\Delta T$  em um trocador de calor é representado pela média logarítmica das diferenças de temperatura ( MLDT ). Portanto, a equação 7.6 pode ser rescrita da seguinte maneira :

$$\dot{q} = U_C \cdot A_e \cdot (\text{MLDT}) \quad (\text{eq. 7.10})$$

## 7.5. FATOR DE FULIGEM (INCRUSTAÇÃO)

Com o tempo, vão se formando incrustações nas superfícies de troca de calor por dentro e por fora dos tubos. Estas incrustações (sujeira ou corrosão) vão significar uma resistência térmica adicional à troca de calor. Como o fluxo é dado por

$$\dot{q} = \frac{\text{potencial térmico}}{\text{soma das resistências}}$$

é evidente que esta resistência térmica adicional deve aparecer no denominador da equação 7.4. Esta resistência térmica adicional ( simbolizada por  $R_d$  ) é denominada fator fuligem. Desenvolvendo raciocínio similar, obtemos :

$$\dot{q} = \frac{A_e \cdot (\Delta T)_{total}}{\frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_e} + R_d} \quad (\text{eq. 7.11})$$

onde,  $R_d = R_{di} + R_{de}$  e  $R_d$  = fator fuligem  $\left\{ \begin{array}{l} R_{di} = \text{fator fuligem interno} \\ R_{de} = \text{fator fuligem externo} \end{array} \right.$

Não se pode prever a natureza das incrustações e nem a sua velocidade de formação. Portanto, o fator fuligem só pode ser obtido por meio de testes em condições reais ou por experiência. No

sistema métrico, a unidade de fator fuligem, que pode ser obtida a partir da equação 7.10, é dada em ( h.m<sup>2</sup>.°C/Kcal ). Entretanto é comum a não utilização de unidades ao se referir ao fator fuligem. A tabela 7.1 ilustra, no sistema métrico, fatores fuligem associados com alguns fluidos utilizados industrialmente.

Tabela 7.1. Fatores fuligem normais de alguns fluidos industriais

Tipo de Fluido	Fator Fuligem ( h.m <sup>2</sup> .°C/Kcal )
Água do mar	0,0001
Vapor d'água	0,0001
Líquido refrigerante	0,0002
Ar industrial	0,0004
Óleo de têmpera	0,0008
Óleo combustível	0,001

O coeficiente global de transferência de transferência de calor, levando em conta o acúmulo de fuligem, ou seja "sujo", é obtido por analogia :

$$U_D = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_e} + R_d} = \frac{1}{\frac{1}{U_C} + R_d} \quad (\text{eq. 7.12})$$

A equação 7.12 pode ser colocada na seguinte forma :

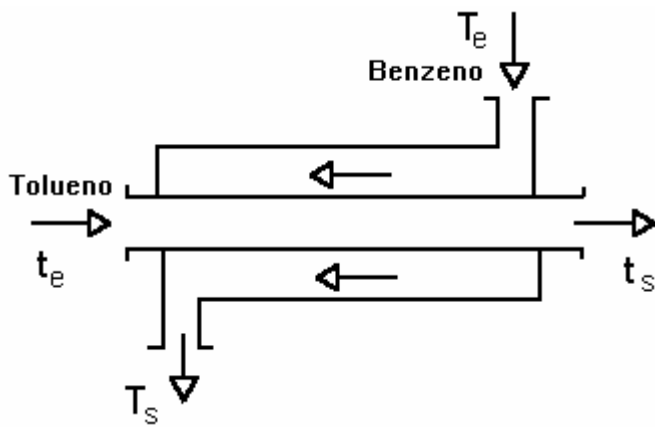
$$\frac{1}{U_D} = \frac{1}{U_C} + R_d = \frac{1}{U_C} + R_{di} + R_{de} \quad (\text{eq. 7.13})$$

Portanto, a transferência de calor em um trocador, considerando o coeficiente global "sujo" ( U<sub>D</sub> ) é dada pela seguinte expressão :

$$\dot{q} = U_D \cdot A_e \cdot (\text{MLTD}) \quad (\text{eq. 7.14})$$

**Exercício 7.2.** É desejável aquecer 9820 lb/h de benzeno ( c<sub>p</sub> = 0,425 Btu/lb.°F ) de 80 a 120 °F utilizando tolueno ( c<sub>p</sub> = 0,44 Btu/lb.°F ), o qual é resfriado de 160 para 100 °F. Um fator de fuligem de 0,001 deve ser considerado para cada fluxo e o coeficiente global de transferência de calor "limpo" é 149 Btu/h.ft<sup>2</sup>.°F. Dispõe-se de trocadores bitubulares de 20 ft de comprimento equipados com tubos área específica de 0,435 ft<sup>2</sup>/ft.

- Qual a vazão de tolueno necessária?
- Quantos trocadores são necessários?



Fluido Quente: Tolueno

$$c_{p_t} = 0,44 \text{ Btu/lb.}^{\circ}\text{F} \quad R_{d_i} = 0,001$$

$$t_e = 160^{\circ}\text{F} \quad t_s = 100^{\circ}\text{F}$$

Fluido Frio: Benzeno

$$c_{p_b} = 0,425 \text{ Btu/lb.}^{\circ}\text{F} \quad R_{d_i} = 0,001$$

$$T_e = 80^{\circ}\text{F} \quad T_s = 120^{\circ}\text{F}$$

$$U = 149 \text{ Btu/h. ft}^2.^{\circ}\text{F} \quad A_{esp} = 0,435 \text{ ft}^2/\text{ft}$$

a) A vazão de tolueno pode ser obtida realizando um balanço térmico :

Calor cedido = Calor recebido

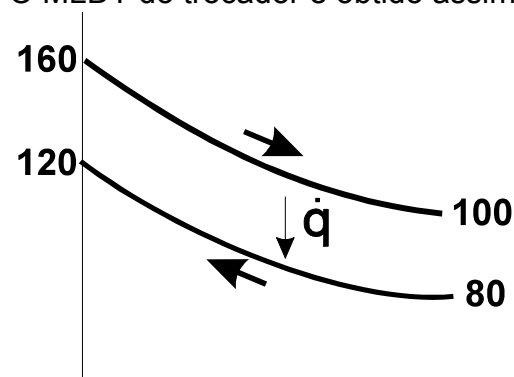
$$\dot{m}_t \cdot c_{p_t} \cdot (t_e - t_s) = \dot{m}_b \cdot c_{p_b} \cdot (T_s - T_e)$$

$$\dot{m}_t \times 0,44 \times (160 - 100) = 167000$$

$$\dot{m}_t \times 0,44 \times (160 - 100) = 9820 \times 0,425 \times (120 - 80)$$

$$\boxed{\dot{m}_t = 6330 \text{ lb/h}}$$

b) Para obter o número de trocadores é necessário calcular a área de troca de calor necessária. O MLDT do trocador é obtido assim :



$$\Delta T_{\max} = 160 - 120 = 40^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta T_{\min} = 100 - 80 = 20^{\circ}\text{C}$$

$$MLDT = \frac{\Delta T_{\max} - \Delta T_{\min}}{\ln\left(\frac{\Delta T_{\max}}{\Delta T_{\min}}\right)} = \frac{40 - 20}{\ln\left(\frac{40}{20}\right)}$$

$$MLDT = 28,8^{\circ}\text{C}$$

Cálculo do coeficiente global considerando o fator fuligem ( sujo ) :

$$\frac{1}{U_D} = \frac{1}{U_C} + R_{d_i} + R_{d_e} = \frac{1}{149} + 0,001 + 0,001 \quad \Rightarrow \quad U_D = 115 \text{ Btu/h. ft}^2.^{\circ}\text{F}$$

Cálculo da área de troca de calor :

$$\dot{q} = U_D \cdot A_e \cdot (MLTD) \quad \Rightarrow \quad A_e = \frac{\dot{q}}{U_D \cdot (MLDT)}$$

O calor trocado é igual ao calor recebido pelo benzeno, portanto :



$$A_e = \frac{167000}{115 \times 28,8} = 50,5 m^2$$

São necessários 50,5 m<sup>2</sup> de área de troca de calor. Como os tubos do trocador dispõem de uma área por unidade de comprimento conhecida, é possível calcular o comprimento de tubo necessário :

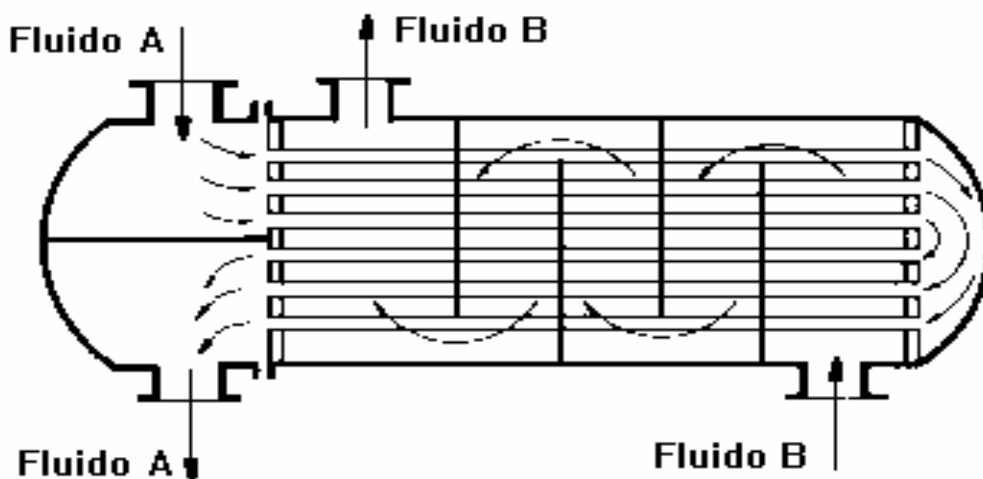
$$L = \frac{A_e}{A_{esp}} = \frac{50,5 \text{ ft}^2}{0,435 \text{ ft}^2/\text{ft}} = 116 \text{ ft}$$

Como cada trocador tem tubos de 20 ft de comprimento, o número de trocadores é :

$$n = \frac{116}{20} = 5,8 \quad \Rightarrow \quad \boxed{n = 6 \text{ trocadores}}$$

## 7.6. FLUXO DE CALOR PARA TROCADORES COM MAIS DE UM PASSE

Em trocadores tipo TC-1.1 é fácil identificar a diferença de temperatura entre fluidos nos terminais. No entanto, não é possível determinar estes valores em trocadores com mais de um passe nos tubos e/ou casco. A figura 7.10 mostra um trocador do tipo TC-1.2



[ figura 7.10 ]

Neste caso as temperaturas das extremidades nos passes intermediários são desconhecidas. Em casos assim, o MLDT deve ser calculada como se fosse para um TC 1-1, trabalhando em correntes opostas, e corrigida por um fator de correção ( $F_T$ ).

$$MLDT^c = MLDT \cdot F_T \quad (\text{eq. 7.15})$$

Assim, a equação do fluxo de calor em um trocador "sujo", torna-se :

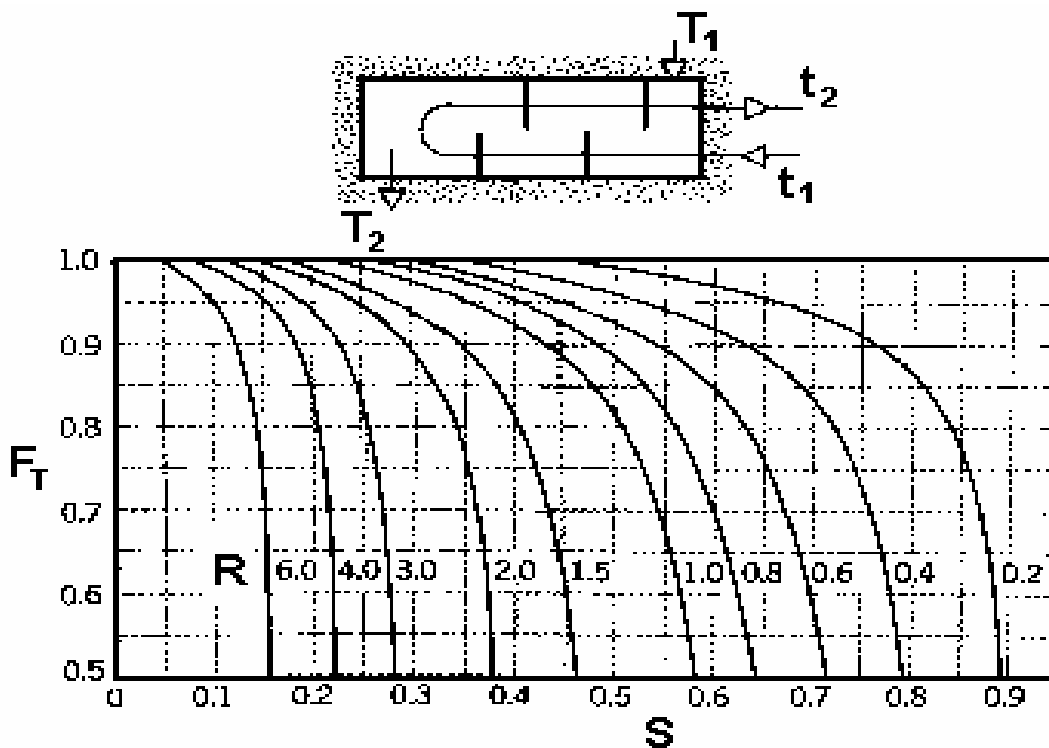
$$\dot{q} = U_D \cdot A_e \cdot MLDT \cdot F_T \quad (\text{eq. 7.16})$$

Os valores do fator  $F_T$  são obtidos em ábacos em função das razões adimensionais S e R. Para cada configuração de trocador existe um ábaco do tipo mostrado na figura 7.11.

$$S = \frac{t_2 - t_1}{T_1 - t_1} \quad \text{e} \quad R = \frac{T_1 - T_2}{t_2 - t_1} \quad (\text{eq. 7.17})$$

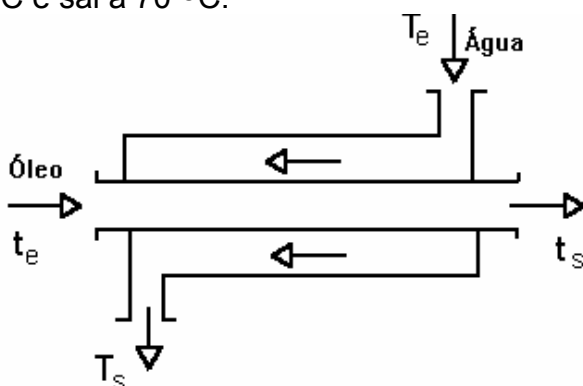
onde,  $t_1$  = temperatura de entrada do fluido dos tubos  
 $t_2$  = temperatura de saída do fluido dos tubos  
 $T_1$  = temperatura de entrada do fluido do casco  
 $T_2$  = temperatura de saída do fluido do casco

Para cada valor calculados de  $S$  ( em abcissas ) e cada curva  $R$  ( interpolada ou não ), na figura 7.11, obtém-se um valor para  $F_T$  ( em ordenadas ). O valor máximo de  $F_T$  é igual a 1, ou seja, a diferença média de temperatura corrigida ( MLDT<sub>C</sub> ) pode ser no máximo igual ao MLDT calculado para um TC-1.1. Isto se deve a menor eficiência da troca de calor em correntes paralelas, pois quando se tem mais de um passe ocorrem simultaneamente os dois regimes de escoamento. Deve-se portanto conferir (no projeto) se esta queda de rendimento na troca de calor é compensada pelo aumento dos valores do coeficiente de película nos trocadores multipasse.



[ figura 7.11 ]

**Exercício 7.3.** Em um trocador de calor duplo tubo 0,15 Kg/s de água (  $c_p=4,181$  KJ/Kg.K ) é aquecida de 40 °C para 80 °C. O fluido quente é óleo e o coeficiente global de transferência de calor para o trocador é 250 W/m<sup>2</sup>.K . Determine a área de troca de calor, se o óleo entra a 105 °C e sai a 70 °C.



Fluido Quente : Óleo

$$t_e = 105^\circ C \quad t_s = 70^\circ C$$

Fluido Frio : Água

$$T_e = 40^\circ C \quad T_s = 80^\circ C$$

$$m_{H_2O} = 0,15 \text{ Kg/s}$$

$$c_p = 4,181 \text{ KJ/Kg.K}$$

$$U = 250 \text{ W/m}^2.K$$

Balço Térmico :

O calor recebido pela água é :

$$\dot{q} = m_{H_2O} \cdot c_p \cdot (T_s - T_e) = 0,15(Kg/s) \times 4,181(KJ/Kg.K) \times [(80 - 40)K]$$

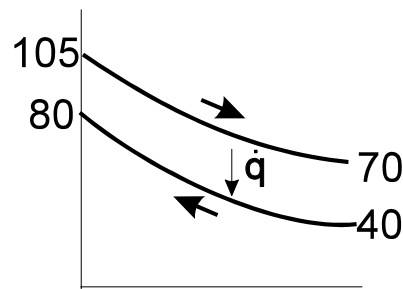
$$\dot{q} = 25,1KJ/s = 25,1KW = 25100W$$

Cálculo do MLDT :

$$\Delta T_{\min} = 105 - 80 = 25 K$$

$$\Delta T_{\max} = 70 - 40 = 30 K$$

$$MLDT = \frac{\Delta T_{\max} - \Delta T_{\min}}{\ln\left(\frac{\Delta T_{\max}}{\Delta T_{\min}}\right)} = \frac{30 - 25}{\ln\left(\frac{30}{25}\right)} = 27,42K$$

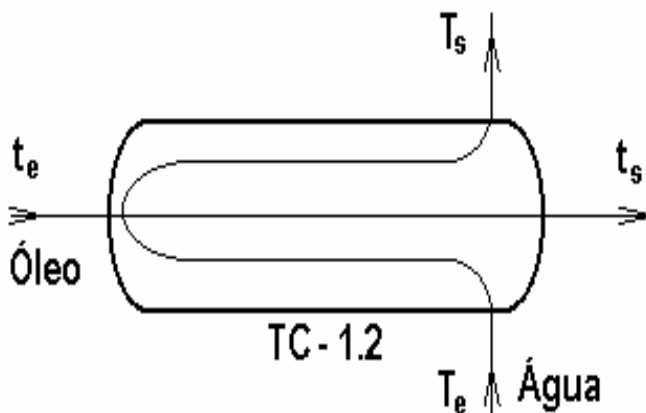


Cálculo da Área de Troca de Calor :

$$\dot{q} = U_c \cdot A_e \cdot (MLDT) \Rightarrow A_e = \frac{\dot{q}}{U_c \cdot (LMTD)} = \frac{25100W}{250\left(\frac{W}{m^2.K}\right) \times 27,42K}$$

$$A_e = 3,66 m^2$$

**Exercício 7.4.** Em um trocador casco-tubos ( TC- 1.2 ), 3000 lb/h de água (  $c_p=1$  Btu/lb.°F ) é aquecida de 55 °F para 95°F, em dois passes pelo casco, por 4415 lb/h de óleo (  $c_p=0,453$  Btu/lb.°F ) que deixa o trocador a 140°F, após um passe pelos tubos. Ao óleo está associado um coef. de película de 287,7 Btu/h.ft<sup>2</sup>.°F e um fator fuligem de 0,005 e à água está associado um coef. de película de 75 Btu/h.ft<sup>2</sup>.°F e um fator fuligem de 0,002. Considerando que para o trocador o fator de correção é  $F_T=0,95$ , determine o número de tubos de 0,5" de diâmetro externo e 6 ft de comprimento necessários para o trocador.



Fluido Frio (água) :  $h_e = 75 Btu/h.ft^2.°F$

$T_e = 55 °F$      $T_s = 95°F$      $R_{de} = 0,002$

$\dot{m}_a = 3000 lb/h$      $c_{p_a} = 1 Btu/lb.°F$

Fluido Quente (óleo) :  $h_i = 287,7 Btu/h.ft^2.°F$

$t_e = ?$      $t_s = 140°F$      $R_{di} = 0,005$

$\dot{m}_o = 4415 lb/h$      $c_{p_o} = 0,453 Btu/lb.°F$

TC - 1.2  $\rightarrow F_T = 0,95$

Balanco Térmico :

O calor recebido pela água é :

$$\dot{q} = \dot{m} \cdot c_p \cdot (T_s - T_e) = (3000lb/h) \times (1Btu/lb.°F) \times [(95 - 55)°F] = 120000Btu/h$$

Este calor é fornecido pelo óleo :

$$\dot{q} = \dot{m} \cdot c_{p_o} \cdot (t_e - t_s) \Rightarrow 120000 = (4415 \text{ lb/h}) \times (0,453 \text{ Btu/lb} \cdot ^\circ\text{F}) \times [(t_e - 140)^\circ\text{F}]$$

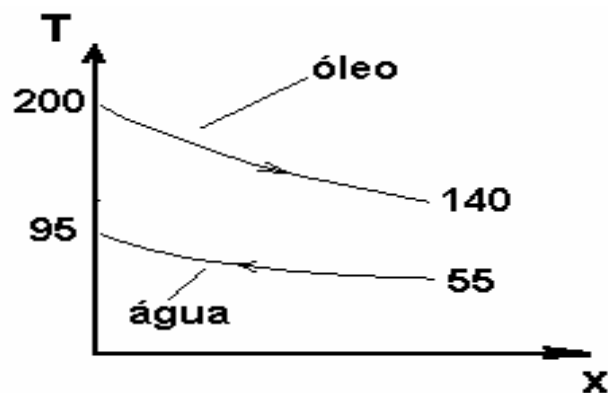
de onde obtemos:  $t_e = 200^\circ\text{F}$

Cálculo do MLDT :

$$\Delta T_{\max} = 200^\circ\text{F} - 95^\circ\text{F} = 105^\circ\text{F}$$

$$\Delta T_{\min} = 140^\circ\text{F} - 55^\circ\text{F} = 85^\circ\text{F}$$

$$MLDT = \frac{\Delta T_{\max} - \Delta T_{\min}}{\ln\left(\frac{\Delta T_{\max}}{\Delta T_{\min}}\right)} = \frac{105 - 85}{\ln\left(\frac{105}{85}\right)} = 94,65^\circ\text{F}$$



Cálculo do Coeficiente Global :

$$\frac{1}{U_d} = \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_e} + R_{di} + R_{de} = \frac{1}{287,7} + \frac{1}{75} + 0,005 + 0,002 = 0,02381 \Rightarrow U_d = 42 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F}$$

Cálculo da Área de Troca de Calor e Número de Tubos Necessários :

$$\dot{q} = U_d \cdot A_e \cdot (LMTD) \cdot F_T \Rightarrow A_e = \frac{\dot{q}}{U_d \cdot (LMTD) \cdot F_T} = \frac{120000}{42 \times 94,65 \times 0,95} = 31,77 \text{ m}^2$$

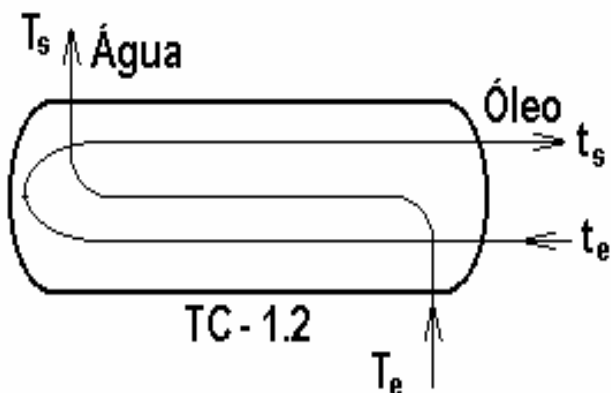
$$\text{tubos disponíveis} \rightarrow r_e = \frac{0,5''}{2} = \frac{0,25}{12} \text{ ft} = 0,02083 \text{ ft} \quad \text{e} \quad L = 6 \text{ ft}$$

$$n = \frac{\text{área necessária}}{\text{área por tubo}} = \frac{A_e}{2 \cdot \square \cdot r_e \cdot L} = \frac{31,77}{2 \times \square \times 0,02083 \times 6} = 40,51$$

$$n = 41 \text{ tubos}$$

**Exercício 7.5.** Em um trocador de calor multitubular ( TC-1.2 com  $F_T=0,95$  ), água (  $c_p=4,188$  KJ/Kg.K ) com coef. de película  $73,8 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$  passa pelo casco em passe único, enquanto que óleo (  $c_p= 1,897$  KJ/Kg.K ) com coef. de película  $114 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$  dá dois passes pelos tubos. A água flui a  $23 \text{ Kg/min}$  e é aquecida de  $13^\circ\text{C}$  para  $35^\circ\text{C}$  por óleo que entra a  $94^\circ\text{C}$  e deixa o trocador a  $60^\circ\text{C}$ . Considerando fator fuligem de  $0,001$  para a água e de  $0,003$  para o óleo, pede-se :

- A vazão mássica de óleo
- A área de troca de calor necessária para o trocador
- O número de tubos de  $0,5''$  de diâmetro externo e  $6 \text{ m}$  de comprimento necessários



Fluido Frio (água) :  $h_e = 73,8 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$

$T_e = 13^\circ \text{C}$      $T_s = 35^\circ \text{C}$      $R_{de} = 0,001$

$\dot{m}_a = 23 \text{ Kg/min}$      $c_{pa} = 4,188 \text{ KJ/Kg} \cdot \text{K}$

Fluido Quente (óleo) :  $h_i = 114 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$

$t_e = 94^\circ \text{C}$      $t_s = 60^\circ \text{C}$      $R_{di} = 0,003$

a) Balanço Térmico :

O calor recebido pela água é :

$$\dot{q} = \dot{m}_a \cdot c_{pa} \cdot (T_s - T_e) = [23(\text{Kg/min}) \times 1/60(\text{min/s})] \times (4,188 \text{ KJ/Kg} \cdot \text{K}) \times [(35 - 13)\text{K}] = 35,319 \text{ KW} = 35319 \text{ W}$$

$$\dot{m}_o \cdot c_{po} \cdot (t_e - t_s) = \dot{q} \Rightarrow \dot{m}_o = \frac{\dot{q}}{c_{po} \cdot (t_e - t_s)} = \frac{35,319 \text{ KJ/s}}{1,897 \left( \frac{\text{KJ}}{\text{Kg} \cdot \text{K}} \right) \times [(94 - 60)\text{K}]} = 0,5476 \text{ Kg/s}$$

Do calor fornecido pelo óleo, obtemos :

$$\dot{q} = \dot{m}_o \cdot c_{po} \cdot (t_e - t_s) \Rightarrow \dot{m}_o = \frac{\dot{q}}{c_{po} \cdot (t_e - t_s)} = \frac{35,319 \text{ KJ/s}}{1,897 \left( \frac{\text{KJ}}{\text{Kg} \cdot \text{K}} \right) \times [(94 - 60)\text{K}]} = 0,5476 \text{ Kg/s}$$

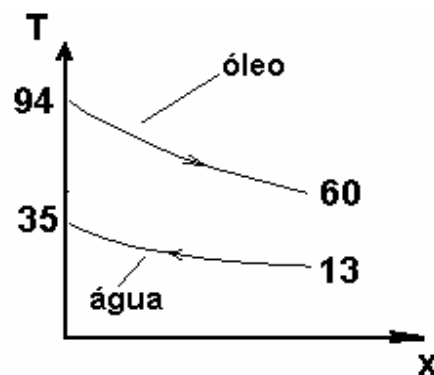
$$\dot{q} = 32,856 \text{ Kg/min}$$

b) Cálculo do MLDT (calculado como se fosse um TC-1.1 em correntes opostas) :

$$\Delta T_{\max} = 90 - 35 = 59 \text{ K}$$

$$\Delta T_{\min} = 60 - 13 = 47 \text{ K}$$

$$MLDT = \frac{\Delta T_{\max} - \Delta T_{\min}}{\ln \left( \frac{\Delta T_{\max}}{\Delta T_{\min}} \right)} = \frac{59 - 47}{\ln \left( \frac{59}{47} \right)} = 52,77 \text{ K}$$



Cálculo do Coeficiente Global :

$$\frac{1}{U_d} = \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_e} + R_{di} + R_{de} = \frac{1}{114} + \frac{1}{73,8} + 0,003 + 0,001 \Rightarrow U_d = 38 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

Cálculo da Área de Troca de Calor e Número de Tubos Necessários :

$$\dot{q} = U_d \cdot A_e \cdot (LMTD) \cdot F_T \Rightarrow A_e = \frac{\dot{q}}{U_d \cdot (LMTD) \cdot F_T} = \frac{35319}{38 \times 52,77 \times 0,95}$$

$$A_e = 18,54 \text{ m}^2$$

c) Cálculo do número de tubos :

$$\text{tubos disponíveis} \rightarrow r_e = \frac{0,5''}{2} = 0,25 \times 0,0254 \text{ m} = 0,00635 \text{ m} \quad \text{e} \quad L = 6 \text{ m}$$

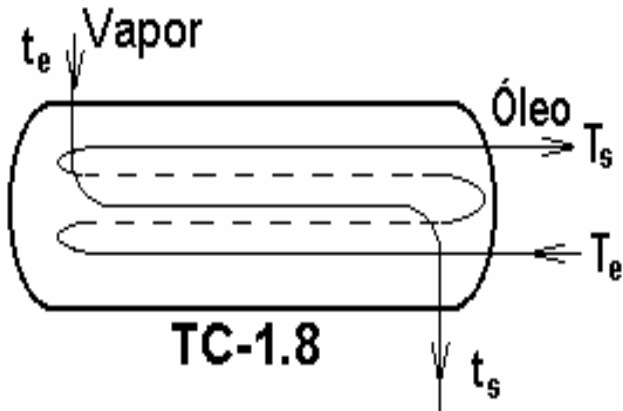
$$n = \frac{\text{área necessária}}{\text{área por tubo}} = \frac{A_e}{2 \cdot \square \cdot r_e \cdot L} = \frac{18,54}{2 \times \square \times 0,00635 \times 6} = 77,44$$

$$n = 78 \text{ tubos}$$

**Exercício 7.6.** O aquecimento de um óleo leve ( $c_p = 0,8 \text{ Kcal/Kg} \cdot ^\circ \text{C}$ ) de  $20^\circ \text{C}$  até  $120^\circ \text{C}$  está sendo feito usando um trocador multitubular tipo **TC-1.8** ( $F_T = 0,8$ ) com um total de 80 tubos ( $\text{AE}_i = 1,87''$  e  $\text{AE}_e = 2''$ ) de 3m de comprimento. Vapor d'água a  $133^\circ \text{C}$  ( $D_{H_v} = 516 \text{ Kcal/Kg}$ ) e vazão de  $2650 \text{ Kg/h}$  está sendo usado para aquecimento, condensando no interior do casco. Considerando coeficientes de película de  $2840 \text{ Kcal/h} \cdot \text{m}^2 \cdot ^\circ \text{C}$  para o óleo e de  $5435 \text{ Kcal/h} \cdot \text{m}^2 \cdot ^\circ \text{C}$  para o vapor e que a densidade do óleo é  $0,75 \text{ Kg/dm}^3$ , pede-se :

a) O fator fuligem do trocador;

b) A velocidade do óleo nos tubos do trocador.



Fluido Quente: Vapor em condensação

$$t_e = 133^\circ C \quad t_s = 133^\circ C \quad \dot{m}_{\text{vapor}} = 2650 \text{ Kg/h}$$

$$\Delta H_v = 516 \text{ Kcal/Kg} \quad h_{\text{vapor}} = 5435 \text{ Kcal/h.m}^2 \cdot ^\circ C$$

Fluido Frio: Óleo leve

$$T_e = 20^\circ C \quad T_s = 120^\circ C$$

$$c_{p_{\text{óleo}}} = 0,8 \text{ Kcal/Kg} \cdot ^\circ C \quad h_{\text{óleo}} = 2840 \text{ Kcal/h.m}^2 \cdot ^\circ C$$

$$\rho_{\text{óleo}} = 0,75 \text{ Kg/dm}^3 = 0,75 \times 10^3 \text{ Kg/m}^3$$

a) No trocador os tubos dão 8 passes. Portanto, em cada passe existe um feixe de 10 tubos :

$$n = 80 \text{ tubos} \quad n' = \frac{80}{8} = 10 \text{ tubos por passe}$$

$$r_i = 1,87''/2 = 0,935'' = 0,0237 \text{ m}$$

$$r_e = 2''/2 = 1'' = 0,0254 \text{ m}$$

$$L = 3 \text{ m}$$

Balço Térmico :

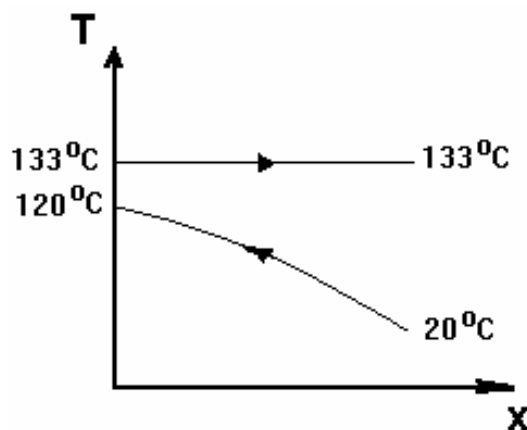
$$\dot{q}_c = \dot{q}_r$$

$$\dot{m}_{\text{vapor}} \cdot \Delta H_v = \dot{m}_{\text{óleo}} \cdot c_{p_{\text{óleo}}} \cdot (T_s - T_e)$$

$$1367400 = \dot{m}_{\text{óleo}} \times 0,8 \times (120 - 20)$$

$$\dot{m}_{\text{óleo}} = 17092,5 \text{ Kg/h}$$

Cálculo do MLDT :



$$\Delta T_{\text{max}} = 133 - 20 = 113^\circ C$$

$$\Delta T_{\text{min}} = 133 - 120 = 13^\circ C$$

$$MLDT = \frac{\Delta T_{\text{max}} - \Delta T_{\text{min}}}{\ln\left(\frac{\Delta T_{\text{max}}}{\Delta T_{\text{min}}}\right)} = \frac{113 - 13}{\ln\left(\frac{113}{13}\right)} = 46,2^\circ C$$

Cálculo do  $U_D$  :

$$A_e = (2 \cdot \pi \cdot r_e \cdot L) \cdot n = 2 \times \pi \times 0,0254 \times 3 \times 80 = 38,3 \text{ m}^2$$

$$\dot{q} = U_D \cdot A_e \cdot LMTD \cdot F_T \Rightarrow U_D = \frac{\dot{q}}{A_e \cdot LMTD \cdot F_T} = \frac{1367400}{38,3 \times 46,2 \times 0,8} = 966 \text{ Kcal/h.m}^2 \cdot ^\circ C$$

$$\frac{1}{U_D} = \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_e} + R_d \Rightarrow R_d = \frac{1}{U_D} - \frac{1}{h_i} - \frac{1}{h_e} = \frac{1}{966} - \frac{1}{2840} - \frac{1}{5435}$$

$$R_d = 0,0005$$

b) Cálculo da velocidade do óleo :

Área transversal dos tubos por onde passa o óleo :  $A_t = (\pi \cdot r_i^2) \cdot n' = [\pi \times (0,0237)^2] \times 10 = 0,0176 \text{ m}^2$

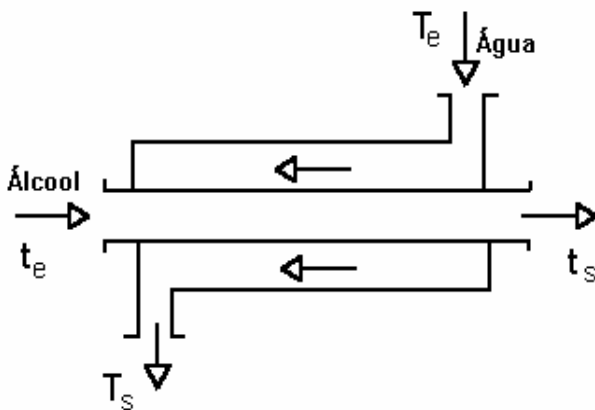
$$\dot{m}_{\text{óleo}} = \rho_{\text{óleo}} \cdot v_{\text{óleo}} \cdot A \Rightarrow v_{\text{óleo}} = \frac{\dot{m}_{\text{óleo}}}{\rho_{\text{óleo}} \cdot A} = \frac{17092,5 (\text{Kg/h})}{0,75 \times 10^3 (\text{Kg/m}^3) \times 0,0176} = 1294,9 \text{ m/h}$$

$$v_{\text{óleo}} = 1294,9 \text{ m/h} = 21,6 \text{ m/min} = 0,36 \text{ m/s}$$

**Exercício 7.7.** Um trocador de calor deve ser construído para resfriar 25000 Kg/h de álcool ( $c_p = 0,91 \text{ Kcal/Kg.}^\circ\text{C}$ ) de  $65^\circ\text{C}$  para  $40^\circ\text{C}$ , utilizando 30000 Kg/h de água ( $c_p = 1 \text{ Kcal/Kg.}^\circ\text{C}$ ) que está disponível a  $15^\circ\text{C}$ . Admitindo coeficiente global (sujo) de transferência de calor de  $490 \text{ Kcal/h.m}^2.\text{}^\circ\text{C}$ , determinar :

a) O comprimento do trocador tipo duplo tubo necessário, considerando que o diâmetro externo do tubo interno é 100 mm;

b) O número de tubos ( $\varnothing_e = 25 \text{ mm}$ ) necessários para um trocador multitubular tipo **TC-1.2** com  $F_T = 0,9$  e 7 m de comprimento.



Fluido Quente : Álcool ( $c_p = 0,91 \text{ Kcal/Kg.}^\circ\text{C}$ )

$$t_e = 65^\circ\text{C} \quad t_s = 40^\circ\text{C} \quad \dot{m}_{\text{álcool}} = 25000 \text{ Kg/h}$$

Fluido Frio : Água ( $c_p = 1,0 \text{ Kcal/Kg.}^\circ\text{C}$ )

$$T_e = 15^\circ\text{C} \quad T_s = ? \quad \dot{m}_{\text{água}} = 30000 \text{ Kg/h}$$

$$U_D = 490 \text{ Kcal/h.m}^2.\text{}^\circ\text{C}$$

$$\text{Duplo tubo : } \varnothing_e = 100 \text{ mm} = 0,1 \text{ m}$$

$$\text{TC-1.2 : } \varnothing_e = 25 \text{ mm} = 0,025 \text{ m}$$

a) A área de troca de calor é a área externa do tubo interno do trocador duplo tubo

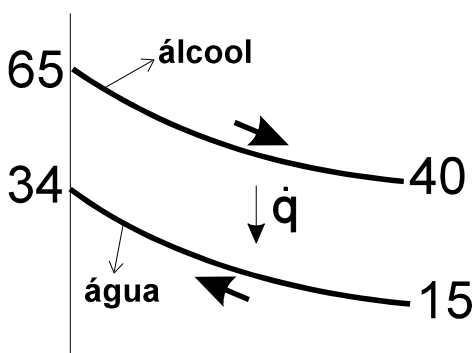
Cálculo do calor trocado :

$$\dot{q} = \dot{m}_{\text{álcool}} \cdot c_p \cdot (T_e - T_s) = 25000 \times 0,91 \times (65 - 40) = 568750 \text{ Kcal/h}$$

Cálculo da temperatura de saída da água :

$$\dot{q} = \dot{m}_{\text{água}} \cdot c_p \cdot (t_e - t_s) \Rightarrow 568750 = 30000 \times 1,0 \times (t_s - 15) \Rightarrow t_s = 34^\circ\text{C}$$

Cálculo do LMTD :



$$\Delta T_{\text{max}} = 65 - 34 = 31^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{\text{min}} = 40 - 15 = 25^\circ\text{C}$$

$$LMTD = \frac{\Delta T_{\text{max}} - \Delta T_{\text{min}}}{\ln\left(\frac{\Delta T_{\text{max}}}{\Delta T_{\text{min}}}\right)} = \frac{31 - 25}{\ln\left(\frac{31}{25}\right)} = 27,9^\circ\text{C}$$

Cálculo da área de troca de calor :

$$\dot{q} = U_D \cdot A_e \cdot LMTD \Rightarrow A_e = \frac{\dot{q}}{U_D \cdot LMTD} = \frac{568750}{490 \times 27,9} = 41,6 \text{ m}^2$$

Esta área é a área externa do tubo interno. Portanto, seu comprimento é :

$$A_e = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot L \Rightarrow L = \frac{A_e}{2 \cdot \pi \cdot r} = \frac{A_e}{2 \cdot \pi \cdot \frac{\varnothing}{2}} = \frac{41,6}{2 \times \pi \times 0,1/2}$$

$$L = 132,4 \text{ m}$$

b) No caso de se utilizar um TC-1.2 o LMTD, como calculado anteriormente deve ser corrigido através do fator  $F_T$  :

$$A_e = \frac{\dot{q}}{U_D \cdot LMTD \cdot F_T} = \frac{568750}{490 \times 27,9 \times 0,9} = 46,2 \text{ m}^2$$

O número de tubos de 7 m de comprimento é :

$$A_e = (2 \cdot \pi \cdot r \cdot L) \cdot n \Rightarrow n = \frac{A_e}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot L} = \frac{A_e}{2 \cdot \pi \cdot \frac{\varnothing_e}{2} \cdot L} = \frac{46,2}{2 \times \pi \times 0,025/2 \times 7}$$

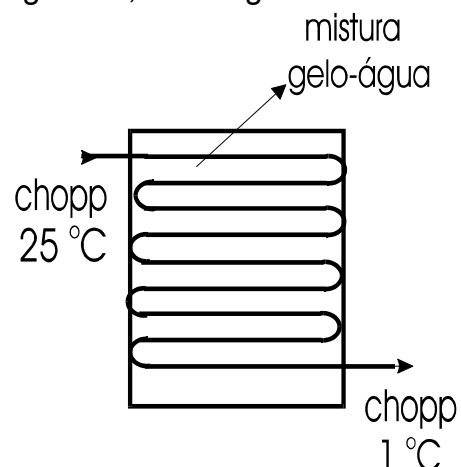
$$n = 84 \text{ tubos}$$

**Exercício 7.8.** Uma "máquina de chope" simplificada foi construída a partir de um trocador tipo serpentina. Este trocador consiste de uma caixa cúbica de 50 cm de lado, perfeitamente isolada externamente, onde foram dispostos 50 m de serpentina de 10 mm de diâmetro externo. A serpentina, por onde passa a chope, fica em contato com uma mistura gelo-água a 0 °C. Considerando os coef. de película interno e externo à serpentina iguais a 75 e 25 kcal/h.m<sup>2</sup>.°C, respectivamente, determinar :

a) o fluxo de calor transferido para a mistura água-gelo considerando que o chope entra a 25 °C e sai a 1 °C;

b) o número de copos de 300 ml que devem ser tirados em 1 hora para que a temperatura do chope se mantenha em 1 °C, considerando que o calor específico e a densidade do chope são iguais a 0,78 kcal/kg.°C e 1 Kg/dm<sup>3</sup>, respectivamente;

c) o tempo de duração do gelo, sabendo que, inicialmente, seu volume corresponde a 10 % do volume da caixa. A densidade e o calor latente de fusão do gelo são, respectivamente, 0,935 kg/l e 80,3 kcal/kg.



Trocador Serpentina  $\rightarrow L = 50 \text{ m} \quad \varnothing_e = 10 \text{ mm} = 0,01 \text{ m}$

Em caixa cúbica de 0,5m de lado  $\rightarrow V_{caixa} = (0,5)^3 = 0,125 \text{ m}^3$

Fluido Quente: Chopp

$t_e = 25^\circ \text{C} \quad t_s = 1^\circ \text{C} \quad h_i = 75 \text{ Kcal/h.m}^2 \cdot ^\circ \text{C}$

$c_{p \text{ chopp}} = 0,78 \text{ Kcal/Kg} \cdot ^\circ \text{C} \quad \rho_{\text{chopp}} = 1,0 \text{ Kg/dm}^3 = 1,0 \text{ Kg/l}$

Fluido Frio: Mistura água/gelo

$T_e = T_s = 0^\circ \text{C} \quad h_e = 25 \text{ Kcal/h.m}^2 \cdot ^\circ \text{C}$

$\rho_{\text{gelo}} = 935 \text{ Kg/m}^3 \quad \Delta H_{f \text{ gelo}} = 80,3 \text{ Kcal/Kg}$

a) O fluxo de calor do chope para a mistura água/gelo, considerando a serpentina um trocador de calor de passes únicos e "limpo", é :

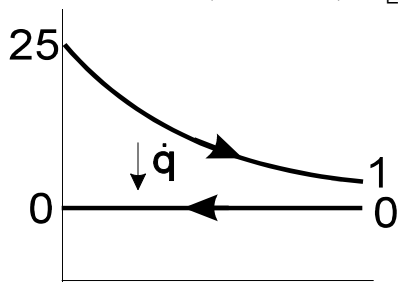
$$\dot{q} = U_C \cdot A_e \cdot MLDT$$

A determinação do coeficiente global transferência de calor "limpo" ( $U_C$ ), da área de transferência de calor ( $A_e$ ) e do MLDT é feita a partir dos dados fornecidos :



$$\frac{1}{U_c} = \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_e} = \frac{1}{75} + \frac{1}{25} \Rightarrow U_c = 18,75 \text{ Kcal/h.m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$A_e = (2 \cdot \pi \cdot r_e \cdot L) = \left( 2 \cdot \pi \cdot \frac{\varnothing_e}{2} \cdot L \right) = \left[ 2 \times \pi \times \left( \frac{0,01}{2} \right) \times 50 \right] = 1,57 \text{ m}^2$$



$$\Delta T_{\text{máx}} = 25 - 0 = 25 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{\text{mín}} = 1 - 0 = 1 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$MLDT = \frac{\Delta T_{\text{máx}} - \Delta T_{\text{mín}}}{\ln\left(\frac{\Delta T_{\text{máx}}}{\Delta T_{\text{mín}}}\right)} = \frac{25 - 1}{\ln\left(\frac{25}{1}\right)} = 7,46 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Portanto, o fluxo de calor trocado entre o chope e a mistura água/gelo é :

$$\dot{q} = U_c \cdot A_e \cdot MLDT = 18,75 \times 1,57 \times 7,46$$

$$\boxed{\dot{q} = 219,6 \text{ Kcal/h}}$$

b) O fluxo de calor trocado é cedido pelo chope. Então :

$$\dot{q} = \dot{m} \cdot c_p \cdot (t_e - t_s) \Rightarrow 219,6 = \dot{m} \times 0,78 \times (25 - 1) = 11,73 \text{ Kg/h}$$

Como a densidade do chope é igual à da água, temos que :  $\dot{q} = 11,73 \text{ l/h}$

A passagem desta vazão de chope pelo trocador garante que a temperatura de saída do chope seja 1 °C.

O volume de cada copo é :  $V_{\text{copo}} = 300 \text{ ml/copo} = 0,3 \text{ l/copo}$

Conhecendo a vazão horária de chope no trocador, obtemos o número de copos horários :

$$\dot{n} = \frac{\dot{m}}{V_{\text{copo}}} = \frac{11,73 \text{ (l/h)}}{0,3 \text{ (l/copo)}} = 39,1$$

$$\boxed{\dot{n} = 39 \text{ copos}}$$

c) O trocador é uma caixa cúbica e, inicialmente, 10 % do volume da mesma é gelo, então :

$$V_{\text{gelo}} = 0,1 \times V_{\text{caixa}} = 0,1 \times (0,5)^3 = 0,0125 \text{ m}^3$$

Utilizando a densidade do gelo podemos obter a massa de gelo :

$$M_{\text{gelo}} = \rho_{\text{gelo}} \cdot V_{\text{gelo}} = 935 \text{ Kg/m}^3 \times 0,0125 \text{ m}^3 = 11,68 \text{ Kg}$$

A quantidade de calor que esta massa de gelo é capaz de absorver do chope é obtida a partir do calor latente de fusão do gelo :

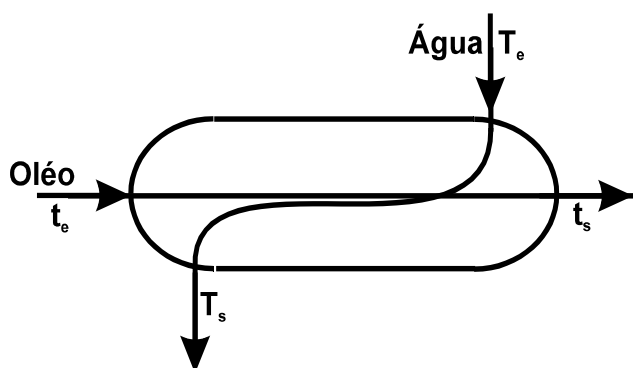
$$Q = \Delta H_{f_{\text{gelo}}} \cdot M_{\text{gelo}} = 80,3 \text{ Kcal/Kg} \times 11,68 \text{ Kg} = 938,71 \text{ Kcal}$$

Dispondo do fluxo de calor horário cedido pelo chope, obtemos o tempo de duração do gelo :

$$\dot{q} = \frac{Q}{t} \Rightarrow t = \frac{Q}{\dot{q}} = \frac{938,71 \text{ Kcal}}{219,6 \text{ Kcal/h}}$$

$$t = 4,27 \text{ h}$$

**Exercício 7.9.** Em um trocador **TC-1.1**, construído com 460 tubos de 6 m de comprimento e diâmetro externo de 3/4", 5616 Kg/h de óleo ( $c_p = 1,25 \text{ Kcal/Kg.}^\circ\text{C}$ ) é resfriado de  $80^\circ\text{C}$  para  $40^\circ\text{C}$ , por meio de água ( $c_p = 1,0 \text{ Kcal/Kg.}^\circ\text{C}$ ) cuja temperatura varia  $25^\circ\text{C}$  ao passar pelo trocador. O óleo passa pelos tubos e tem coeficiente de película de  $503,6 \text{ Kcal/h.m}^2.^\circ\text{C}$  e a água, que passa pelo casco, tem coeficiente de película de  $200 \text{ Kcal/h.m}^2.^\circ\text{C}$ . Esta previsto um fator fuligem de 0,013. Pede-se as temperaturas de entrada e saída da água.



Fluido Quente: Óleo

$$c_{p_o} = 1,25 \text{ Kcal/Kg.}^\circ\text{C} \quad \dot{m}_o = 5616 \text{ Kg/h}$$

$$t_e = 80^\circ\text{C} \quad t_s = 40^\circ\text{C} \quad h_i = 503,6 \text{ Kcal/h.m}^2.^\circ\text{C}$$

Fluido Frio : Água

$$c_{p_a} = 1,0 \text{ Kcal/Kg.}^\circ\text{C} \quad h_e = 200 \text{ Kcal/h.m}^2.^\circ\text{C}$$

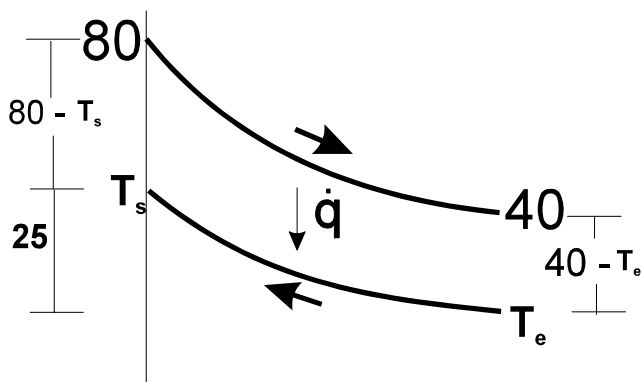
$$\Delta T \text{ da água no trocador} = 25^\circ\text{C}$$

$$R_d = 0,013 \quad n = 460 \text{ tubos} \quad L = 6 \text{ m}$$

Para o cálculo do MLDT devemos ter todas as temperaturas de entradas e saída dos fluidos. Entretanto, para a água temos apenas a sua variação de temperatura no trocador :

$$T_s - T_e = 25^\circ\text{C}$$

Esta equação permite eliminar uma temperatura incógnita, porém o MLDT ainda ficará em função da outra temperatura incógnita.



$$\Delta T_{máx} = 80 - T_s \quad \Delta T_{mín} = 40 - T_e$$

A variação de temp. da água é conhecida :

$$T_s - T_e = 25 \Rightarrow T_s = 25 - T_e$$

Colocando  $\Delta T_{máx}$  em função de  $T_e$  :

$$\Delta T_{máx} = 80 - T_s = 80 - (25 - T_e) = 55 - T_e$$

O MLDT agora ficará em função da temperatura de entrada da água no casco ( $T_e$ ) :

$$MLDT = \frac{\Delta T_{máx} - \Delta T_{mín}}{\ln\left(\frac{\Delta T_{máx}}{\Delta T_{mín}}\right)} = \frac{(55 - T_e) - (40 - T_e)}{\ln\left(\frac{55 - T_e}{40 - T_e}\right)} = \frac{15}{\ln\left(\frac{55 - T_e}{40 - T_e}\right)}$$

Cálculo da área de transferência de calor :

$$r_e = \frac{3}{4 \times 2} = \frac{3}{8} \times 0,0254 = 0,0095 \text{ m}$$

$$A_e = (2\pi \cdot r_e \cdot L) \cdot n = (2 \times \pi \times 0,0095 \times 6) \times 460 = 164,7 \text{ m}^2$$

Cálculo do calor cedido pelo óleo :

$$\dot{q} = \dot{m}_o \cdot c_{p_o} \cdot (t_e - t_s) = 5616 \times 1,25 \times (80 - 40) = 280800 \text{ Kcal/h}$$

Cálculo do coeficiente global "sujo" :

$$\frac{1}{U_D} = \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_e} + R_d = \frac{1}{503,6} + \frac{1}{200} + 0,013 \Rightarrow U_D = 50 \text{ Kcal/h.m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

Agora, levamos estes resultados na expressão do fluxo de calor em um trocador :

$$\dot{q} = U_D \cdot A_e \cdot MLDT \Rightarrow 280800 = 50 \times 164,7 \times \frac{15}{\ln\left(\frac{55 - T_e}{40 - T_e}\right)}$$

$$\ln\left(\frac{55 - T_e}{40 - T_e}\right) = \frac{123525}{280800} = 0,4399$$

Aplicado as propriedades dos logaritmos, obtemos :

$$e^{0,4399} = \frac{55 - T_e}{40 - T_e} \Rightarrow 1,5526 = \frac{55 - T_e}{40 - T_e} \Rightarrow 62,102 - 1,5526 \times T_e = 55 - T_e$$

$$\boxed{T_e = 12,8 \text{ } ^\circ\text{C}}$$

Através da variação da temperatura da água obtemos a sua temperatura de saída ( $T_s$ ) :

$$T_s = 25 + T_e \Rightarrow \boxed{T_s = 37,8 \text{ } ^\circ\text{C}}$$

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS :

**Exercício 7.10.** Um resfriador de óleo deve operar com uma entrada de 138 °F e uma saída de 103 °F, com a água de refrigeração entrando a 88 °F e saindo no máximo a 98 °F. Qual o MLDT para esta unidade considerando :

- trocador de calor bitubular com fluxos em correntes opostas;
- trocador de calor bitubular com fluxos em correntes paralelas;
- trocador casco-tubo tipo **TC-1.2**.

**Exercício 7.11.** Um trocador de calor multitubular, tipo **TC-1.1** deve ser construído para resfriar 800 kg/h de glicerina de calor específico 0,58 kcal/kg.°C e densidade 0,92 kg/dm<sup>3</sup> de 130 °C para 40 °C. Dispõe-se de 2 m<sup>3</sup>/h de água (  $c_p = 1,0 \text{ kcal/kg.}^\circ\text{C}$  ) a 25 °C. O coeficiente de película da glicerina é igual a 42 kcal/h.m<sup>2</sup>.°C e o da água, que circula dentro do tubos, tem valor de 30 kcal/h.m<sup>2</sup>.°C. O trocador de calor vai ser feito com tubos de 1" de diâmetro externo e 6 m de comprimento. É previsto um fator de incrustação de 0,025. Pede-se :

- a temperatura de saída da água;
- o número de tubos necessários.

**Exercício 7.12.** Em uma indústria 100 trocadores de calor casco-tubo ( **TC-1.1** ), cada um com 300 tubos de 25 mm de diâmetro interno, são utilizados para condensar um vapor a 50 °C, utilizando-se  $1,08 \times 10^8$  kg/h de água de refrigeração (  $c_p = 1$  Kcal/Kg.°C ) que entra nos trocadores a 20 °C. Sabendo-se que a taxa de transferência de calor nos trocadores é  $1,72 \times 10^9$  kcal/h e que o coeficiente global de transferência de calor é 3851,4 Kcal/h.m<sup>2</sup>.°C, calcule :  
a) a temperatura de saída da água de refrigeração;  
b) o comprimento dos trocadores.

**Exercício 7.13.** Em um trocador casco-tubos ( **TC-2.1** ), 3000 lb/h de água (  $c_p = 1$  Btu/lb.°F ) é aquecida de 55 °F para 95 °F, em dois passes pelo casco, por 4415 lb/h de óleo (  $c_p = 0,453$  Btu/lb.°F ) que deixa o trocador a 140 °F, após um passe pelos tubos. Ao óleo está associado um coeficiente de película de 287,7 Btu/h.ft<sup>2</sup>.°F e um fator fuligem de 0,005 e à água está associado um coeficiente de película de 75 Btu/h.ft<sup>2</sup>.°F e um fator fuligem de 0,002. Considerando que para o trocador o fator de correção é  $F_T = 0,95$ , determine o número de tubos de 0,5" de diâmetro externo e 6 ft de comprimento necessários para o trocador.

**Exercício 7.14.** Necessita-se projetar uma unidade capaz de resfriar 180000 lb/h de um óleo leve (  $c_p = 0,48$  Btu /lb.°F ) a 200 °F, utilizando 130000 lb/h de água (  $c_p = 1,0$  Btu/lb.°F ) que se aquece de 65 °F a 118 °F. São disponíveis diversos trocadores multitubulares tipo **TC-1.1**, cada um deles com 25 ft de comprimento contendo 40 tubos de 1,05" de diâmetro externo. Considerando um coeficiente global limpo de 82 Btu/h.ft.°F e um fator de fuligem de 0,001 tanto para o óleo como para a água, calcular o número de trocadores necessários.

**Exercício 7.15.** Um trocador tipo **TC-1.1** é utilizado para pré-aquecimento de água. Para isto, o trocador utiliza 1650 kg/h de vapor em condensação total no casco a 250 °C (  $WH_V = 412,81$  kcal/kg ). A carcaça do trocador tem 0,6 m de diâmetro e 9 m de comprimento e está localizada em um grande galpão cujas paredes e o ar estão a 30 °C e o coeficiente de película é 5 kcal/h.m<sup>2</sup>.°C. Verificou-se que as perdas pela carcaça correspondem a 10 % do calor cedido pelo vapor. Para reduzir estas perdas para 5%, os engenheiros optaram por atuar na emissividade (  $e$  ) da carcaça através de pintura.

a) Dispondo de 3 tintas ( tinta **A** :  $e = 0,28$ ; tinta **B** :  $e = 0,37$  e tinta **C** :  $e = 0,49$  ), qual foi a tinta escolhida?

b) Qual era a emissividade original da carcaça antes da pintura?

**Exercício 7.16.** Determinar a área de troca térmica requerida para um trocador construído para resfriar 25000 kg/h de álcool (  $c_p = 0,91$  kcal/kg.°C ) de 65 °C para 40 °C, usando 22700 kg/h de água (  $c_p = 1$  kcal/kg.°C ), disponível a 10 °C. Admitir coeficiente global (sujo) de transferência de calor (  $U_D$  ) de 490 kcal/h.m<sup>2</sup>.°C, e considerar as seguintes configurações :

a) trocador tipo **TC-1.1**, fluxos em correntes paralelas;

b) trocador tipo **TC-1.1**, fluxos em correntes opostas ( qual o comprimento do trocador, considerando que o mesmo tem 99 tubos de diâmetro externo 25 mm ? );

c) trocador tipo **TC-1.2** com  $F_T = 0,88$  ( qual o número de tubos, considerando um trocador de 7 m de comprimento e  $U_D = 600$  kcal/h.m<sup>2</sup>.°C ? ).

**Exercício 7.17.** Em uma instalação industrial, um trocador de calor casco-tubos tipo **TC-1.1** aquece 135000 kg/h de água (  $c_p = 1,0$  Kcal/Kg.°C ) de 60 °C a 112 °C, por meio de vapor d'água condensando a 115 °C no exterior dos tubos. O trocador tem 500 tubos de aço (  $\varnothing_e = 2,1$  cm ), de 10 m de comprimento. Admitindo que o coeficiente global de transferência de calor não se altera significativamente quando a vazão de água aumenta e que existe disponibilidade para elevação da vazão de vapor, calcular :

- a) o coeficiente global de transferência de calor;
- b) a temperatura da água na saída se sua vazão mássica for elevada em 50 %

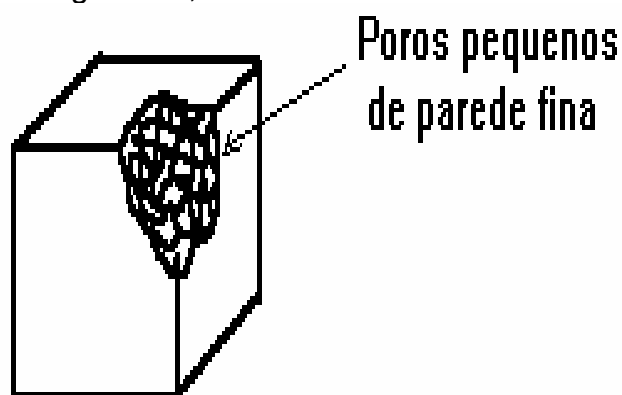
## 8.- ISOLAMENTO TÉRMICO

### 8.1. DEFINIÇÃO

O isolamento térmico consiste em proteger as superfícies aquecidas, como a parede de um forno, ou resfriadas, como a parede de um refrigerador, através da aplicação de materiais de baixa condutividade térmica (k).

**OBJETIVO** → Minimizar os fluxos de calor, quer por problemas técnico (segurança, evitar condensação), quer por problemas econômicos (economizar energia), ou a busca de estado de conforto.

**FUNDAMENTO** → Normalmente aprisionam ar (  $k = 0,02 \text{ kcal/h.m.}^{\circ}\text{C}$ , quando parado) em pequenas cavidades de um material sólido de modo a evitar sua movimentação (diminui a convecção). Por isto, materiais porosos com poros pequenos e paredes finas de materiais de baixo valor de k, ilustrados na figura 8.1, dão bons isolantes térmicos.

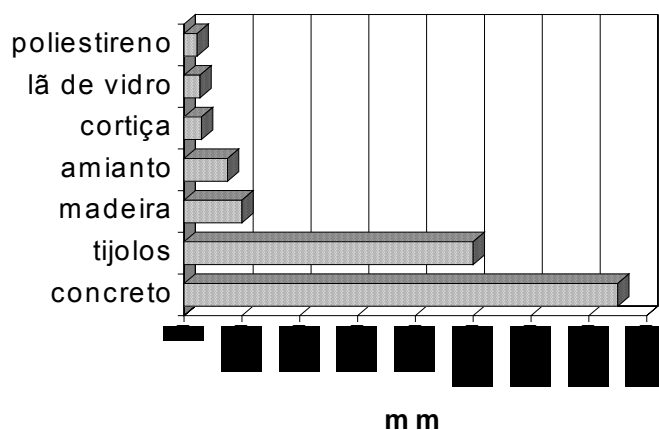


[ figura 8.1 ]

### 8.2. CARACTERÍSTICAS DE UM BOM ISOLANTE

- **Baixo Valor de k**

Quanto menor o k, menor será a espessura necessária para uma mesma capacidade isolante. Apenas a título ilustrativo, a figura 8.2 mostra algumas espessuras ( em mm ) de alguns materiais que tem a mesma capacidade isolante.



[ figura 8.2 ]

- **Baixo Poder Higroscópico**

A água que penetra nos poros, substitui o ar, aumentando o valor de  $k$ . Além disto, quando se tratar de isolamento de ambientes cuja temperatura seja inferior a  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ , existe a possibilidade da água absorvida passar para o estado sólido com conseqüente aumento de volume, o que causará ruptura das paredes isolantes.

- **Baixa Massa Específica**

Em certas aplicações, um bom isolante deve ser leve de modo a não sobrecarregar desnecessariamente o aparelho isolado, principalmente no caso de aviões, barcos, automóveis, ou ainda no caso de forros ou outras partes de fábricas e edifícios onde o material terá de ficar suspenso.

- **Resistência Mecânica Compatível com o Uso**

De maneira geral, quanto maior a resistência mecânica do material isolante, maior será o número de casos que ele poderá resolver, além do que apresentará menor fragilidade, o que é conveniente nos processos de transportes e no tocante à facilidade de montagem.

- **Incombustibilidade, Estabilidade Química e Outros.**

Uma série de outras características serão necessárias, dependendo da aplicação a que o material isolante se destina.

### 8.3. MATERIAIS ISOLANTES BÁSICOS

A maioria dos isolantes usados industrialmente são feitos dos seguintes materiais : amianto, carbonato de magnésio, sílica diatomácea, vermiculita, lã de rocha, lã de vidro, cortiça, plásticos expandidos, aglomerados de fibras vegetais, silicato de cálcio.

O **amianto** é um mineral que possui uma estrutura fibrosa, do qual se obtém fibras individuais. O amianto de boa qualidade deve possuir fibras longas e finas e além disto, infusibilidade, resistência e flexibilidade.

O **carbonato de magnésio** é obtido do mineral "dolomita", e deve sua baixa condutividade ao grande número de microscópicas células de ar que contém.

A **sílica diatomácea** consiste de pequenos animais marinhos cuja carapaça se depositou no fundo dos lagos e mares.

A **vermiculita** é uma "mica" que possui a propriedade de se dilatar em um só sentido durante o aquecimento. O ar aprisionado em bolsas entre as camadas de mica torna este material um bom isolante térmico.

A **lã de rocha** ou **lã mineral**, assim como a **lã de vidro**, são obtidas fundindo minerais de sílica em um forno e vertendo a massa fundida em um jato de vapor a grande velocidade. O produto resultante, parecido com a lã, é quimicamente inerte e incombustível, e apresenta baixa condutividade térmica devido aos espaços com ar entre as fibras.

A **cortiça** é proveniente de uma casca de uma árvore e apresenta uma estrutura celular com ar encerrado entre as células.

Os **plásticos expandidos** são essencialmente poliestireno expandido e poliuretano expandido que são produzidos destas matérias plásticas, as quais durante a fabricação sofrem uma expansão com formação de bolhas internas microscópicas.

### 8.4. FORMAS DOS ISOLANTES

Os isolantes térmicos podem ser adquiridos em diversas formas, dependendo da constituição e da finalidade à qual se destinam. Alguns exemplos comumente encontrados são :

### ê **Calhas**

São aplicados sobre paredes cilíndricas e fabricados a partir de cortiça, plásticos expandidos, fibra de vidro impregnadas de resinas fenólicas, etc.

### ê **Mantas**

São aplicados no isolamento de superfícies planas, curvas ou irregulares, como é o caso de fornos, tubulações de grande diâmetro, etc.

### ê **Placas**

São normalmente aplicados no isolamento de superfícies planas, como é o caso de câmaras frigoríficas, estufas, fogões, etc.

### ê **Flocos**

São normalmente aplicados para isolar locais de difícil acesso ou ainda na fabricação de mantas costuradas com telas metálicas e fabricados a partir de lãs de vidro e de rocha.

### ê **Cordas**

São aplicados no isolamento de registros, válvulas, juntas, cabeçotes, etc, principalmente em locais sujeitos a desmontagem para manutenção periódica.

### ê **Pulverizados ou Granulados**

São aplicados no isolamento de superfícies com configurações irregulares ou ainda no preenchimento de vãos de difícil acesso.

## **8.5. APLICAÇÃO DE ISOLANTES**

- **Isolação de Equipamentos ou Dependências cuja Temperatura Deve ser Mantida Inferior à Temperatura Ambiente Local.**

Exemplo:- câmaras frigoríficas, refrigeradores, trocadores de calor usando fluidos a baixa temperatura, etc .

Principal problema ⇔ migração de vapores

O fenômeno da migração de vapores em isolamento de superfícies resfriadas é resultante de uma depressão interna causada pelas baixas temperaturas e pode ser esquematizado assim :

**redução da temp. interna → depressão → tendência a equalização → migração do ar + umidade → elevação do valor de k (redução da capacidade isolante) e possíveis danos físicos ao isolamento.**

A aplicação de "barreiras de vapor" consiste em usar materiais impermeáveis para evitar que vapores d'água atinjam o isolamento. Um tipo de barreira de vapor, comumente utilizado para proteger o isolamento de tubulações que transportam fluidos em baixas temperaturas, consiste de folhas de alumínio ( normalmente com 0,15 mm ) coladas com adesivo especial no sentido longitudinal e com uma superposição de 5 cm no sentido transversal para completa vedação.



- Isolamento de Equipamentos ou Dependências cuja temperatura deve ser mantida superior à temperatura ambiente local.

Exemplo : estufas, fornos, tubulações de vapor, trocadores de calor usando fluidos a altas temperaturas.

Principal problema  $\Rightarrow$  dilatações provocadas pelas altas temperaturas.

Neste caso, não existe o problema da migração de vapores, porém devem ser escolhidos materiais que possam suportar as temperaturas de trabalho.

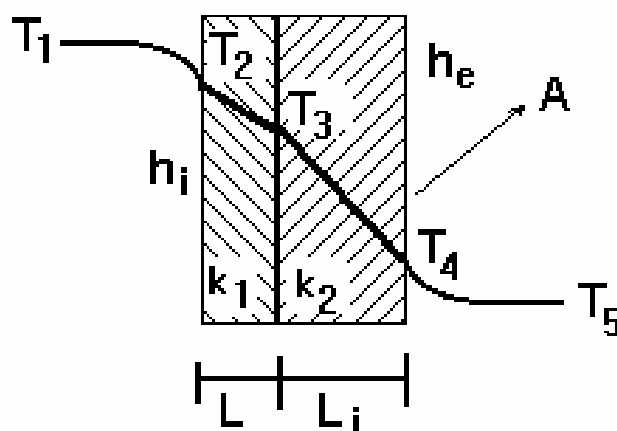
## 8.6. CÁLCULO DE ESPESSURAS DE ISOLANTES

O cálculo leva em conta as limitações de temperatura e questões econômicas:

- Limitação da Temperatura

Tanto externamente (caso de um forno no qual a temperatura externa não deve ser maior do que aquela que causa queimaduras nos trabalhadores) quanto internamente (como em um recinto onde devemos ter a temperatura superior a de orvalho, de modo a evitar a condensação e gotejamento de água), o cálculo da espessura isolante poderá ser feito fixando as temperaturas envolvidas e calculando a espessura isolante necessária.

Como exemplo, o cálculo da espessura isolante  $L_i$  de um forno, pode ser feito considerando que a temperatura  $T_4$  da superfície é fixada por razões de segurança. Conhecendo-se as temperaturas dos ambientes e os coeficientes de película dos ambientes interno e externo e ainda as condutividades térmicas dos materiais das paredes, o cálculo pode ser feito como mostrado na equação 8.1.



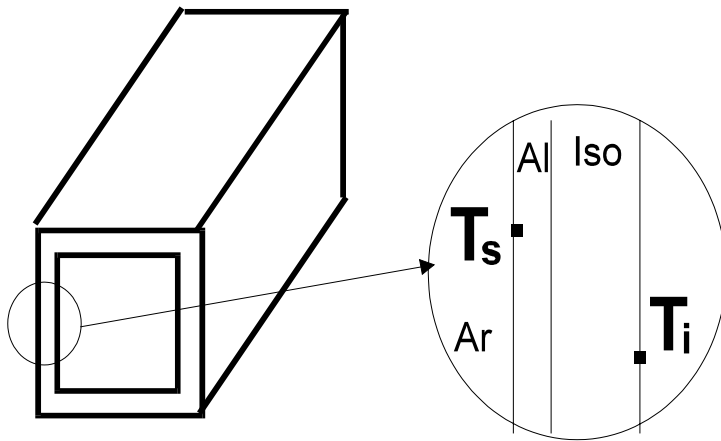
[ figura 8.3 ]

Considerando as resistências térmicas entre  $T_1$  e  $T_4$  e entre  $T_4$  e  $T_5$ , obtemos as seguintes expressões para o fluxo de calor :

$$\dot{q} = \frac{T_1 - T_4}{\frac{1}{h_i + h_e} + \frac{L}{k \cdot A} + \frac{L_i}{k_i \cdot A}} = \frac{T_4 - T_5}{\frac{1}{h_e \cdot A}} \quad (\text{eq. 8.1})$$

**Exercício 8.1.** Ar condicionado para um centro de processamento de dados é distribuído em um duto retangular de alumínio ( $k = 200 \text{ Kcal/h.m.}^\circ\text{C}$ ) de espessura  $0,5 \text{ mm}$ . A temperatura no ambiente deve ser mantida em  $25 \text{ }^\circ\text{C}$  e o coeficiente de película é  $8 \text{ Kcal/h.m}^2.\text{ }^\circ\text{C}$ . Sabendo-se que a temperatura na superfície interna do duto é  $12 \text{ }^\circ\text{C}$ , calcular a espessura do isolante térmico ( $k = 0,028 \text{ kcal/h.m}^\circ\text{C}$ ) a usar, para que não ocorra condensação na

superfície externa do duto isolado, com segurança de 2 °C, considerando que a temperatura de orvalho local é 19,3 °C.



$$T_s = T_{\text{orvalho}} + 2^\circ\text{C} = 19,3 + 2 = 21,3^\circ\text{C}$$

$$A = 1\text{m}^2 \quad l = 0,5\text{mm} = 0,0005\text{m}$$

$$T_i = 12^\circ\text{C} \quad T_{ar} = 25^\circ\text{C}$$

$$k_{iso} = 0,028 \text{ Kcal/h.m.}^\circ\text{C}$$

$$k_{Al} = 200 \text{ Kcal/h.m.}^\circ\text{C}$$

$$h = 8 \text{ Kcal/h.m}^2.\text{}^\circ\text{C}$$

Utilizando a equação 8.1 , obtemos a espessura do isolante :

$$\frac{T_s - T_i}{\frac{L_{Al}}{k_{Al} \cdot A} + \frac{L_{iso}}{k_{iso} \cdot A}} = \frac{T_{ar} - T_s}{h_e \cdot A}$$

Substituindo os dados fornecidos, podemos obter a espessura do isolante :

$$\frac{21,3 - 12}{\frac{L_{iso}}{0,028 \times 1} + \frac{0,0005}{200 \times 1}} = \frac{25 - 21,3}{8 \times 1} \quad \Rightarrow \quad \boxed{L_{iso} = 0,0088\text{m} = 8,8\text{mm}}$$

- Espessura Isolante Mais Econômica

A medida que se aumenta a espessura de isolante de qualquer superfície, o regime de perda de calor da superfície diminui, porém, aumenta em contraposição o custo do isolamento.

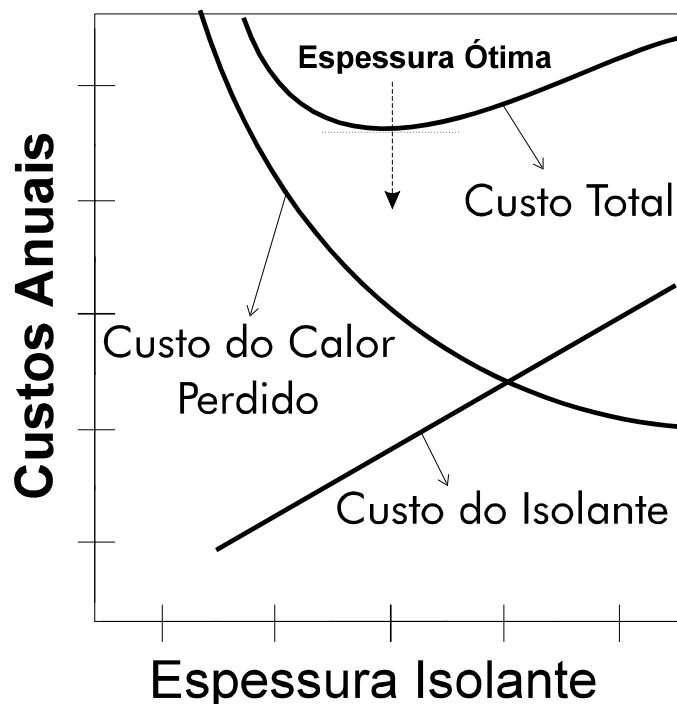
A espessura mais econômica do isolamento é aquela para a qual a soma do custo anual da perda de calor e do custo anual do isolamento seja mínimo.

O processo de cálculo consiste em determinar as quantidades de calor perdidas considerando a aplicação de várias espessuras de isolamento, obtendo-se a quantidade de calor anual, considerando o tempo de utilização do equipamento. O valor em quilocalorias deve ser convertido em cruzeiros por ano, considerando o custo da produção do calor.

A seguir, considerando o custo do isolamento nas várias espessuras calculadas, determinam-se os custos anuais do isolamento desde que se considere o tempo de amortização em anos para a instalação.

Colocando em um gráfico tendo em abcissa a espessura do isolamento e em ordenadas o custo anual, obtém-se uma curva decrescente para o custo do calor perdido, e uma curva ascendente para o custo do isolamento. Evidentemente a soma dos custos (custo do calor perdido mais custo do isolamento) resultará em uma curva que deverá passar por um mínimo, ou seja, para determinada espessura de isolante haverá um custo mínimo anual.

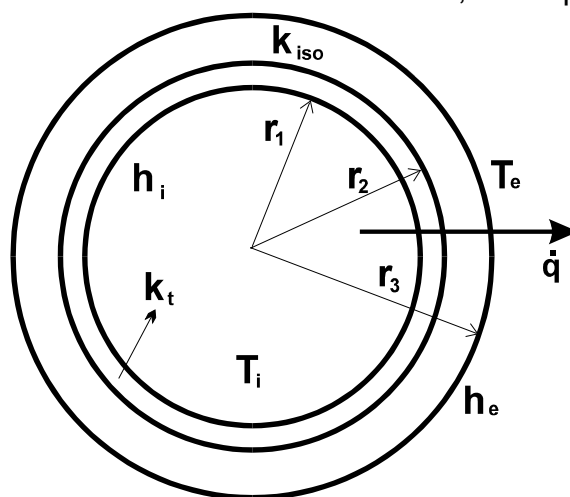
A espessura ótima do isolante é aquela que apresenta um custo total ( custo do calor perdido + custo do isolante ) mínimo, como pode ser observado na figura 8.4.



[ figura 8.4 ]

### 8.7. ISOLAMENTO DE TUBOS - CONCEITO DE RAIOS CRÍTICO

O aumento da espessura isolante de paredes cilíndricas de pequenos diâmetros nem sempre leva a uma redução da transferência de calor, podendo até mesmo a vir aumentá-la. Vejamos a expressão para o fluxo de calor através de uma parede cilíndrica, de comprimento  $L$ , composta pela parede de um tubo metálico e de uma camada isolante, como pode ser visto na figura 8.5.



[ figura 8.5 ]

Considerando as quatro resistências térmicas entre  $T_i$  e  $T_e$  ( duas a convecção e duas a condução ), a expressão para o fluxo de calor é :

$$\dot{q} = \frac{\Delta T_{total}}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{T_i - T_e}{\frac{1}{h_i \cdot A_i} + \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{k_t \cdot 2 \cdot \pi \cdot L} + \frac{\ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)}{k_{iso} \cdot 2 \cdot \pi \cdot L} + \frac{1}{h_e \cdot A_e}} \quad (\text{eq. 8.2})$$

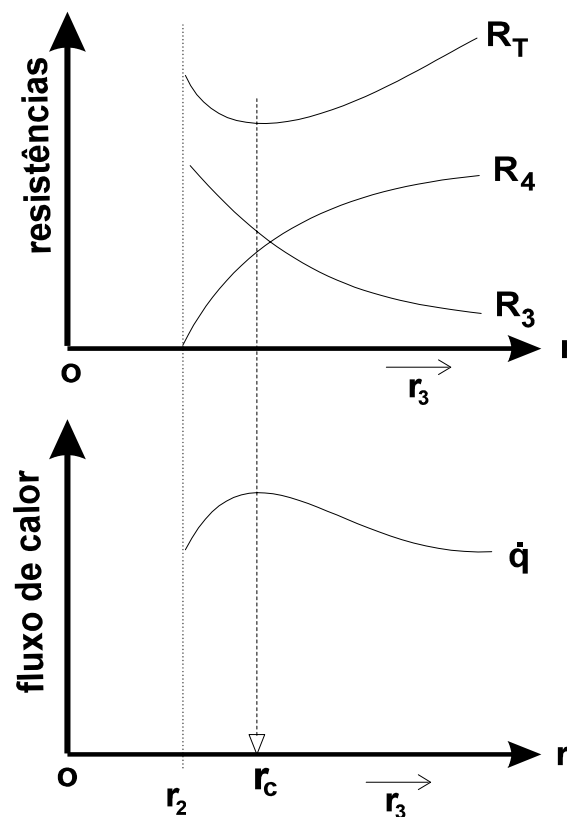
As áreas interna e externa da parede cilíndrica dependem dos raios  $r_1$  e  $r_2$ , portanto :

$$\dot{q} = \frac{T_i - T_e}{\frac{1}{h_i \cdot (2\pi \cdot r_1 \cdot L)} + \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{k_i \cdot 2\pi \cdot L} + \frac{\ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)}{k_{iso} \cdot 2\pi \cdot L} + \frac{1}{h_e \cdot (2\pi \cdot r_3 \cdot L)}} \quad (\text{eq. 8.3})$$

Observando a equação 8.3, podemos analisar o efeito da elevação da espessura do isolante, ou seja, elevação do raio  $r_3$  na figura 8.5, nas resistências térmicas. A tabela 8.1 sintetiza o efeito da elevação de  $r_3$  em cada resistência :

RESISTÊNCIA	EXPRESSÃO	EFEITO
$R_1$	$\frac{1}{h_i \cdot (2\pi \cdot r_1 \cdot L)}$	inalterada
$R_2$	$\frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{k_i \cdot 2\pi \cdot L}$	inalterada
$R_3$	$\frac{\ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)}{k_{iso} \cdot 2\pi \cdot L}$	aumenta
$R_4$	$\frac{1}{h_e \cdot (2\pi \cdot r_3 \cdot L)}$	diminui

A representação gráfica da variação de cada resistência e do fluxo de calor resultante em função do aumento da espessura isolante ( aumento de  $r_3$  ) é mostrada na figura 8.6 :



[ figura 8.6 ]

Observamos que existe um raio crítico (  $r_c$  ) que propicia um fluxo de calor maior inclusive do que sem nenhum isolamento. Este raio crítico é comumente usado para o cálculo de condutores

elétricos, em que se quer isolamento elétrico e, ao mesmo tempo, uma dissipação do calor gerado.

No caso de isolamento de tubos, de uma maneira geral, é desejável manter o raio crítico o menor possível, tal que a aplicação da isolação resultará em redução da perda de calor. Isto pode ser conseguido utilizando-se uma isolação de baixa condutividade térmica, tal que o raio crítico seja pouco maior, igual ou até mesmo menor que o raio da tubulação. A figura 8.7.(a) ilustra a situação onde o raio crítico é igual ao raio do tubo e a figura 8.7.(b) a situação onde o raio crítico é menor que o raio do tubo.

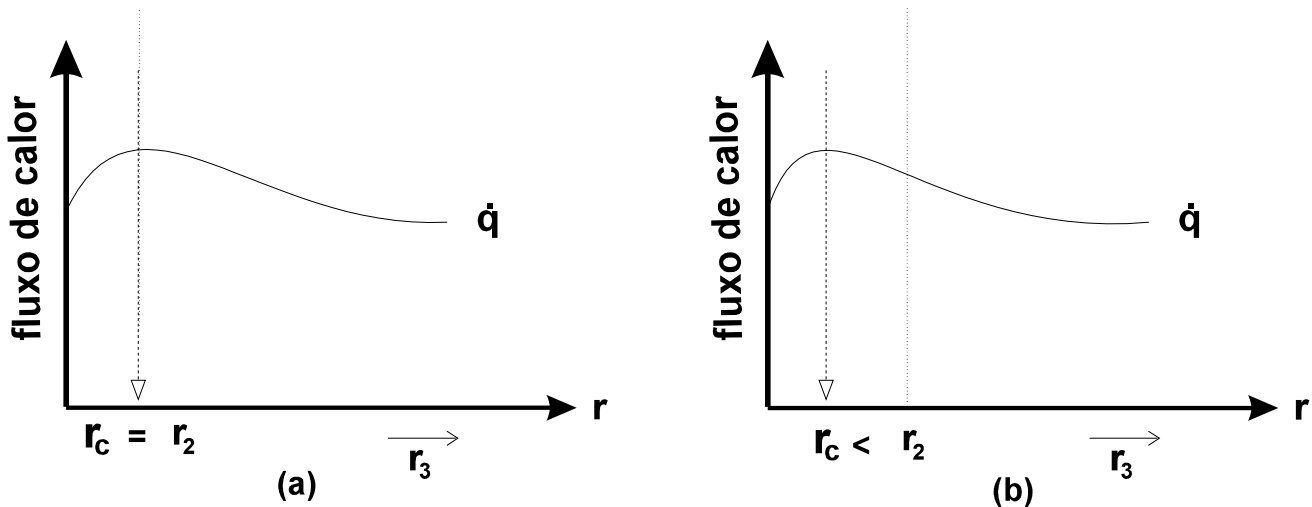


figura 8.7 ]

Consideremos que a temperatura da superfície externa de um tubo a ser isolado seja fixada em  $T_s$ , enquanto que a temperatura no ambiente externo é  $T_e$ . Neste caso, a equação 8.3 pode ser colocada na seguinte forma :

$$\dot{q} = \frac{T_i - T_e}{\frac{\ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)}{k_{iso} \cdot 2 \cdot \pi \cdot L} + \frac{1}{h_e \cdot (2 \cdot \pi \cdot r_3 \cdot L)}} \quad (\text{eq. 8.4})$$

A condição para que o fluxo de calor expresso pela equação 8.4 seja máximo é :

$$\frac{d\dot{q}}{dr_3} = 0 \quad (\text{eq. 8.5})$$

Neste caso, temos que o raio  $r_3$  é igual ao raio crítico ( $r_{cr}$ ). Através de alguma manipulação a equação 8.5 pode ser colocada na seguinte forma :

$$\frac{-2 \cdot \pi \cdot L \cdot (T_s - T_e) \cdot \left( \frac{1}{k_{iso} \cdot r_{cr}} - \frac{1}{h \cdot r_{cr}^2} \right)}{\left[ \frac{\ln\left(\frac{r_{cr}}{r_2}\right)}{k_{iso}} + \frac{1}{r_{cr} \cdot h} \right]} = 0 \quad (\text{eq. 8.6})$$

Da equação 8.6 obtemos que :

$$\frac{1}{k_{iso} \cdot r_{cr}} - \frac{1}{h \cdot r_{cr}^2} = 0 \quad (\text{eq. 8.7})$$

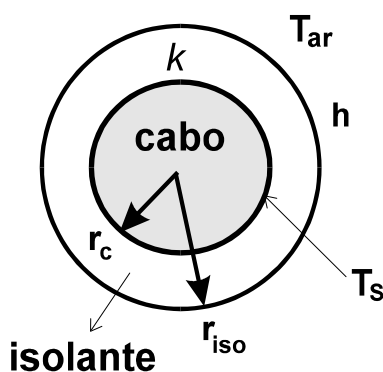
A expressão para o raio crítico fica assim :

$$r_{cr} = \frac{k_{iso}}{h}$$

( eq. 8.8 )

A equação 8.8 expressa o conceito de raio crítico de isolamento. Se o raio externo do isolante (  $r_3$  ) for menor que o valor dado pela equação, então a transferência de calor será elevada com a colocação de mais isolante. Para raios externos maiores que o valor crítico, um aumento da espessura isolante causará um decréscimo da transferência de calor. O conceito central é que para valores de coeficiente de película (  $h$  ) constantes, quanto menor o valor de condutividade térmica do isolante (  $k_{iso}$  ), ou seja, quanto melhor o isolante utilizado, menor o raio crítico. Deve também ser ressaltado que para valores de  $h$  e  $k_{iso}$  normalmente encontrados nas aplicações mais comuns o raio crítico é pequeno. Portanto, somente tubulações de pequeno diâmetro serão afetadas.

**Exercício 8.2.** Um cabo elétrico de alumínio com 15 mm de diâmetro deverá ser isolado com borracha (  $k = 0,134 \text{ kcal/h.m.}^\circ\text{C}$  ). O cabo estará ao ar livre (  $h = 7,32 \text{ Kcal/h.m}^2.\circ\text{C}$  ) a  $20^\circ\text{C}$ . Investigue o efeito da espessura da isolação na dissipação de calor, admitindo que a temperatura na superfície do cabo é de  $65^\circ\text{C}$ .



$$\varnothing_c = 15\text{mm} \Rightarrow r_c = 7,5\text{mm} = 0,0075\text{m}$$

$$k = 0,134 \text{ Kcal/h.m.}^\circ\text{C}$$

$$h = 7,32 \text{ Kcal/h.m}^2.\circ\text{C}$$

$$T_s = 65^\circ\text{C} \quad T_{ar} = 20^\circ\text{C}$$

$$L = 1\text{m}$$

Cálculo do raio crítico :

$$r_{cr} = \frac{k}{h} = \frac{0,134(\text{Kcal/h.m.}^\circ\text{C})}{7,32(\text{Kcal/h.m}^2.\circ\text{C})} = 0,0183\text{m} = 18,3\text{mm}$$

A dissipação de calor é dada pela seguinte expressão :

$$\dot{q} = \frac{T_s - T_{ar}}{\frac{\ln\left(\frac{r_{iso}}{r_c}\right)}{k_{iso} \cdot 2 \cdot \pi \cdot L} + \frac{1}{h \cdot (2 \cdot \pi \cdot r_{iso} \cdot L)}}$$

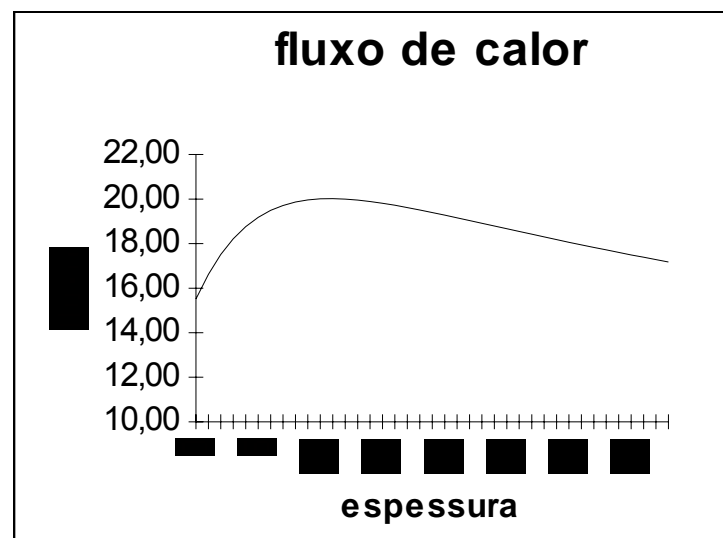
Para um comprimento unitário de cabo (  $L = 1 \text{ m}$  ), o fluxo de calor dissipado é função do raio do isolante :

$$\dot{q} = \frac{65 - 20}{\frac{\ln\left(\frac{r_{iso}}{0,0075}\right)}{0,134 \times 2 \times \pi \times 1} + \frac{1}{7,32 \times (2 \times \pi \times r_{iso} \times 1)}}$$

Dando valores para  $r_{iso}$  na equação acima, podemos observar o efeito da espessura isolante na dissipação de calor :

Raio Isolante	Espessura	Fluxo	Comentário
7,5 mm	0,0 mm	15,52 Kcal/h	sem isolação
12,9 mm	5,4 mm	19,31 Kcal/h	raio menor que o crítico
18,3 mm	10,8 mm	20,02 Kcal/h	raio crítico : fluxo máximo

Observamos que, quando o cabo está isolado com espessura correspondente ao raio crítico, o fluxo de calor dissipado é 22% maior do que sem nenhuma isolação. A figura abaixo mostra graficamente a variação do fluxo de calor dissipado com a espessura isolante



Notamos também na figura que, para valores de espessura correspondente a raios maiores que o crítico, o fluxo de calor dissipado tende a se reduzir novamente.

### EXERCÍCIOS PROPOSTOS :

**Exercício 8.3.** Queremos determinar a condutividade térmica de um material à base de borracha. Para isto, construímos uma caixa em forma de cubo, de dimensões 1 m x 1 m, com placas do referido material com 10 cm de espessura. Dentro da caixa, colocamos uma resistência elétrica de dissipação 1 KW. Ligada a resistência e aguardado o equilíbrio térmico, mediram-se as temperaturas nas superfícies interna e externa do material e achamos, respectivamente, 150 e 40 °C. Qual é o valor da condutividade térmica do material :

- em unidades do sistema métrico;
- em unidades do sistema inglês.

DADO : 1 KW = 3413 Btu/h = 860 Kcal/h

**Exercício 8.4.** Uma parede de um tanque de armazenagem de ácido deve ser construída com revestimento de chumbo 1/8" de espessura (  $k= 20$  Btu/h.ft.°F ), uma camada de tijolo isolante de sílica (  $k=0,5$  Btu/h.ft.°F ) e um invólucro de aço de 1/4" de espessura (  $k= 26$  Btu/h.ft.°F). Com a superfície interna do revestimento de chumbo a 190 °F e meio ambiente a 80 °F, a temperatura da superfície externa do aço não deve ser maior que 140 °F de modo a evitar queimaduras nos trabalhadores. Determinar a espessura do tijolo refratário de sílica se o coeficiente de película do ar é 2 Btu/h.ft<sup>2</sup>.°F.

**Exercício 8.5.** Qual é a espessura de isolamento de fibra de vidro (  $k = 0,02$  kcal/h.m.°C) necessária para permitir uma garantia de que a temperatura externa de um forno de cozinha não

excederá 43 °C? A temperatura máxima na superfície interna do forno a ser mantida pelo tipo convencional de controle termostático é 190 °C, a temperatura da cozinha pode variar de 15 °C ( inverno ) a 32 °C ( verão ) e o coeficiente de película entre a superfície do forno e o ambiente pode variar entre 10 kcal/h.m<sup>2</sup>.°C (cozinha fechada) e 15 kcal/h.m<sup>2</sup>.°C (cozinha arejada).



## RESPOSTAS DOS EXERCÍCIOS PROPOSTOS :

### Capítulo 3 :

#### **Exercício 3.11 :**

- a) 240,6 Kcal/h
- b) 299,95 °C e 222,79 °C

#### **Exercício 3.12 :**

- a) 585,69 Kcal/h
- b) 178,98 °C

#### **Exercício 3.13 :**

- a) 1,95 h.°C/Kcal
- b) 152,1 mm

#### **Exercício 3.14 :**

- a) 184573,8 Btu/h
- b) 249,5 HP

#### **Exercício 3.15 :**

- a) 77222,097 Kcal/h
- b) 12,74 cm

#### **Exercício 3.16 :**

- a) aproximadamente 2,1 cm

#### **Exercício 3.17 :**

- a) 573,3 Kcal/h

### Capítulo 4 :

#### **Exercício 4.13 :**

- a) 0,359 m e 0,0405 m
- b) 420 °C
- c) 0,337 m

#### **Exercício 4.14 :**

- a) 32,23 Kcal/h por m<sup>2</sup>
- b) 50,2 °C e 28,2 °C

#### **Exercício 4.15 :**

- a) 328,1 Btu/h ( p/ m<sup>2</sup> )
- b) 133 °F

#### **Exercício 4.16 :**

- a) 0,36 m e 0,04 m
- b) 420 °C
- c) 730 Kcal/h ( p/ m<sup>2</sup> )

#### **Exercício 4.17 :**

- a) 0,5 HP
- b) 25,7 °C e 9,4 °C

#### **Exercício 4.18 :**

- a) 8917 Kcal/h
- b) 84,3 %
- c) R<sub>1</sub> ∅ inalterada; R<sub>2</sub> ∅ inalterada; R<sub>3</sub> ∅ reduz; R<sub>4</sub> ∅ aumenta

#### **Exercício 4.19 :**

- a) @ 2,1 cm

#### **Exercício 4.20 :**

- a) 1843 Kcal/h.m<sup>2</sup>.°C e 26,3 Kcal/h.m<sup>2</sup>.°C
- b) 797 °C e 100 °C

**Exercício 4.21 :**

- a) 9,74 cm e 11,90 cm
- b) a placa de 4 cm de espessura é mais vantajosa

**Exercício 4.22 :**

- a) 40.18 KW

**Exercício 4.23 :**

- a) 3491 Kcal/h
- b) 22,2 °C e 38,5 °C
- c) \$ 1.334.400,00

Capítulo 5 :

**Exercício 5.5 :**

- a) 3276,78 W/m<sup>2</sup>
- b) 1742,31 W/m<sup>2</sup> ( 47% de redução )

**Exercício 5.6 :**

- a) 665,19 W/m<sup>2</sup>
- b) 353,69 W/m<sup>2</sup> ( 47% de redução )

**Exercício 5.6 :**

- a) 360,7 °C

**Exercício 5.7 :**

- a) 42400 Kcal/h
- b) 12,8 cm

**Exercício 5.8 :**

- a) 166271 Btu/h
- b) 89 %

Capítulo 6 :

**Exercício 6.9 :**

- a) 95,68 %
- b) 10,44 Kcal/h
- c) 87,9 %

**Exercício 6.10 :**

- a) 5773,4 Kcal/h
- b) 66,6 °C
- c) 32857,3 Kcal/h

**Exercício 6.11 :**

- a) 8369,2 Kcal/h

**Exercício 6.12 :**

- a) 59,5 Kcal/h

**Exercício 6.13 :**

- a) 95,68 %
- b) 10,4 Kcal/h

**Exercício 6.14 :**

- a) A 1ª proposta ( 1708 Kcal/h ) é mais vantajosa que a 2ª proposta ( 1563 Kcal/h )

**Exercício 6.15 :**

- a) 5773 Kcal/h
- b) 32857 Kcal/h

**Exercício 6.16 :**

- a) 87,8 %
- b) 2659 Kcal/h.m

Capítulo 7 :

**Exercício 7.10 :**

- a) 25,5 °F;
- b) 19,5 °F;
- c) 23,1

**Exercício 7.11 :**

- a) 45,9 °C
- b) 179 tubos

**Exercício 7.12 :**

- a) 35,9 °C;
- b) 9 m;

**Exercício 7.13 :**

- a) 41 tubos;

**Exercício 7.14 :**

- a) 6 trocadores;

**Exercício 7.15 :**

- a) 0,28 ( tinta A )
- b) 0,90

**Exercício 7.16 :**

- a) 55 m<sup>2</sup>;
- b) 38,7 m<sup>2</sup> e 5 m;
- c) 44 m<sup>2</sup> e 80 tubos;

**Exercício 7.17 :**

- a) 1190,1 Kcal/h.m<sup>2</sup>.°C
- b) 102 °C

Capítulo 8 :

**Exercício 8.3 :**

- a) 0,13 Kcal/h.m.°C
- b) 0,087 Btu/h.ft.°F

**Exercício 8.4 :**

- a) 0,207 ft ≈ 2,5"

**Exercício 8.5 :**

- a) 0,027 m = 2,7 cm