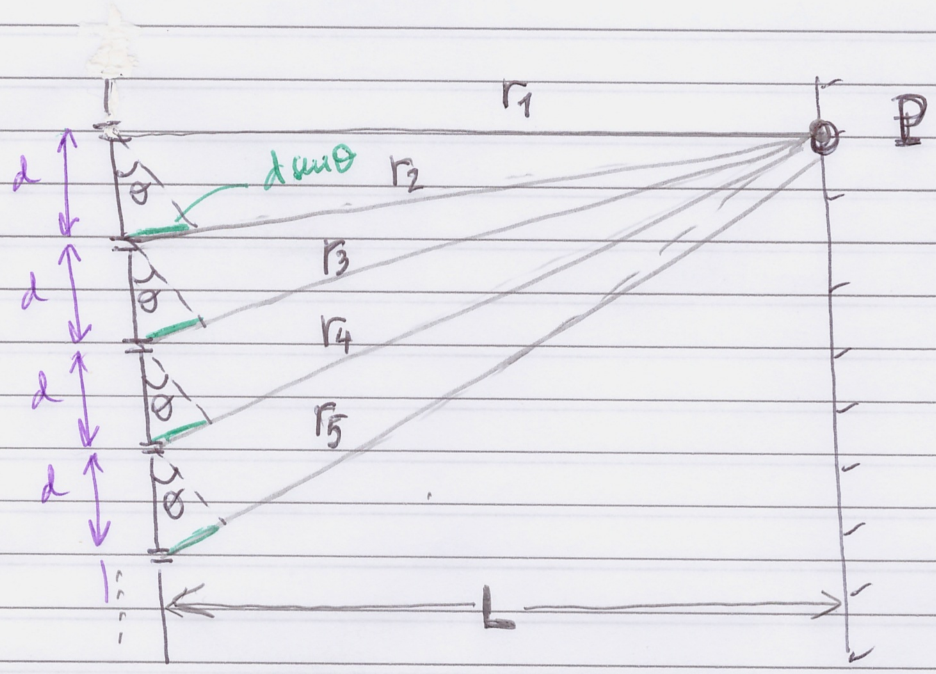
S T Q Q S S D

N fendas (furinhos)



A diferença de caminho óptico entre "2 raios" consecutivos é $\underbrace{d \operatorname{sen}\theta}$

$$\boxed{r_{i+1} - r_i = d \operatorname{sen}\theta} \qquad i = 1, 2, \dots N-1$$

Portanto:

$$\boxed{\phi = (r_{i+1} - r_i) \cdot k = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \operatorname{sen}\theta} \qquad \forall i$$

A luz em P resulta da superposição das ondas que emergem de todas as "fendas" (furos)

$$E_1 = E_0 \cos(-\omega t + k r_1)$$
$$E_2 = E_0 \cos(-\omega t + k r_1 + \phi)$$
$$E_3 = E_0 \cos(-\omega t + k r_1 + 2\phi)$$
$$\vdots$$
$$E_N = E_0 \cos(-\omega t + k r_1 + (N-1)\phi)$$

$$E_P = E_1 + E_2 + \dots + E_N$$

$$= \mathrm{Re}\left\{ E_0 \left[e^{-i\omega t + ikr_1} \underbrace{\left(1 + e^{i\phi} + e^{2i\phi} + \dots + e^{i(N-1)\phi}\right)}_{\text{soma PG finita com N termos}} \right]\right\}$$

$$\boxed{e^{\pm i\theta} = \cos\theta \pm i \,\mathrm{sen}\,\theta}$$

$$\boxed{\left.\begin{array}{l} \text{razão}: r = e^{i\phi} \\ a_0 = 1 \end{array}\right\} \quad S_N = \frac{1-r^N}{1-r}}$$

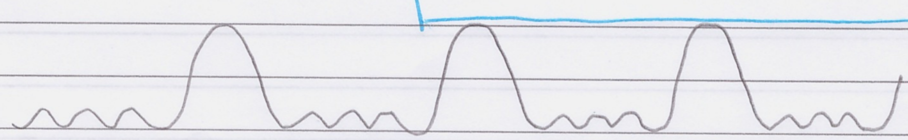
$$E_p = E_0 \,\mathrm{Re}\left[e^{-i\omega t + ikr_1} \cdot \frac{1-e^{iN\phi}}{1-e^{i\phi}} \right] =$$

$$= E_0 \,\mathrm{Re}\left\{ e^{-i\omega t + ikr_1} \cdot \frac{e^{iN\phi/2}}{e^{i\phi/2}} \cdot \left[\frac{e^{-iN\phi/2} - e^{+iN\phi/2}}{e^{-i\phi/2} - e^{i\phi/2}} \right] \right\}$$

$$= E_0 \,\mathrm{Re}\left\{ e^{-i\omega t + ikr_1} \cdot e^{i(N-1)\phi/2} \cdot \left(\frac{-2i \,\mathrm{sen}\, N\phi/2}{-2i \,\mathrm{sen}\, \phi/2} \right) \right\}$$

$$E_p = E_0 \cos\left[(N-1)\frac{\phi}{2} - \omega t + kr_1\right] \cdot \left(\frac{\mathrm{sen}\, N\phi/2}{\mathrm{sen}\, \phi/2} \right)$$

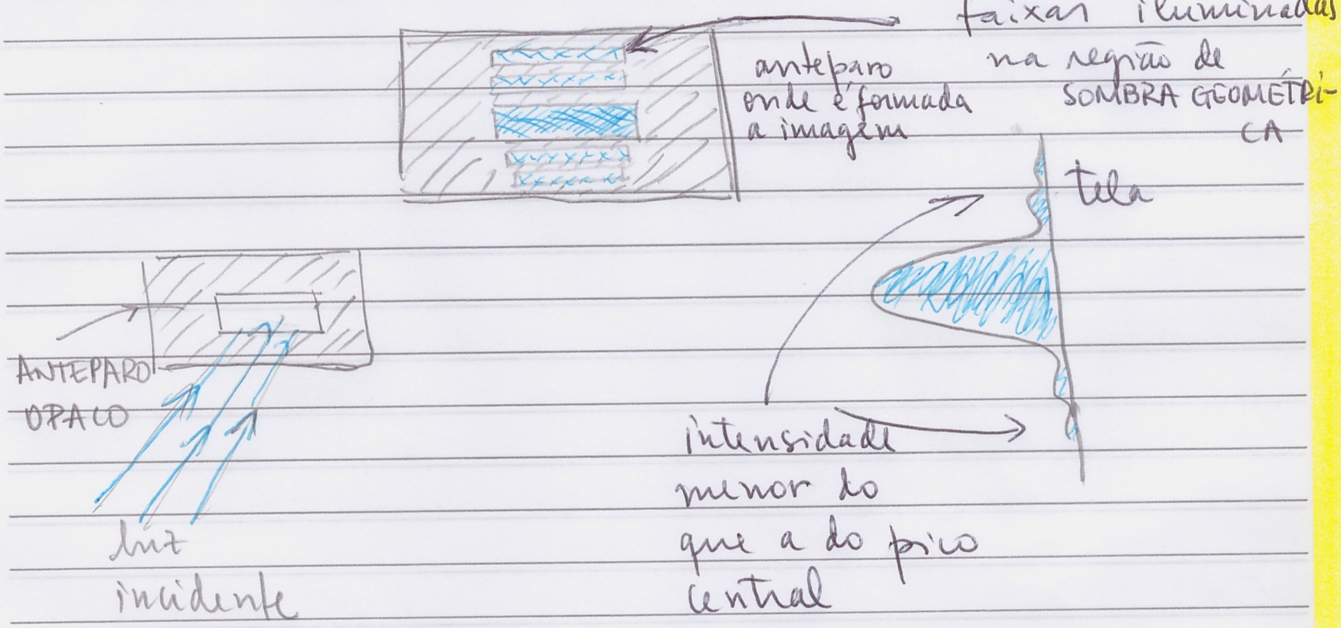
Intensidade : $\boxed{I_p = I_0 \left(\frac{\mathrm{sen}\, N\phi/2}{\mathrm{sen}\, \phi/2} \right)^2}$



Difração — Cap 36 5/7

Qualquer desvio dos raios de luz em relação à propagação retilínea que não pode ser interpretada como reflexão ou refração é chamada difração.

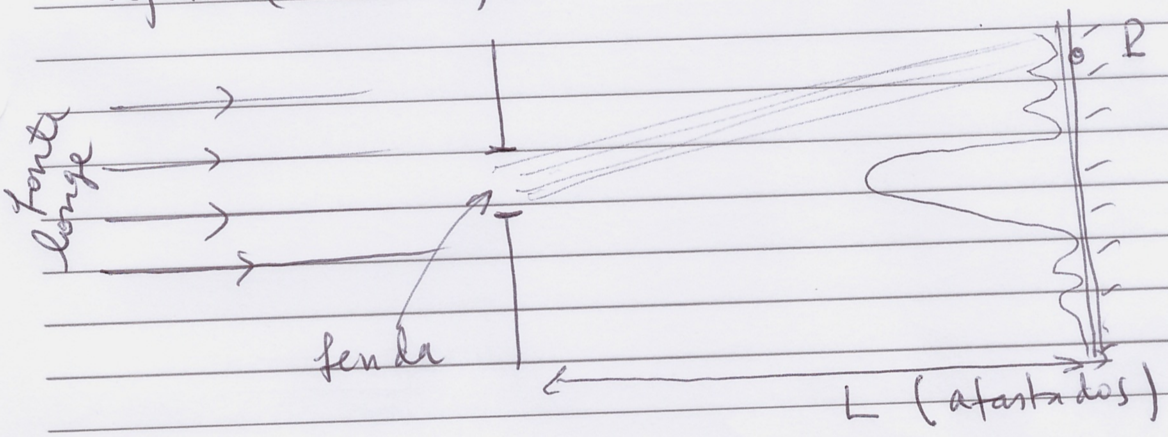
Na difração, consideramos tipicamente interferência de um número muito grande de fontes coerentes (ou uma "distribuição contínua" de fontes coerentes)



Classificação

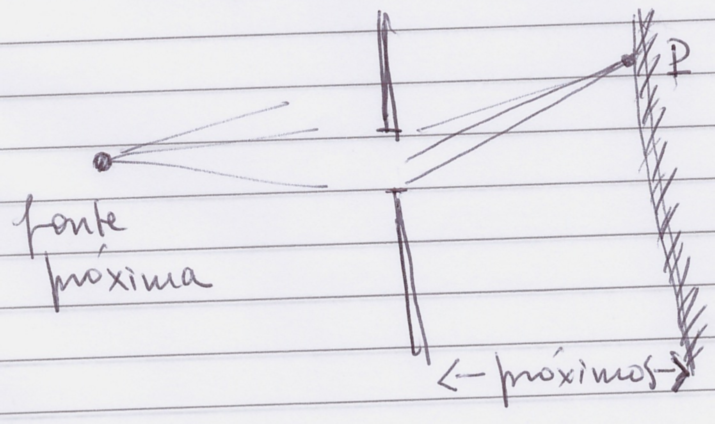
* 1) Difração de Fraunhofer : os "raios" que interferem são praticamente paralelos.

- A tela de observação e a fonte estão longe do objeto que causa desvio.
- A imagem NÃO guarda semelhança mas depende do objeto (abertura).



2) Difração de Fresnel : os raios que interferem não são paralelos.

- A tela e a fonte estão razoavelmente próximos
- A imagem depende e sim, guarda semelhança com o objeto



(1678) Princípio de Huyghens

↑

Note: Eq. de Maxwell ~(1860)

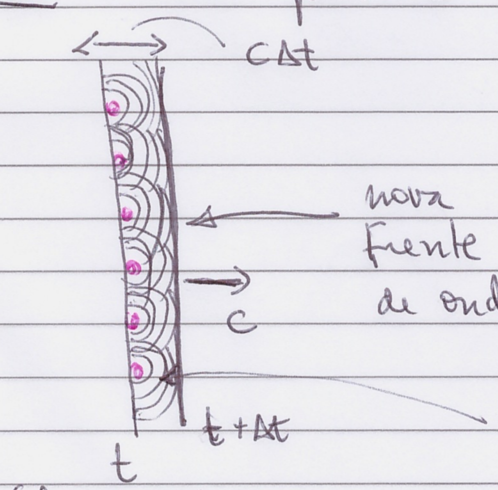
É um princípio empírico/ fenomenológico, usado para análise da propagação da radiação (luz...).

... diz que a frente de uma onda em $t+\Delta t$ pode ser obtida através da frente de ondas em t.

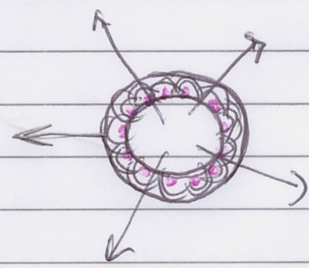
Como?

Cada ponto da frente de ondas "primária" (em t), = lugar geométrico dos pontos onde a fase é constante em t é uma fonte de ondas esféricas ("secundárias"). A frente de ondas em $t+\Delta t$ é a envoltória destas ondas esféricas secundárias.

Ex: onda plana



Ex: onda esférica

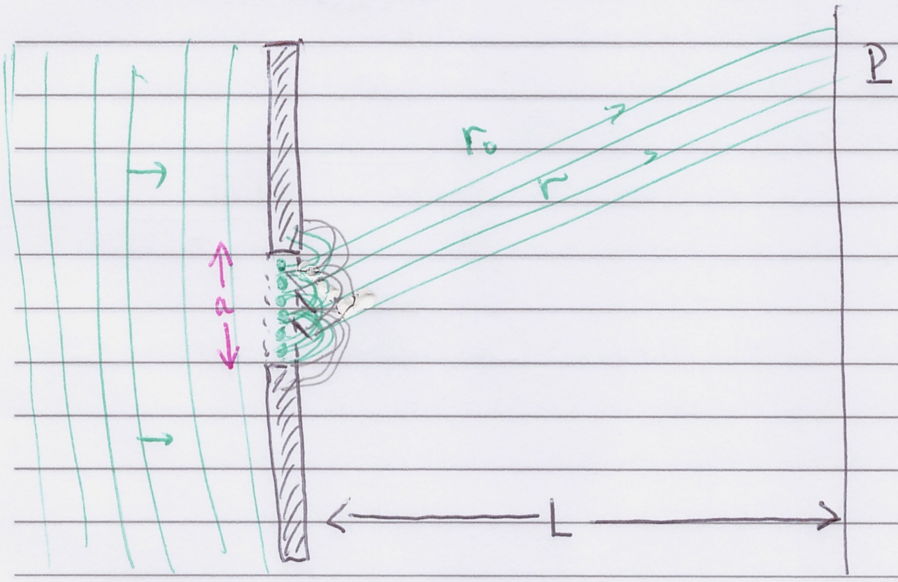


Ou seja: a forma da "nova" frente depende de um cancelamento e contribuição de TODOS infinitos pontos ... da "VELHA"

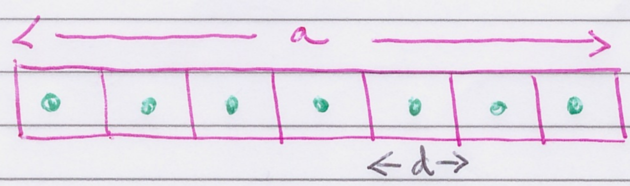
Ou seja: a forma geométrica da "nova frente de ondas depende de um cancelamento e contribuição de (TODOS) infinitos PONTOS da frente primária.

O que acontece se colocarmos um anteparo "no meio do caminho"?

Difração em uma fenda única.



bem longe!

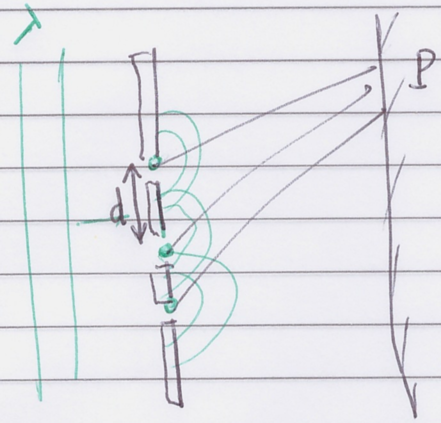


partição da fenda

"Dividimos" a fenda em N partes iguais de comprimento d tal que

$$\boxed{N \cdot d = a}$$

Em analogia ao problema anterior das N fendas (ou furos) de dimensões desprezíveis, cujo padrão de interferência é:



$$I_p^{(N)} = I_0 \cdot \left(\frac{\operatorname{sen} N\phi/2}{\operatorname{sen}\phi/2} \right)^2$$

$$\phi = k \cdot \delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \operatorname{sen}\theta$$

Para aproximar a situação da FENDA, tomamos o "limite do contínuo" de forma que:

$$\left.\begin{array}{l} N \to \infty \\ d \to 0 \end{array}\right\} \text{ com } \boxed{N.d \to a}$$

NOTE: Para assegurar convergência ao considerarmos luz que passa pela fenda a proveniente de apenas uma fonte, devemos considerar

$$\lim_{\substack{N\to\infty \\ d\to 0}} \frac{1}{N^2} I_p^{(N)} \equiv I_p^{\text{fenda}}$$

$$= \lim \frac{I_0}{N^2} \left(\frac{\operatorname{sen}\left(N k . d (\operatorname{sen}\theta)/2\right)}{\operatorname{sen}\left(k\, d\, (\operatorname{sen}\theta)/2\right)} \right)^2 =$$

S T Q Q S S D

$$I_p^{\text{fenda}} \simeq \lim_{\substack{N\to\infty \\ d\to 0}} \frac{I_0^2}{N^2}\left(\frac{\sin\left[Nkd\,(\sin\theta)/2\right]}{(kd\sin\theta)/2}\right)^2$$

$$(Nd)^2 \longrightarrow a^2$$

$\sin\varepsilon \sim \varepsilon$ $\qquad \varepsilon \ll 1$

$$I_p^{\text{fenda}} \simeq \frac{I_0^2}{N}\left(\frac{\sin\left[(ka\sin\theta)/2\right]}{(ka\sin\theta)/2}\right)^2 =$$

$$I_p^{\text{fenda}} \simeq I_0\left(\frac{\sin\beta/2}{\beta/2}\right)^2$$ difração...

$$\boxed{\beta \equiv ka\sin\theta}$$

Perfil da intensidade I_p^{fenda} : análise

MÍNIMOS : $\sin\beta/2 = 0 \Rightarrow \frac{\beta}{2} = m\pi$

com: $m = \cancel{0}, \pm1, \pm2, \ldots$

anula o denominador!!

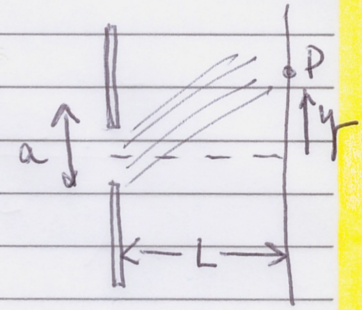
Para $m=0$, a função apresenta valor MÁXIMO!

S T Q Q S S D

MÍNIMO $\frac{\beta}{2} = m\pi$ $\boxed{m = \pm 1, \pm 2, \ldots}$

$$\frac{\beta}{2} \Rightarrow \frac{\pi a}{\lambda} \operatorname{sen}\theta_{esc} = m\pi \longrightarrow \boxed{a \operatorname{sen}\theta_{esc} = m\lambda}$$

$$\underbrace{\operatorname{sen}\theta_{esc}}_{\approx y_{esc}/L} = \frac{m\lambda}{a}$$

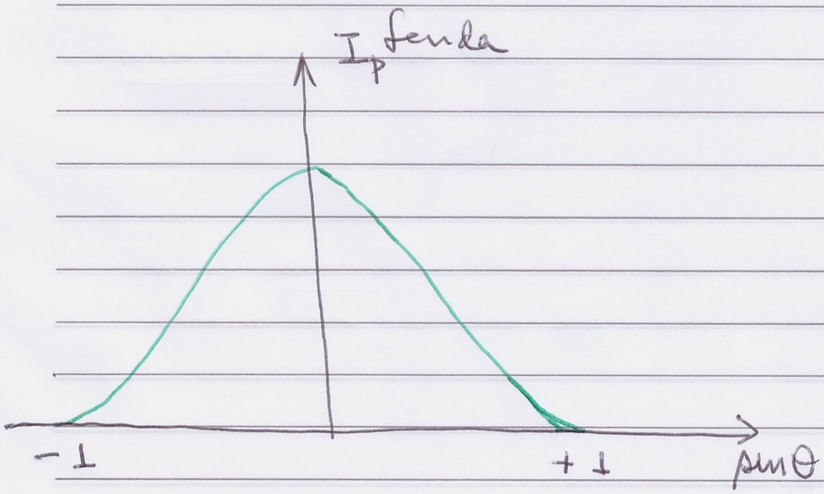


$$\boxed{y_{esc} = m\frac{L\lambda}{a}}$$

* Quantos mínimos ?

Note que $|\operatorname{sen}\theta_{esc}| \leq 1 \Rightarrow \left|\frac{m\lambda}{a}\right| \leq 1$

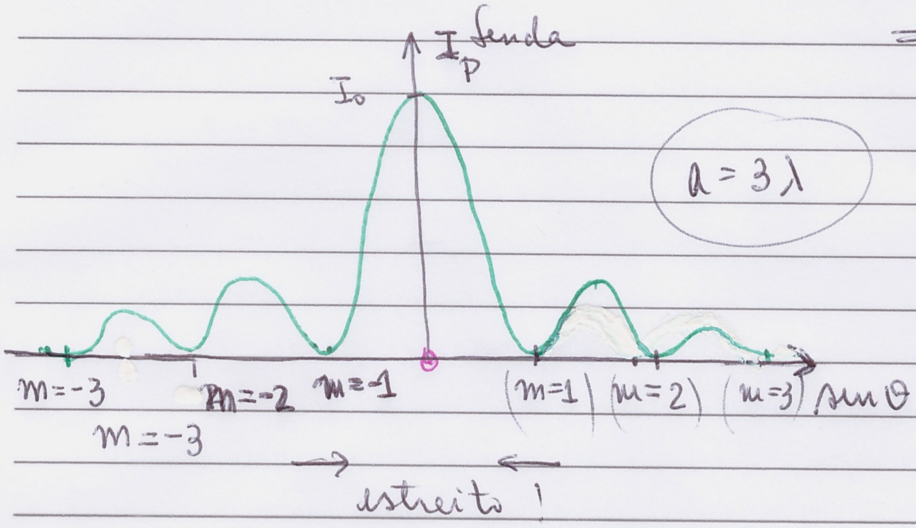
- Para $\lambda = a$ $\Rightarrow$ $m = \pm 1$ um único mínimo de cada lado



• Para $\lambda = 2a$ $\quad \cancel{\left|m\frac{\lambda}{a}\right| \leq 1}$

• Para $\lambda = a/3$ $\quad \left|m\frac{\lambda}{a}\right| = \left|m \cdot \frac{1}{3}\right| \leq 1$

$\Rightarrow m = \pm 1, \pm 2, \pm 3$



$a = 3\lambda$

$\sin\theta_{esc} = m \cdot \lambda/a$

Ou seja: quanto menor λ em relação a a, mais estreito é o pico do máximo central e maiores são os efeitos de difração (mais franjas de claros e escuros).

Franja clara central : ocorre em $\boxed{m = 0}$

Neste caso : $\dfrac{\sin(\pi a/\lambda \cdot \sin\theta)}{(\pi a/\lambda \ \sin\theta)} \sim 1 \quad \rightarrow \boxed{I \Rightarrow I_0}$

$\sin\theta \sim 0$

Outros máximos : NÃO coincidem exatamente com os valores para os quais $(\sin\beta/2)^2 = 1$ por causa de $(\beta/2)^2$ no DENOMINADOR!