Introdução à Relatividade Restrita

(ESPECIAL)

Restrita aos referenciais inerciais ...

Até o final do séc. XIX, parecia tudo resolvido na Física:

"Pilares da Física Clássica"

- a mecânica e a gravitação de Newton: movimento dos corpos (celestes e terrestres)
- os fenômenos elétricos / magnéticos / ópticos: unificados pelas Equações de Maxwell
- a termodinâmica: (responsável pela expansão industrial da época)
  - compreensão do funcionamento e limitações das máquinas térmicas.

Parecia justo (e certo!) que qualquer questão "extra" pudesse ser resolvida em alguma destes contextos.

Mas não foi bem assim ...

Após $\leq$ 1/4 de século, o panorama da física estava radicalmente alterado

- A Mecânica Quântica :

  descreve propriedades da matéria e interações a nível microscópico.

- A Relatividade (Restrita) de Einstein (1905):

  muda as noções de espaço e tempo

  (percebidas para $v \sim c$)

* Espaço e Tempo : não mais conceitos "absolutos".

Princípios (postulados) da Relatividade Restrita (Einstein 1905)

1º (Princípio da Relatividade)

"Todos os sistemas inerciais são equivalentes para a formulação de todas as leis da Natureza".

[Se um evento ocorre em um referencial, ~~o mesmo~~ o mesmo evento ocorre em qualquer outro referencial].

2º "A luz propaga-se no vácuo de modo retilíneo e com a mesma velocidade c ($= 3\times10^8$ m/s = 300.000 km/s) em todos os tempos, em todas as direções e em todos os referenciais inerciais, a despeito do estado de movimento da fonte de luz".

NOTE Eq. de onda (em 1D) ($\mathbb{E}$ ou $\mathbb{B}$) : $\frac{\partial^2 \mathbb{E}}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \mathbb{E}}{\partial t^2} = 0$

em relação a qual referencial?

A velocidade da luz é c em qualquer referencial!

(resultado negativo do experimento de Michelson / Morley (1887) corrobora este princípio.

Lembre-se : Transformações de Galileu

S e S' são referenciais inerciais

Em $t = t' = 0$, as origens O e O' coincidem

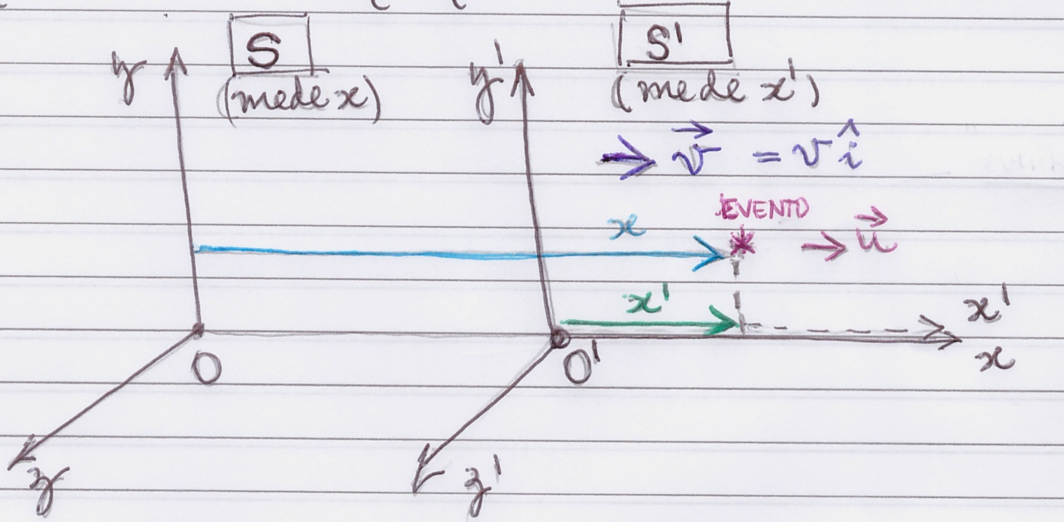
Supomos $O_x \parallel O_{x'}$ $\quad O_y \parallel O_{y'}$ $\quad O_z \parallel O_{z'}$

A) Coordenadas

$$\begin{cases} x' = x - vt \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}$$

inversa

$$x = x' + vt$$
$$y = y'$$
$$z = z'$$
$$t = t'$$



B) velocidades

$\vec{u}$ = velocidade do OBJETO

$\vec{v}$ = vel. relativa S, S'

Em $\boxed{S}$: $\quad u = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$

Em $\boxed{S'}$ $\quad u' = \dfrac{\Delta x'}{\Delta t'} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t'} - v\dfrac{\Delta t}{\Delta t'}$

$$\boxed{\Delta t = \Delta t'} \Rightarrow \boxed{u' = u - v} \qquad \boxed{\vec{u}' = \vec{u} - \vec{v}}$$

lei da adição de VELOCIDADES (Galileu)

$u' = u - v$

① se $v = 40\ m/s$; $u = 340\ m/s$, $u' = 300\ m/s$ (velocidade do som)
som $v = -40\ m/s$; $u = 340\ m/s$, $u' = 380\ m/s$

OK ...

② se $v = 40\ m/s$ $u = c = 3\times10^8\ m/s$ .... $c' \neq c$?!
luz

Antes de introduzir as transformações "corretas", i.e. as transformações que deixam a velocidade da luz

$\boxed{|\vec{c}| = \text{constante}}$

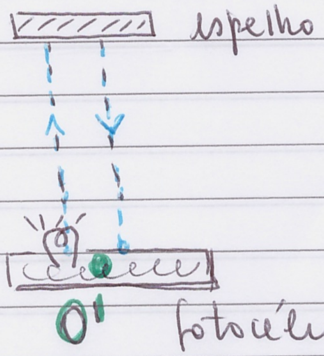
iremos estudar duas consequências deste fato:

Veremos que medidas de tempo e de espaço dependem do referencial onde se encontram os instrumentos de medida (relógios ... réguas ...).

(I) Medidas de intervalos de tempo

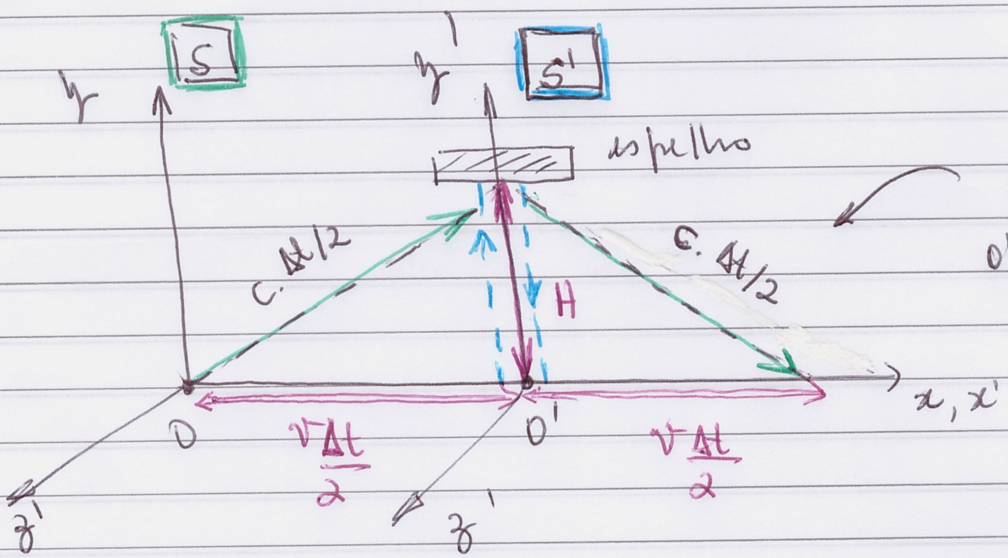
"Relógio de luz"

$\boxed{S'}$



fotocélula:
emissão e absorção
da luz ocorrem no
mesmo ponto O'

$\boxed{S'}$ { A luz é EMITIDA do pto $x'=0$ = EVENTO 1
A luz é ABSORVIDA no pto $x'=0$ = EVENTO 2



Em $\boxed{S}$, observa-se isso

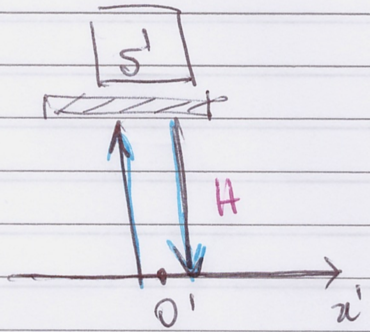
Os 2 eventos (emissão e absorção da luz) também ocorrem em $\boxed{S}$.

- (2º princípio da R.R.): em $\boxed{S}$ e em $\boxed{S'}$, a velocidade da luz é c.

- Em $\boxed{S'}$, o observador mede o intervalo de tempo Δt_0 entre os 2 eventos.

- Δt_0 : "intervalo de tempo próprio" medido por um observador em repouso no referencial em que os 2 eventos ocorrem no mesmo ponto do espaço.

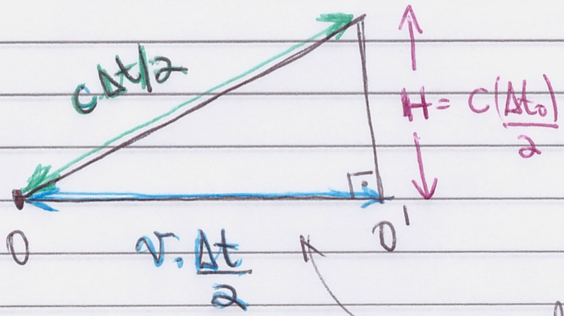
Assim, Δt_0 medido em $\boxed{S'}$ corresponde ao intervalo de tempo entre a emissão e absorção da luz no mesmo ponto



$$\Delta t_0 \cdot c = 2H$$

$$\boxed{\Delta t_0 = 2H/c}$$

Qual a medida do tempo em $\boxed{S}$ e como se relaciona com Δt_0?



deslocamento de $\boxed{S'}$ em relação a $\boxed{S}$.

$$H^2 + \left(\frac{v\Delta t}{2}\right)^2 = \left(\frac{c\Delta t}{2}\right)^2$$

$$\left[c\left(\frac{\Delta t_0}{2}\right)\right]^2 + \left(\frac{v\Delta t}{2}\right)^2 = \left(\frac{c\Delta t}{2}\right)^2$$

$$c^2(\Delta t_0)^2 = (c^2 - v^2)(\Delta t)^2$$

$$\left[\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \equiv \gamma . \Delta t_0 \geq \Delta t_0\right]$$

$$\boxed{\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \equiv \text{"fator de Lorentz"}}$$

$$\gamma \geq 1$$

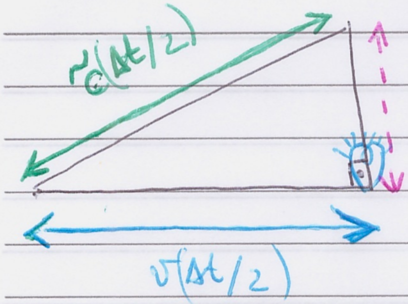
Fenômeno: DILATAÇÃO DOS INTERVALOS DE TEMPO.

$\gamma \sim 1$ para $v \ll c$ (mecânica não-relativística)

$\gamma \gg 1$ para $v \sim c$ (mecânica relativística)

E se o cálculo fosse efetuado de acordo com a lei de adição de velocidades de Galileu?

Em $\boxed{S}$



$$\frac{c\Delta t_0}{2} = H$$

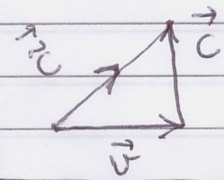
NOTE

Um observador em $\boxed{S}$ veria a fonte de luz já "lançada" com uma velocidade $\vec{v}$ e atribuiria:

$$\vec{\tilde{c}} = \vec{c} + \vec{v}$$

$$\tilde{c}^2 = (\vec{c}+\vec{v})\cdot(\vec{c}+\vec{v})$$

$$\tilde{c}^2 = c^2 + v^2$$



$$\left(\frac{\tilde{c}\Delta t}{2}\right)^2 = \left(\frac{v\Delta t}{2}\right)^2 + \left(\frac{c\Delta t_0}{2}\right)^2$$

$$(\Delta t)^2 \underbrace{(\tilde{c}^2 - v^2)}_{c^2} = c^2(\Delta t_0)^2$$

$$(\Delta t)^2 \cdot \cancel{c^2} = \cancel{c^2}(\Delta t_0)^2 \rightarrow \Delta t = \Delta t_0$$

transf. Galileu para o tempo ok

Então, o fato de ser $\tilde{c} = c$ é que leva a:

$$\boxed{\Delta t = \gamma \Delta t_0}$$

- O efeito de dilatação do tempo é significativo somente para $v \sim c$

$$\begin{cases} v = 0{,}1c \rightarrow \Delta t = 1{,}005\,\Delta t_0 \\ v = 0{,}98c \rightarrow \Delta t = 5\,\Delta t_0 \ ! \end{cases}$$

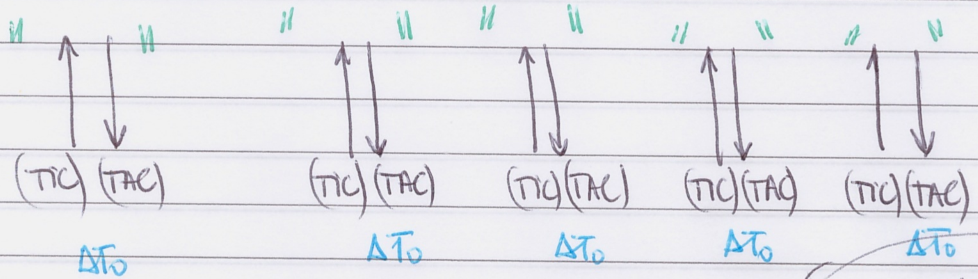
$\boxed{S'}$: trem

Ilustração ...

$\boxed{S}$: estação

Ex: $\underline{\underline{\gamma = 5}}$ $\Rightarrow$ $\Delta t = 5 \Delta t_0$

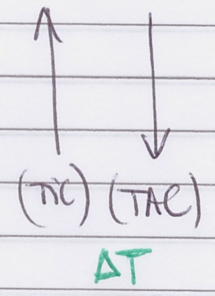
como se ...



NA ESTAÇÃO ; "eventos imaginários"

na estação, passou mais tempo : 5 unidades de ΔT_0

Eventos reais na estação : Somente estes dois !



no trem, passou menos tempo : uma única unidade ΔT_0

uma unidade de tempo na estação = 5 unidades de tempo no trem

O menor intervalo de tempo = tempo próprio, ocorre no referencial em que os 2 eventos ocorrem no mesmo ponto $\vec{P}$

O efeito da dilatação do tempo é real !!

Exemplo: A vida longa dos ~~Múons~~ múons (μ^-)

méson π → ....
$ \searrow \mu^- \to e^- + 2\nu$

1º evento | 2º evento

vida média dos μ^- no referencial "próprio":

$$\Delta T_0^{(1/2)} \equiv \Delta t_0 = 2{,}2 \times 10^{-6}\ s$$

"vida média" (passados $2{,}2 \times 10^{-6}$ s no ref. $\boxed{S'}$, onde múons estão em repouso, a metade dos μ^- decaem).

Se os múons produzidos no espaço se movem com velocidade 0,99 c ("raios cósmicos")

$$\Delta T^{(1/2)} \equiv \Delta t = \gamma \cdot \Delta t_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{0{,}99\cancel{c}}{\cancel{c}}\right)^2}} \cdot 2{,}2 \times 10^{-6}\ s$$

$$= 15{,}6 \times 10^{-6}\ s \simeq 7 \times \Delta T_0^{(1/2)}$$ ... na Terra (observador em $\boxed{S}$)

Ou seja, se estes múons são criados na estratosfera, um número significativo consegue chegar a Terra antes de decair: este efeito é observado!

Note: Na verdade, estes múons estão acelerados em direção à Terra e portanto, não se encontram em um ref. inercial! Mas ... aproximadamente ...