

Física Experimental III

Primeiro semestre de 2020

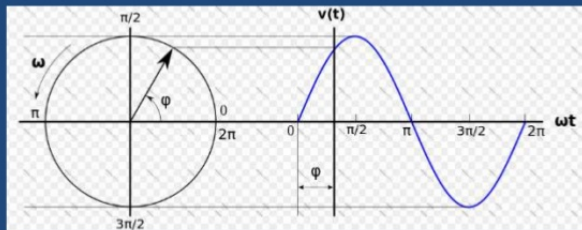
Aula 1 - Experimento 2

Página da disciplina:

<https://edisciplinas.usp.br/course/view.php?id=73158>

Setembro de 2020

CONCEITOS BÁSICOS



FASORES

CICLO - PERÍODO - FREQUÊNCIA

$$T = 1/f$$

- 1 Experimento
 - Experimento 2
 - Circuitos de corrente alternada
 - Corrente e tensão alternadas
 - Elementos de circuito
 - Notação complexa e impedância

- 1 Experimento
 - Experimento 2
 - Circuitos de corrente alternada
 - Corrente e tensão alternadas
 - Elementos de circuito
 - Notação complexa e impedância

- 1 Experimento
 - Experimento 2
 - Circuitos de corrente alternada
 - Corrente e tensão alternadas
 - Elementos de circuito
 - Notação complexa e impedância

Objetivos do experimento

- Estudar circuitos de corrente alternada
 - ▶ Estudar filtros de frequência
 - ★ Filtro RC passa baixa e passa alta
 - ★ Filtro passa banda
 - ▶ Aplicação dos filtros
 - ★ Decomposição de Fourier
 - ▶ Estudar circuitos RLC
 - ★ Ressonância em circuitos RLC

- 4 atividades
 - ▶ Atividade 1
 - ★ Estudo e caracterização de um filtro RC
 - ▶ Atividade 2
 - ★ Estudo e caracterização de um filtro passa banda
 - ▶ Atividade 3
 - ★ Estudo de um filtro como circuito integrador e diferenciador
 - ▶ Atividade 4
 - ★ Estudo de um circuito RLC

- 1 Experimento
 - Experimento 2
 - Circuitos de corrente alternada
 - Corrente e tensão alternadas
 - Elementos de circuito
 - Notação complexa e impedância

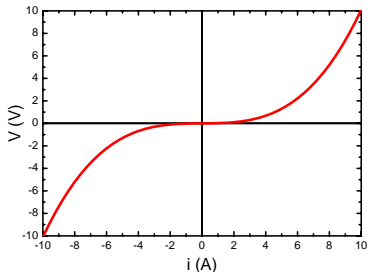
Vamos voltar um pouco no tempo...

- Experiência I - curvas características

- ▶ Resistores (ohmicos e não ohmicos)
 - ★ Resistor comercial, diodo, LED, etc

$$R = \frac{V}{i}$$

- ★ Existe uma proporcionalidade entre tensão e corrente independente do tempo



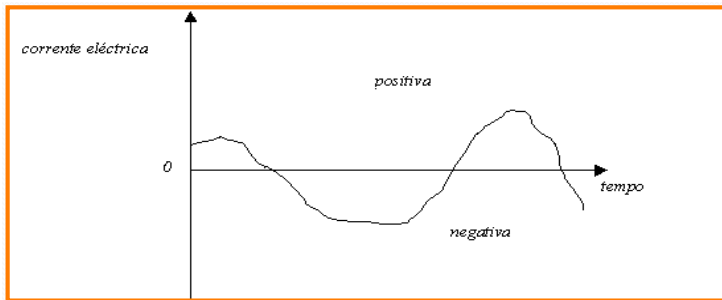
Nesse experimento

- Vamos explorar alguns elementos elétricos (resistor, capacitor e indutor) sob a ação de tensões alternadas harmônicas
- O que acontece com a corrente que flui no elemento?

- 1 Experimento
 - Experimento 2
 - Circuitos de corrente alternada
 - **Corrente e tensão alternadas**
 - Elementos de circuito
 - Notação complexa e impedância

Corrente ou tensão alternada

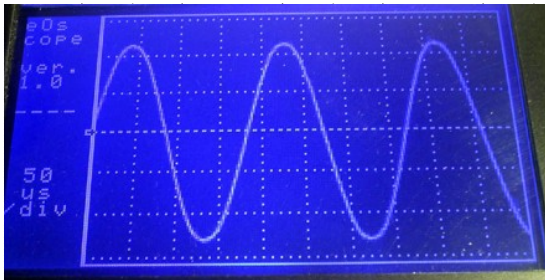
- Qualquer sinal que varia no tempo



- Nessa experiência: tensões harmônicas simples
- Importante:** qualquer tensão dependente do tempo = superposição de tensões harmônicas simples

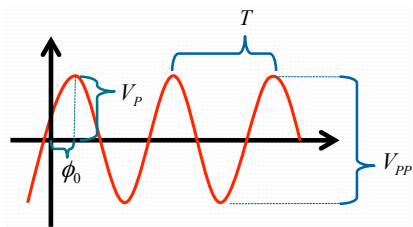
Corrente ou tensão alternada

- Na grande maioria dos casos a tensão (ou corrente) é descrita por uma função harmônica simples
 - ▶ Por exemplo, na sua casa a D.D.P. fornecida é senoidal



Tensão harmônica

- Como descrever matematicamente uma tensão senoidal?
 - ▶ V_P é a tensão máxima ou tensão de pico ou amplitude
 - ▶ ω é a frequência angular
 - ▶ ϕ_0 é a fase da tensão alternada no instante $t = 0$



$$V(t) = V_P \cos(\omega t + \phi_0)$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$T = \frac{1}{f}$$

$$V_{PP} = 2V_P$$

$$V_{ef} = \frac{V_P}{\sqrt{2}}$$

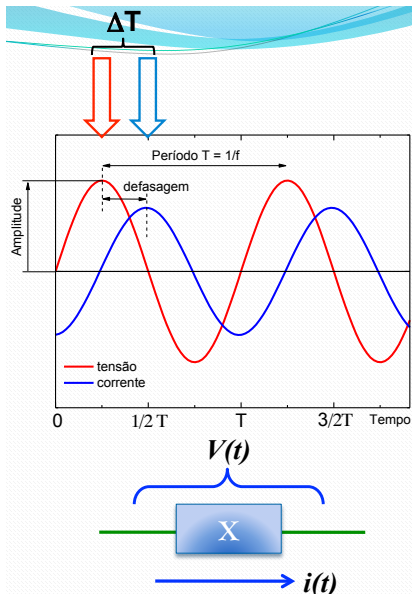
A fase

- Em um circuito de corrente alternada a tensão e a corrente não estão necessariamente em fase

$$V(t) = V_P \cos(\omega t + \phi_V)$$

$$i(t) = i_P \cos(\omega t + \phi_i)$$

$$\Delta\phi = \phi_i - \phi_V = 2\pi \frac{\Delta T}{T} = \omega \Delta T$$



- 1 Experimento
 - Experimento 2
 - Circuitos de corrente alternada
 - Corrente e tensão alternadas
 - **Elementos de circuito**
 - Notação complexa e impedância

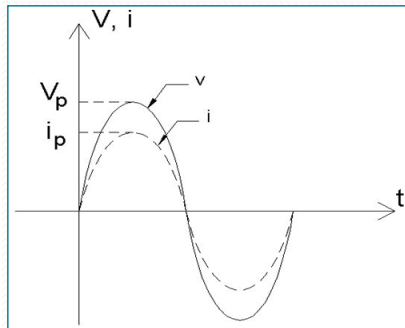
Resistor ôhmico

- A lei de Ohm diz que $V = Ri$, onde R é uma constante se o resistor for ôhmico. Assim, se a tensão estiver variando, temos que:

$$V(t) = V_P \cos(\omega t + \phi_0)$$

$$i(t) = \frac{V_P}{R} \cos(\omega t + \phi_0)$$

- Como as fases ϕ_0 são iguais, então a corrente e a tensão no resistor estão em fase!



- Capacitância \Rightarrow capacidade de acumular carga para uma dada tensão elétrica

$$C = \frac{Q}{V}$$

- Porém, carga elétrica está relacionada com a corrente, através de:

$$Q = \int i(t) dt$$

- Assim

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\int i(t) dt}{V} \Rightarrow V = \frac{1}{C} \int i(t) dt \Rightarrow i(t) = C \frac{dV}{dt}$$

$$i(t) = C \frac{dV}{dt}$$

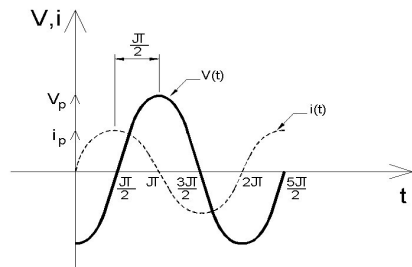
- Para tensão alternada

$$V(t) = V_P \cos(\omega t)$$

$$i(t) = -CV_P \omega \sin(\omega t)$$

- A corrente e a tensão não se encontram em fase
 - ▶ Tensão máxima não ocorre quando a corrente é máxima

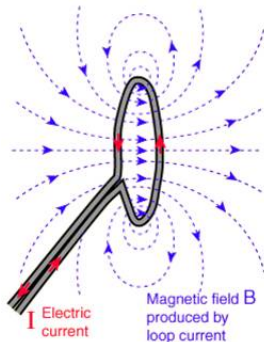
$$i(t) = CV_P \omega \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$



- Bobinas e indutores

- ▶ O fato da espira criar um campo magnético e, conseqüentemente um fluxo magnético nela mesma faz com que haja uma f.e.m. induzida nos seus terminais (Lei de Faraday)
- ▶ Existe uma dependência temporal

$$\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt} = -L\frac{di(t)}{dt} = -V(t)$$



Indutor ideal

- Assim

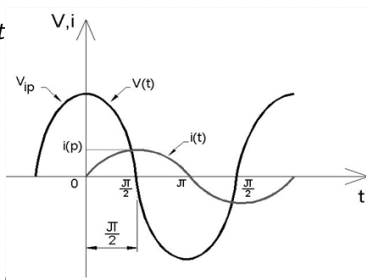
$$V(t) = L \frac{di(t)}{dt} \Rightarrow i(t) = \frac{1}{L} \int V(t) dt$$

- Para tensão alternada

$$V(t) = V_P \cos(\omega t)$$

$$i(t) = \frac{1}{\omega L} \sin(\omega t)$$

$$i(t) = \frac{1}{\omega L} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$



- 1 Experimento
 - Experimento 2
 - Circuitos de corrente alternada
 - Corrente e tensão alternadas
 - Elementos de circuito
 - Notação complexa e impedância

$$\hat{C} = a + jb \quad \text{com} \quad j = \sqrt{-1}$$

$$\hat{C} = Ce^{j\alpha} \quad \text{com} \quad e^{j\alpha} = \cos\alpha + j\sin\alpha$$

- Relação

$$C = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \text{e} \quad \tan\alpha = \frac{b}{a}$$

- Propriedades

$$\frac{d}{dt} (e^{j\omega t}) = j\omega (e^{j\omega t})$$

$$\int e^{j\omega t} dt = \frac{1}{j\omega} (e^{j\omega t})$$

- Podemos escrever uma grandeza complexa como:

$$\hat{V}(t) = V_P e^{j(\omega t + \phi_V)}$$

- A tensão elétrica no elemento pode ser dada pela parte real desta grandeza complexa, ou seja

$$V(t) = \text{Re} \left[\hat{V}(t) \right] = V_P \cos(\omega t + \phi_V)$$

- Podemos escrever uma grandeza complexa como:

$$\hat{i}(t) = i_P e^{j(\omega t + \phi_i)}$$

- A corrente elétrica no elemento pode ser dada pela parte real desta grandeza complexa, ou seja

$$i(t) = \text{Re} \left[\hat{i}(t) \right] = i_P \cos(\omega t + \phi_i)$$

Impedância de um elemento

- Define-se a impedância complexa como sendo a razão entre a tensão e corrente complexas

$$\hat{Z} = \frac{\hat{V}}{\hat{i}}$$

- Ou seja

$$\hat{Z} = \frac{V_P}{i_P} e^{j(\phi_V - \phi_i)}$$

$$\hat{Z} = Z_0 e^{j\phi_0} \quad \text{com} \quad Z_0 = \frac{V_P}{i_P} \quad \text{e} \quad \phi_0 = \phi_V - \phi_i$$

Impedância de um elemento

$$\hat{Z} = Z_0 e^{j\phi_0}$$

- Z_0 é a impedância real do elemento

$$Z_0 = \frac{V_P}{i_P}$$

- ϕ_0 é a diferença de fase entre a tensão e corrente

$$V(t) = V_P \cos(\omega t) \Rightarrow \hat{V}(t) = V_P e^{j(\omega t)}$$

$$i(t) = CV_P \omega \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \hat{i}(t) = CV_P \omega e^{j(\omega t + \frac{\pi}{2})}$$

- De modo que

$$\hat{Z} = \frac{\hat{V}}{\hat{i}} = \frac{1}{\omega C} e^{-j\frac{\pi}{2}} \begin{cases} Z_0 = \frac{1}{\omega C} \\ \phi_0 = -\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned}V(t) = V_P \cos(\omega t) &\Rightarrow \hat{V}(t) = V_P e^{j(\omega t)} \\i(t) = \frac{1}{\omega L} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) &\Rightarrow \hat{i}(t) = \frac{1}{\omega L} e^{j(\omega t - \frac{\pi}{2})}\end{aligned}$$

- De modo que

$$\hat{Z} = \frac{\hat{V}}{\hat{i}} = \omega L e^{j\frac{\pi}{2}} \left\{ \begin{array}{l} Z_0 = \omega L \\ \phi_0 = \frac{\pi}{2} \end{array} \right.$$

Indutor real (exercício)

- O indutor real (bobina) possui uma resistência elétrica interna (R_B) que muitas vezes não pode ser desprezada
- Nesse caso, a tensão elétrica é a soma das tensões da parte indutiva e resistiva

$$V = L \frac{di}{dt} + R_B i$$

- Assim

$$Z_0 = \sqrt{R_B^2 + \omega^2 L^2} \quad \text{e} \quad \phi_0 = \arctan \left(\frac{\omega L}{R_B} \right)$$

- Mostre isso!