# DIFRAÇÃO: Aplicações

EXERCÍCIO: Luz de comprimento de onda $\lambda = 628$ nm (vermelha) é difratada por uma fenda de largura $a$. A figura de difração é observada em uma tela (anteparo) distante (condições de Fraunhofer são satisfeitas).

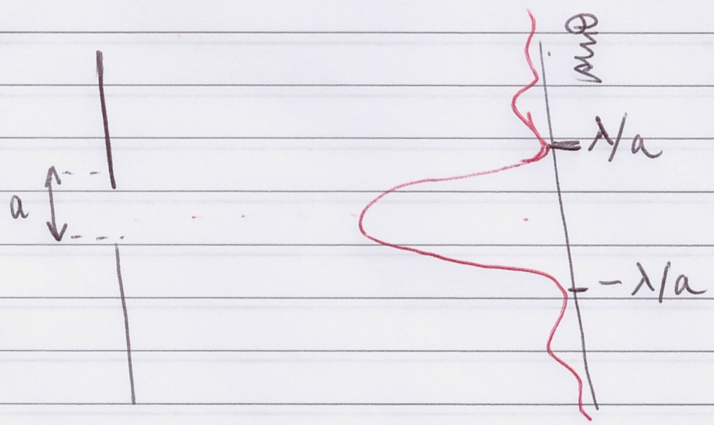
(a) Para qual valor de $a$ o primeiro mínimo ocorrerá em um ângulo $\theta = \pi/100$ rd ?

Solução: difração: $I_p = I_0 \left( \frac{\sin \beta/2}{\beta/2} \right)^2$

$$\beta = k \cdot \delta_a = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot a \sin\theta$$

mínimos: $\frac{2\cancel{\pi}}{\lambda} \cdot \frac{a \sin\theta}{2} = m\cancel{\pi}$ $\qquad m = \cancel{0}, \pm 1, \pm 2, \ldots$

$$\boxed{\sin\theta_{esc} = m\lambda/a}$$




$\sin\theta_{esc} \sim \theta_{esc} = m\lambda/a$

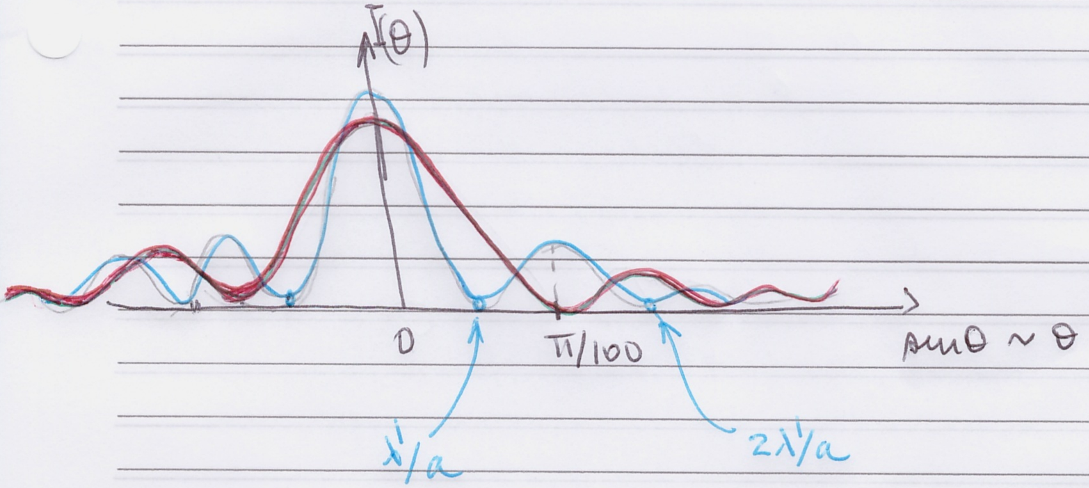
1º MÍNIMO: $m = \pm 1$

$\left.\begin{matrix} \theta = \pi/100 \\ m = 1 \end{matrix}\right\} a = \lambda \cdot \frac{100}{\pi}$

$$a = 2 \times 10^{-2} \text{ mm}$$

(b) Luz de outro comprimento de onda $\lambda' \neq \lambda$ é difratada pela mesma fenda e produz o primeiro máximo **LATERAL** em $\theta = \pi/100$ rd. Calcule $\lambda'$.

<u>Solução aproximada</u>: um máximo lateral está situado à meia distância entre dois mínimos adjacentes



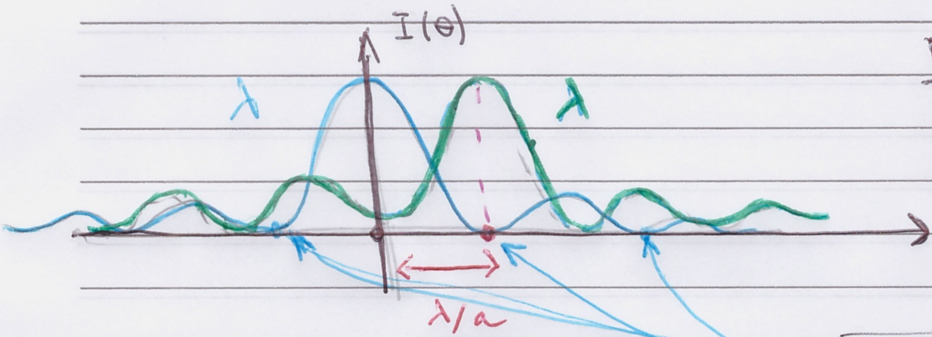

$$\frac{2\lambda'/a + \lambda'/a}{2} \approx \underbrace{\pi/100}_{=\lambda/a}$$

$$\Rightarrow \frac{3\lambda'}{a} = 2 \cdot \underbrace{\frac{\pi}{100}}_{=\lambda/a} \longrightarrow \frac{3\lambda'}{a} = 2 \cdot \frac{\lambda}{a}$$

$$\boxed{\lambda' = 2/3\ \lambda}$$

$\lambda' < \lambda$ ... sim!

# Poder de RESOLUÇÃO de uma FENDA




DUAS fontes NÃO-COERENTES emitem no mesmo λ.

$$\boxed{\text{sen}\,\theta_{esc} = m\,\lambda/a}$$

$m = \pm 1, \pm 2, \ldots$

$$\boxed{1^{\text{o}}\ \text{MÍNIMO À DIREITA}: \quad \frac{\beta}{2} = m\pi \qquad m = 1}$$

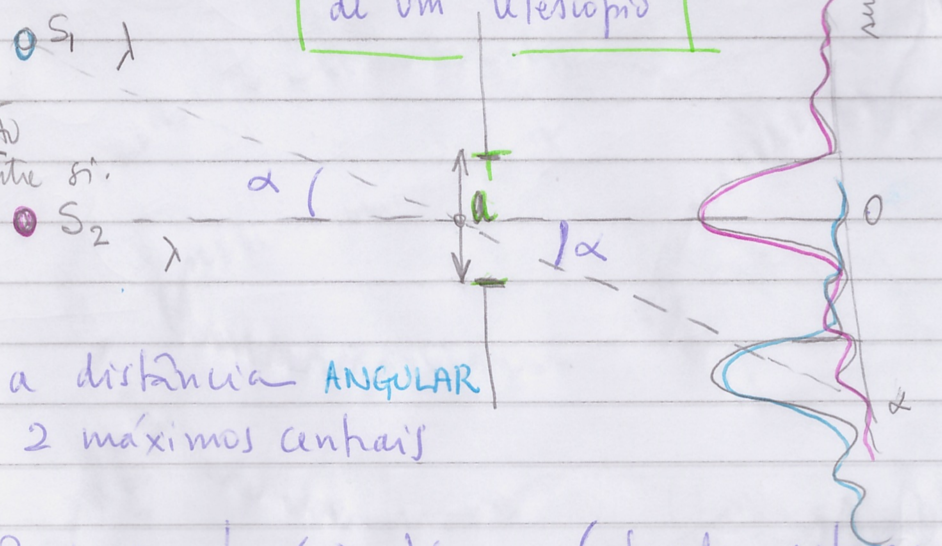
Critério para RESOLUÇÃO mínima:
("Critério Rayleigh")

"O máximo central de um dos perfis coincide com o 1º mínimo do outro perfil.

$$I_p \sim I_0 \left(\frac{\text{sen}\,\beta/2}{\beta/2}\right)^2 \qquad \frac{\beta}{2} = \frac{\pi}{\lambda} \cdot a\,\text{sen}\,\theta$$

fenda ≃ objetiva de um telescópio

Duas FONTES NÃO COERENTES entre si.




α define a distância ANGULAR entre os 2 máximos centrais

Critério Rayleigh: $\begin{cases} \alpha \geq \lambda/a & \text{(fenda retangular)} \\ \alpha \geq 1{,}22\,\lambda/D & \text{(abertura circular)} \end{cases}$

Exercício :

A Lua está aproximadamente a $4 \times 10^5$ km da Terra. Suponha que você queira identificar 2 crateras na Lua. Você possui um telescópio cuja lente objetiva possui diâmetro $D = 15$ cm. A luz "proveniente das crateras" possui $\lambda = 7000$ Å.

Qual é a $\overbrace{\text{mínima distância}}^{x_{mín}}$ entre as 2 crateras que permite um limiar de resolução com seu instrumento?

$$x_{mín} = 1{,}22 \frac{\lambda}{D} \cdot L =$$

$$= 1.22 \cdot \frac{(7 \times 10^3 \times 10^{-10})\,\cancel{m}}{15 \times 10^{-2}\,\cancel{m}} \cdot (4 \times 10^5\ km)$$

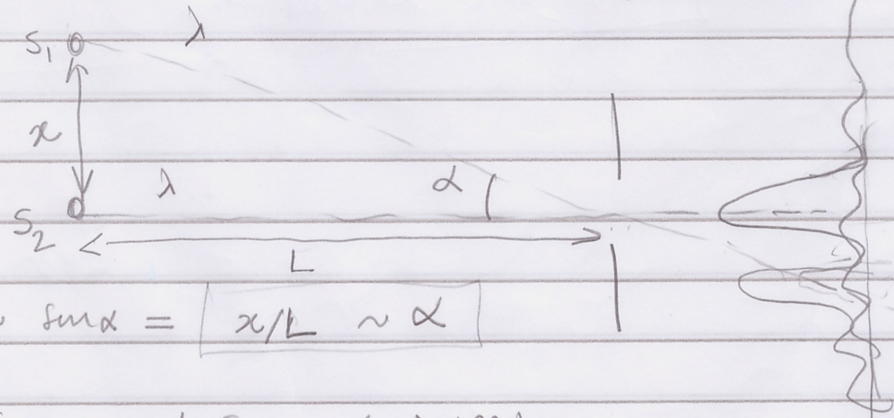
$m = \pm 1, \pm 2, \ldots$

$$\boxed{\operatorname{sen} \theta_{esc} = m \lambda / a}$$

(fenda "retangular")

$x_{mín} = 2{,}28$ km

De fato :

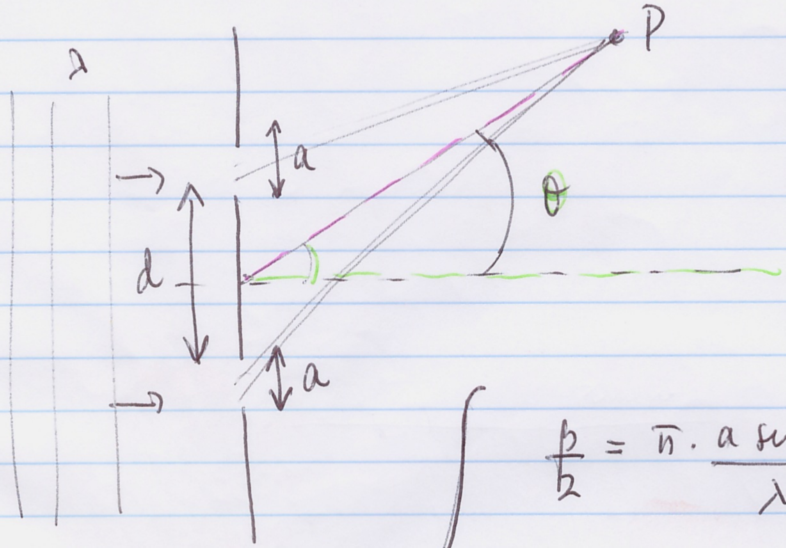



$$\operatorname{tg} \alpha \sim \operatorname{sen} \alpha = \boxed{x/L \sim \alpha}$$

mínima resolução $\alpha \geq 1.22 \frac{\lambda}{D} \Rightarrow x_{mín} = L \cdot 1{,}22 \frac{\lambda}{D}$

# Duas fendas : difração

$a < d$




"forma" "estrutura"

$$I_p = I_0 \left(\frac{\sin \beta/2}{\beta/2}\right)^2 \cdot \left(\cos^2 \frac{\phi}{2}\right)$$

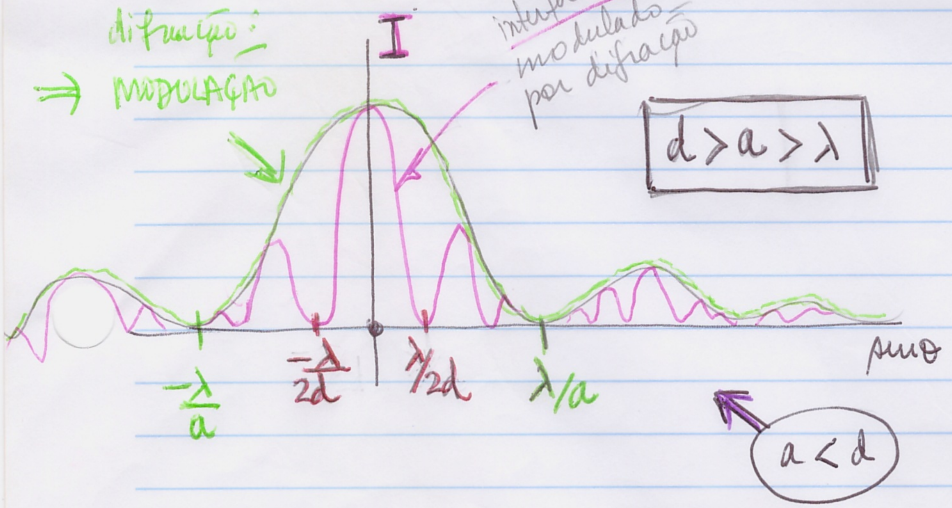
difração — interferência

fatoram

$$\frac{\beta}{2} = \pi \cdot \frac{a \sin\theta}{\lambda}$$

$$\frac{\phi}{2} = \pi \cdot \frac{d \sin\theta}{\lambda}$$

difração: ⇒ MODULAÇÃO




$\boxed{d > a > \lambda}$

Na interferência 2 furos...

$$\frac{d \sin\theta_{mín}}{\lambda} = m + 1/2$$

$m = 0$

$\sin\theta_{mín} = \lambda/2d$

$m = \pm 1, \pm 2, \ldots$

- Mínimos de difração: $\frac{\beta}{2} = m\pi \Rightarrow \frac{a}{\lambda}\sin\theta = m$

$\rightarrow \boxed{\sin\theta = m\frac{\lambda}{a}}$

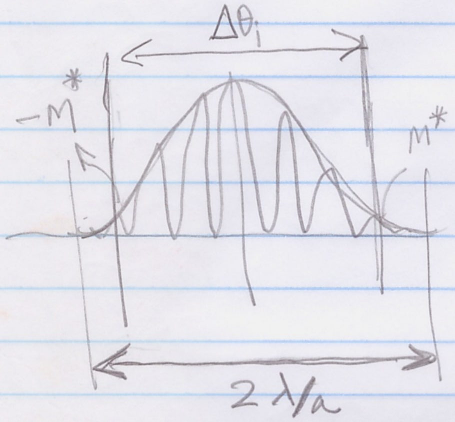
= $\boxed{\text{largura do pico central de difração} = 2\lambda/a}$

- Máximos de interferência :

$$\frac{\phi}{2} = M\pi \qquad M = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

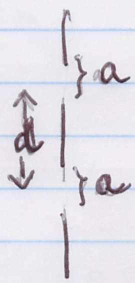
$$\Rightarrow \frac{d}{\lambda}\sin\theta = M \to \boxed{\sin\theta = M\lambda/d}$$

Ex 6. Quantos picos (máximos) de interferência dentro do máximo central de difração?




$\Delta\theta_i$ = distância entre o 1º e último picos de interferência : $M^*$, $-M^*$

$$\Delta\theta_i = 2|M^*|\frac{\lambda}{d}$$




$M^*$ é tal que : $\frac{2\lambda}{a} \geq 2|M^*| \cdot \frac{\lambda}{d}$

ou seja : $\boxed{\frac{d}{a} \geq |M^*|}$

Assim, se $d = 3{,}5a$, por exemplo

$$\Rightarrow |M^*| \leq 3{,}5$$

$$M^* = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$$

7 picos de interferência ...

ímpar sempre!