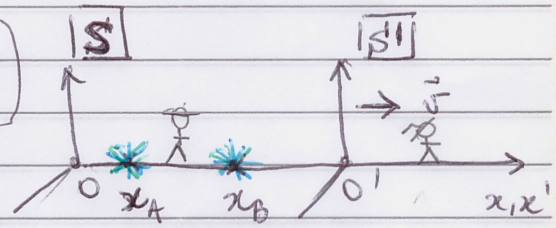
A relatividade da Simultaneidade

Suponha que dois eventos (A e B) sejam simultâneos em $\boxed{S}$.

Se estes 2 eventos não ocorrem no mesmo ponto do espaço em $\boxed{S}$, então não serão simultâneos em $\boxed{S'}$.

$$\boxed{\text{Em } t = t' = 0,\ O = O'}$$

De fato:



T.L : $t' = \dfrac{t - (v/c^2)\cdot x}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$ $\qquad$ $x' = \dfrac{x - vt}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$

Em S $\begin{cases} \text{A ocorre em } (t_A = t,\ x_A = 0) \\ \text{B ocorre em } (t_B = t,\ x_B = x) \end{cases}$

Então, em S' :

Evento A : $t_A' = \dfrac{t_A - (v/c^2)\cdot \overbrace{x_A}^{=0}}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = \dfrac{t}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = t\cdot\gamma$

$$t_B' = \frac{t_B - (v/c^2)\cdot \overbrace{x_B}^{=x}}{\sqrt{1-(v/c)^2}} =$$

$$= \left[t - (v/c^2)\cdot x\right]\gamma$$

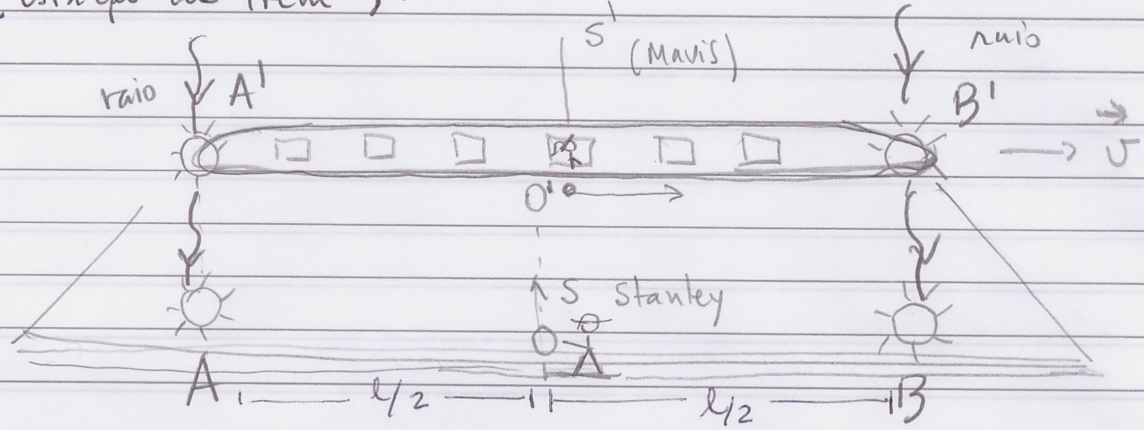
$$t_B' - t_A' = \Delta t' = \left[-\frac{v}{c^2}\cdot x\right]\cdot\gamma < 0 \quad !$$

O evento B ocorre antes do evento A em S'

$$t_B' < t_A'$$

De um ponto de vista mais "intuitivo"...
(como no livro-texto SZ Vol. IV)

Imagine um trem S' muito longo que se desloca com velocidade $\vec{v} = v\hat{i} = $ cte com relação a um sistema inercial S ("estação de trem").



- Dois raios atingem o trem nas extremidades. Cada raio deixa uma marca no trem (A', B') e na estação (A, B).
- O : metade do segmento $\overline{AB}$; O' = metade do segmento $\overline{A'B'}$

OBSERV. S : As duas frentes de ondas luminosas (provenientes de A e B) atingem O (Stanley) simultaneamente ⇒ Stanley conclui que os raios atingiram A e B simultaneamente.
[Ele sabe que as distâncias $\overline{OA}$ e $\overline{OB}$ são iguais]

OBSERV. S' : • As duas frentes de ondas luminosas não atingem O' (Mavis) no mesmo instante.

- Explicação segundo as T. Galileu (Mec. Clássica):

velocidade da informação (luz) $v_{B' \to O'} = c + v$
velocidade da informação (luz) $v_{A' \to O} = c - v$

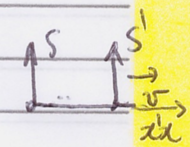
VIOLAM O 2º P. Relat. !

- Explicação segundo as T.L (Mec. Relativística)

[MESMO C, $\overline{O'A'} = \overline{O'B'}$] ⇒ O raio em B' ocorreu ANTES do raio em A'

⇒ os eventos em A' e B' NÃO SÃO SIMULTÂNEOS

Pergunta: pode ocorrer INVERSÃO TEMPORAL entre 2 eventos por uma mudança de referencial?



Sim! Se os 2 eventos não forem relacionados por uma relação de causa/efeito.

- o vaso não quebra antes de cair...
- o pai não pode nascer após o filho.... mesmo em relatividade!

De fato:

Suponha que no sistema inercial S os eventos A e B ocorram em $(x_A; t_A)$ $(x_B; t_B)$ com $y_B = y_A = 0$; $z_A = z_B = 0$.

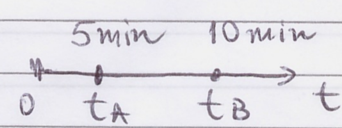
$$\Delta t' = t_B' - t_A' = \gamma(v)\left(\Delta t - \frac{v}{c^2}\Delta x\right)$$

onde:

$$\Delta t = t_B - t_A > 0 \quad \text{(evento A ocorre antes de B)}$$

$$\Delta x = x_B - x_A > 0$$

Para que a ordem temporal dos eventos seja invertida, devemos ter:



$$t_B' - t_A' = \gamma(v)\underbrace{\left(\Delta t - \frac{v}{c^2}\Delta x\right)} < 0$$

Ou seja: $\Delta x > \frac{c^2}{v}\cdot\Delta t$ ou $\frac{v}{c} > \frac{c\Delta t}{\Delta x}$ (I)

Note que porque $v/c < 1$ (II)

(I) $\frac{v}{c} > \frac{c\Delta t}{\Delta x}$

(II) $\frac{v}{c} < 1$

$$\left.\begin{array}{l} \text{(I)} \quad \frac{v}{c} > \frac{c\Delta t}{\Delta x} \\ \text{(II)} \quad \frac{v}{c} < 1 \end{array}\right\} \quad \frac{c\Delta t}{\Delta x} < \frac{v}{c} < 1$$

Ou seja, para que seja possível inverter a ordem dos eventos,

$$\boxed{\Delta x > c\Delta t}$$

condição para que inversão seja POSSÍVEL

$$x_A \xrightarrow{\text{inf.}} x_B$$

$$|\text{———} \ \Delta x \ \text{———}|$$

$$\cancel{v_{inf} \equiv \frac{\Delta x}{\Delta t} > c}$$

$\Rightarrow$ informação não pode ser transmitida $A \to B$!

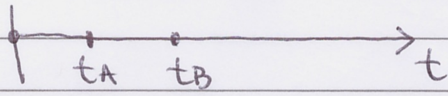
A distância entre x_A e x_B deve ser maior que a distância percorrida pela luz no tempo Δt.

$\Rightarrow$ não há relação causal entre A e B.

Ou seja, não pode haver relação de causa e efeito entre 2 eventos inversíveis por uma mudança de referencial.

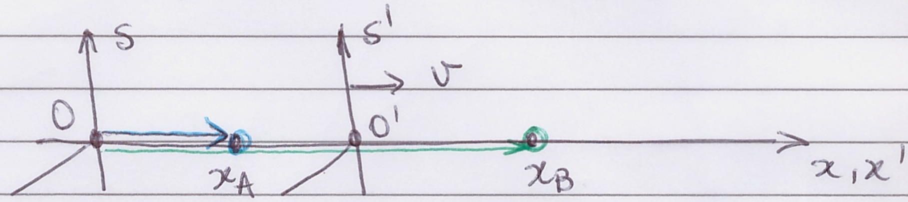
Exercícios

1- Em um sistema inercial S, o evento A ocorre no ponto x_A, no instante t_A. O evento B ocorre no ponto x_B, no instante $t_B = t_A + 10^{-6}$s. [Note que o evento A ocorre antes do evento B]. Dado: $x_B - x_A = 400$ m.



Determine "as condições" para que os eventos A e B ocorram em ordem inversa, quando vistos de um outro referencial inercial S' que se move com relação a S com velocidade $\vec{v} = v\hat{i}$. Em $t = t' = 0$, as origens COINCIDEM.

Solução



T.L :

$$t_B' = \gamma\left(t_B - x_B v/c^2\right)$$
$$t_A' = \gamma\left(t_A - x_A v/c^2\right)$$

$$\Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \Delta x\, v/c^2\right)$$

$$\left.\begin{aligned} \Delta t' &= t_B' - t_A' \\ \Delta t &= t_B - t_A = 10^{-6}\,\text{s} \\ \Delta x &= x_B - x_A = 400\,\text{m} \end{aligned}\right\}$$

Queremos $\underbrace{\Delta t' < 0}$ (inversão da ordem)

[simultâneos se $\Delta t' = 0$]

$$\Delta t' < 0 \Rightarrow \underbrace{\Delta t} < \Delta x\, v/c^2 \Rightarrow \underbrace{10^{-6}} < \frac{400}{3\times 10^8}\cdot\frac{v}{c}$$

$$\frac{v}{c} > \frac{3\times10^8 \times 10^{-6}}{4\times 10^2} = \frac{3}{4} \Rightarrow \boxed{\frac{3}{4}c < v < c} \quad *$$

S T Q Q S S D

* O que garante que um valor $v < c$ possa ser encontrado é que

velocidade da informação

$$v_{inf} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \doteq \frac{400\,m}{10^{-6}\,s} = 4 \times 10^{8}\,\frac{m}{s} > c$$

OK! não há relação causal entre os 2 eventos!

⇒ A informação NÃO pode passar $A \leftrightarrow B$

Mas e se $\Delta x = 100\,m$?

$$v_{inf} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{100\,m}{10^{-6}\,s} = 10^{8}\,\frac{m}{s} < c$$

neste caso, os 2 eventos poderiam ter uma relação de causa/efeito. Portanto, a ordem temporal não pode ser mudada neste caso

---

De outra forma:

$$\Delta t' < 0 \Rightarrow \Delta t < \frac{\Delta x\, v}{c^2} \Rightarrow 10^{-6} < \frac{100}{3\times 10^{8}} \cdot \frac{v}{c}$$

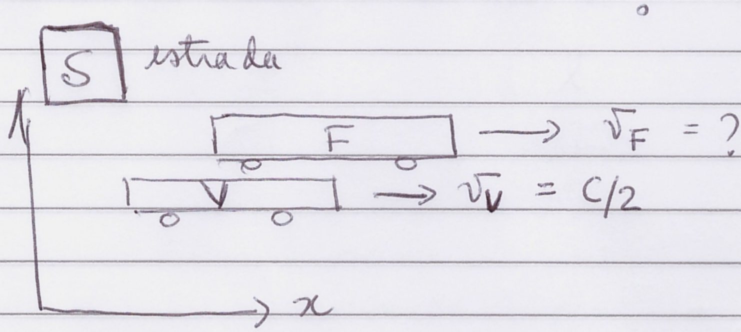
$$\Rightarrow \frac{v}{c} > \frac{10^{-6} \times 3\times 10^{8}}{10^{2}} = 3$$

$$\Rightarrow v > 3c$$

! não há solução para v!

7/

2- Considere um universo em que a velocidade da luz é $c = 120$ km/h. Um carro F correndo a uma velocidade v relativa à estrada ultrapassa um carro V se movendo a uma velocidade $60 \text{ km/h} = c/2$ com relação à estrada. A velocidade de F é tal que seu comprimento é medido por um observador fixo na estrada como sendo o mesmo que o do carro V. Sabe-se que o comprimento próprio de F é o dobro do comprimento próprio de V. Qual a velocidade de F? (v_F)



2 referenciais S'
– um deles em F
– outro em V

IGUAIS

$$L^F = L_0^F \cdot \sqrt{1-(v_F/c)^2}$$
$$L^V = L_0^V \cdot \sqrt{1-(v_V/c)^2}$$

$$① = ② \Rightarrow L_0^F \times \sqrt{1-(v_F/c)^2} = L_0^V \times \underbrace{\sqrt{1-\left(\frac{c/2}{c}\right)^2}}_{3/4}$$

dado: $L_0^F = 2\, L_0^V$

$$\left(\frac{L_0^V}{L_0^F}\right)^2 \cdot \frac{3}{4} = 1-(v_F/c)^2$$

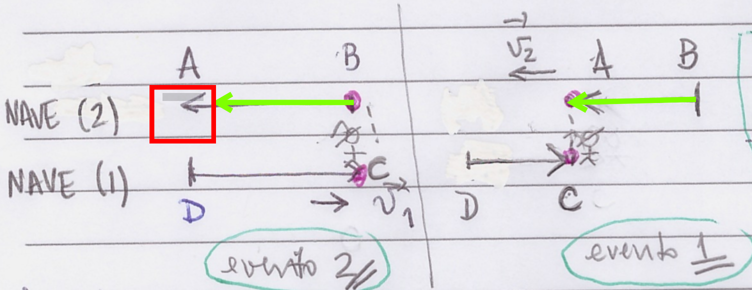
$$\underbrace{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{3}{4}}_{3/16} = 1-(v_F/c)^2$$

$$v_F = c \cdot \sqrt{1-3/16} \Rightarrow v_2 \sim 108 \text{ km/h}$$

3 – Duas espaçonaves, cada uma com 100 m de comprimento próprio, passam perto uma da outra, dirigindo-se em sentidos opostos. Se um astronauta na frente (proa) de uma das naves mede um intervalo de tempo de 2.5×10^{-6} s para que a segunda nave passe por ele, então:

(a) Qual é a velocidade relativa entre as espaçonaves?

$\vec{v}_1, \vec{v}_2 \Rightarrow$ com relação à Terra



$L_0 = 100$ m dado

2 eventos: proa A e popa B passam pelo observador em (1) no ponto C

Sol. a) • Para o observador em (1), os 2 eventos ocorrem no mesmo ponto C $\Rightarrow$ mede um intervalo de tempo próprio T_0 entre eles.

• u = velocidade relativa entre as naves = velocidade com que a nave (2) passa pela nave (1).

Em (1): $(*)$ $L = \dfrac{L_0}{\gamma(u)} < L_0$

L = comprimento da nave (2) vista por (1).

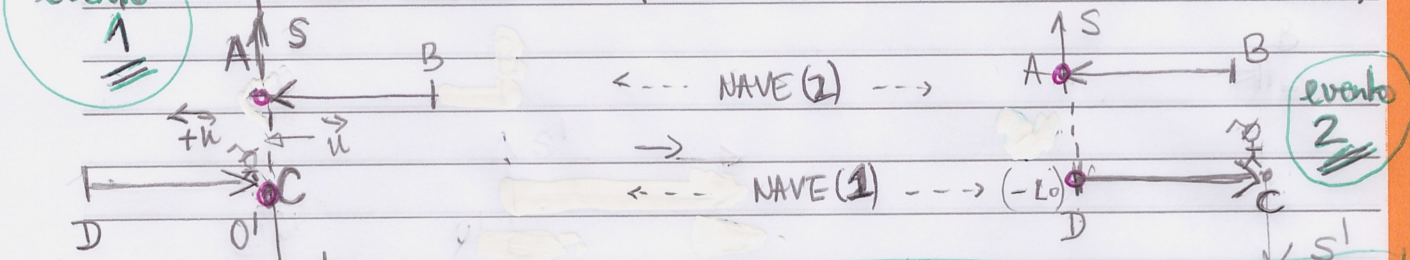
Em (1): $(**)$ $L = T_0 \cdot u$ $\qquad T_0 = 2{,}5 \times 10^{-6}$ s

$(*)$ e $(**)$: $\dfrac{L_0}{\gamma(u)} = T_0 \cdot u \Rightarrow L_0 \cdot \sqrt{1-(u/c)^2} = T_0 u$

$\div c^2 \Rightarrow \left(\dfrac{L_0}{c}\right)^2 \left(1 - \left(\dfrac{u}{c}\right)^2\right) = T_0 (u/c)^2$

$\Rightarrow \boxed{u/c = 0{,}132}$

(b) Que intervalo de tempo é medido na nave (1) para que a frente da segunda nave (nave (2)) passe desde a frente até o final da 1ª nave?



Neste caso, os dois eventos não ocorrem no mesmo pto em (1)

1º evento: A e C coincidem [em (1), ocorre em $x=0$]

2º evento: A e D coincidem [em (1), ocorre em $x=L_0$]

1ª) Solução:
$$T = \frac{L_0}{u} = \frac{100\ m}{0{,}132C} = \frac{10^{-2}}{0{,}132 \times 3\times 10^{8}}\ s$$
$$= 2{,}52 \times 10^{-6}\ s$$

Ou, alternativamente ...

2ª) Solução (T.L.)

1º evento: $\begin{cases} x_A = 0, & x'_C = 0 \\ t = 0, & t' = 0 \end{cases}$

2º evento: $\begin{cases} x_A = 0, & x'_D = -L_0 \\ t & T' \end{cases}$

TL: $x = (x' + uT')\cdot \gamma(u)$

1º evento: $0 = (0 + 0\cdot u)\cdot\gamma$

2º evento: $0 = \underbrace{(-L_0 + T'u)}_{0}\cdot\gamma \rightarrow \boxed{T' = L_0/u}$

$= 2{,}52 \times 10^{-6}\ s$