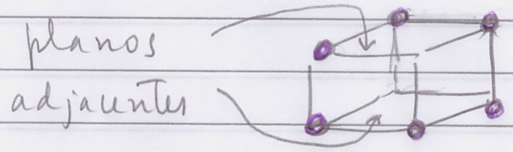
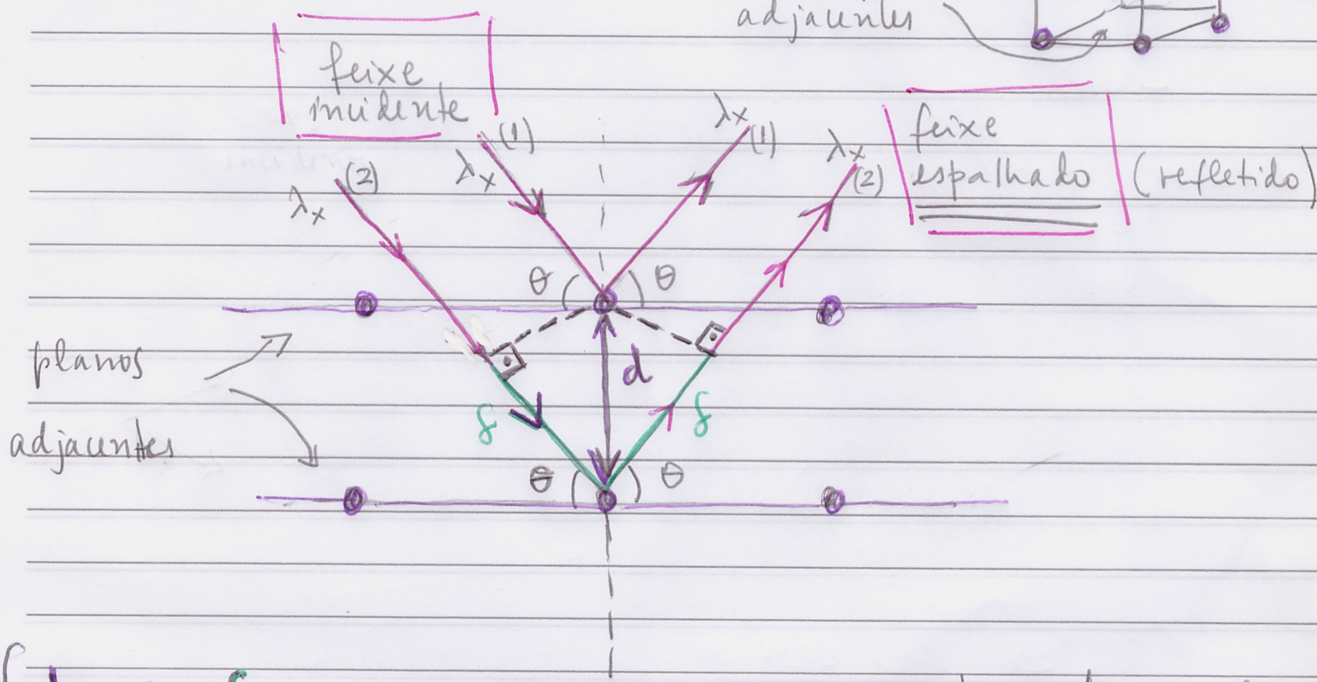
S T Q Q S S D

Interferência de ondas eletromagnéticas: Aplicações

① Difração de raios-X (Cristais)





$$\begin{cases} d\sin\theta = \delta \\ \theta : \text{ângulo de incidência} \end{cases}$$

$$\boxed{I_p = I_0 \cos^2 \phi/2}$$

$$\phi = k \cdot 2\delta$$

$$= \frac{2\pi}{\lambda_x} \cdot 2d\sin\theta$$

$\cos^2\phi/2$ .... fator de interferência

Interferência construtiva: $\frac{\phi}{2} = m\pi$ $m = 1, 2, 3, \ldots$ (natural)

$$\frac{2 \cdot d\sin\theta}{2} \cdot \frac{2\cancel{\pi}}{\lambda_x} = m\cancel{\pi}$$

$\boxed{\sin\theta > 0}$

$$\Rightarrow \boxed{2d\sin\theta = m\lambda_x}$$

"lei de Bragg"

d é a "incógnita"

Por que raios-X ?

$$\boxed{\lambda_x \sim 10^{-13} - 10^{-8}\, m}$$

$2d \sin\theta = m\lambda_x$ (máx.) $m = 1, 2, 3, \ldots$

$|\sin\theta| = \frac{m\lambda_x}{2d} \leq 1$ $\rightarrow$ $\boxed{\lambda_x \leq \frac{2d}{m}}$

Em cristais : $d \sim 1\,\text{Å} = 10^{-10}\, m$ (metro!)

máximo de 1ª ordem $(m=1)$: $\lambda_x < \frac{2 \cdot 10^{-10}}{1}$ ok!

máximo de 2ª ordem $(m=2)$: $\lambda_x < \frac{2 \cdot 10^{-10}}{2}$ ok

⋮

Note : luz visível $\lambda_{vis} \sim 400 - 700\, nm$ $\sim 10^{-7}\, m$

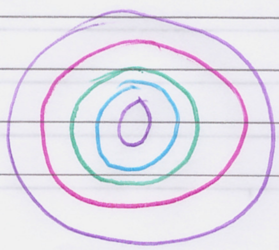
$\Rightarrow$ $\lambda_{vis} \gg \lambda_x$

não é !

$\cancel{\lambda_{visível} \leq \frac{2d}{m}}$

ou seja, $\lambda_{visível}$ não satisfaz às condições acima para existência de um máximo de intensidade.

CD :



rede de difração para a luz visível !

$\longrightarrow$ cada cor componente da luz branca apresenta um máximo em ângulos diferentes.

Aula 2

Campos Elétricos e Magnéticos na matéria: (radiação)

Em meios polarizáveis e magnetizáveis, homogêneos e isotrópicos e para campos $\mathbb{E}(\vec{r},t)$, $\mathbb{B}(\vec{r},t)$ não muito intensos

permissividade
$$\begin{cases} \varepsilon_0 \longrightarrow K\varepsilon_0 \equiv \varepsilon \\ \mu_0 \longrightarrow K_m \mu_0 \equiv \mu \end{cases}$$

K = cte dielétrica do meio
K_m = cte magnética do meio

Com isso, todos resultados anteriores se aplicam.

① Eq. da onda: nestes meios, na ausência de "cargas ρ e correntes J extras"

$$\left.\begin{aligned} \nabla^2 \mathbb{E} &= \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \mathbb{E}}{\partial t^2} \\ \nabla^2 \mathbb{B} &= \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \mathbb{B}}{\partial t^2} \end{aligned}\right\} \quad v = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$$

admitem soluções ondas viajantes

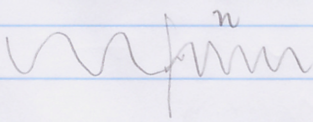
$$v = \frac{1}{\sqrt{K_m \cdot K \cdot \mu_0\varepsilon_0}} = \frac{c}{\sqrt{K_m K}} \equiv \frac{c}{n} \qquad n \geq 1$$

$k(x \pm vt)$

$$v = \frac{c}{n} \leq c$$

n = "índice de refração do meio"

onda periódica



$$\begin{cases} k = \dfrac{\omega}{v} = \dfrac{\overset{k_0}{\omega}}{(c/n)} = n k_0 \uparrow \\[2ex] \boxed{\lambda = \dfrac{2\pi}{k} = \dfrac{2\pi}{k_0}\dfrac{1}{n} = \dfrac{\lambda_0}{n}} \downarrow \end{cases}$$

② densidade de energia: $u = \dfrac{\varepsilon}{2} E^2 + \dfrac{1}{2\mu} B^2 = \varepsilon E^2$ (ondas viajantes)

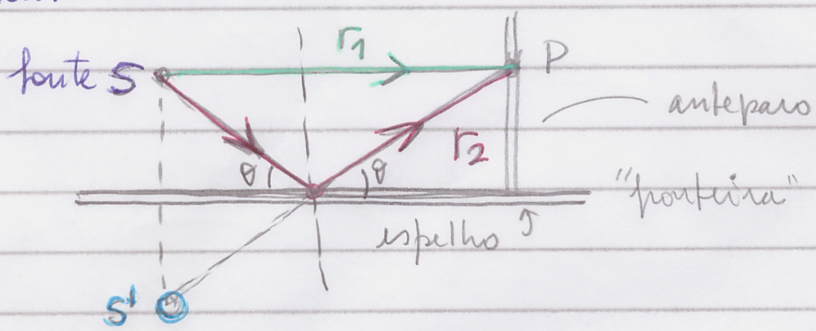
$B = E/v$

③ $\vec{S} = \dfrac{1}{\mu}(\mathbb{E} \times \mathbb{B})$

$\vec{S} = v u \,\hat{i}$ (onda progressiva $\vec{v} = v\hat{i}$)

Reflexão e Mudança de Fase

Outra maneira de se observar interferência de ondas luminosas



Ocorre como se a fonte VIRTUAL S' fosse "a fonte" (ou "fenda") que dá origem ao "raio" r_2.

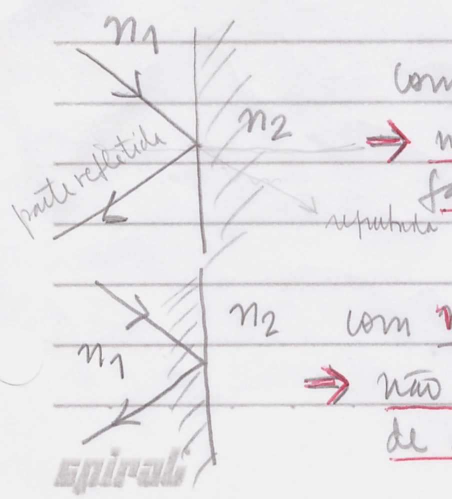
Entretanto, ao se refletir no espelho, há uma mudança de fase do campo correspondente a 180° (ou π rd).

(condições de contorno: $E_t = 0$ (no espelho) $\Rightarrow \underbrace{E_i + E_r = 0}_{\text{perfeito}}$

$E_i = -E_R$

~~condutor~~ perfeito

Em geral, a reflexão da luz quando incide em um outro meio pode vir acompanhada de mudança de fase (da luz refletida), dependendo da diferença entre os índices de refração correspondentes:



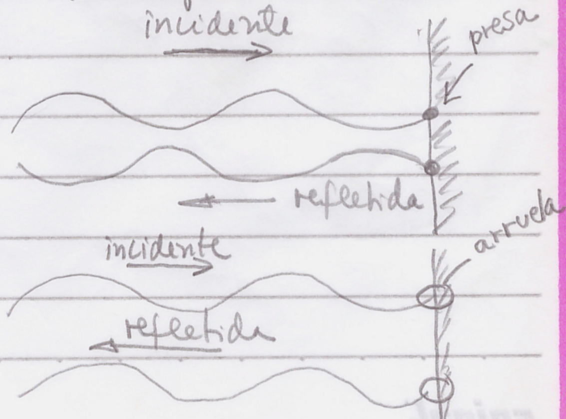
com $n_2 > n_1$

$\Rightarrow$ mudança de fase de 180°

com $n_2 < n_1$

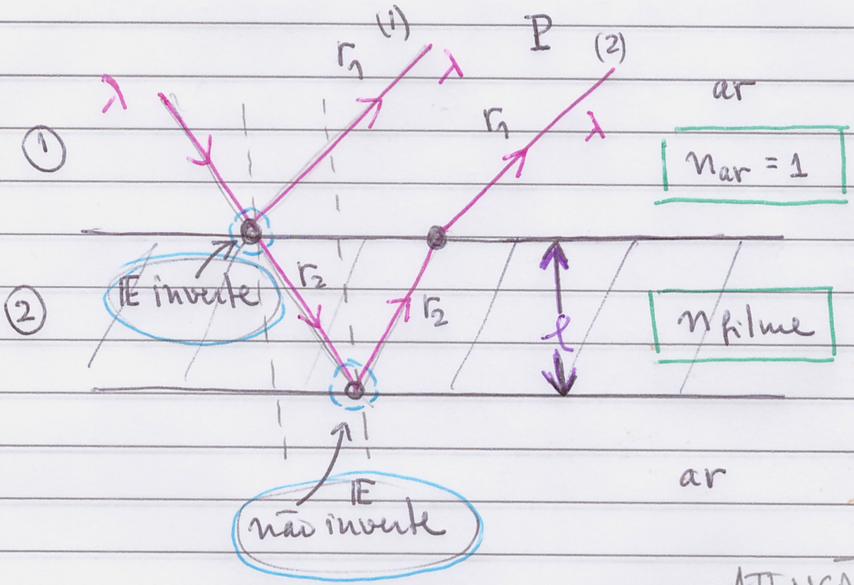
$\Rightarrow$ não há mudança de fase

Análogo mecânico



② Interferência por Filmes (películas) finos

... bolhas de sabão, gotas de óleo, asas de insetos...



{ incidência NORMAL
{ $n_{filme} > n_{ar}$ (~ 1)

← FILME FINO

ATENÇÃO: inverte / não inverte na reflexão

$$E_P = E_1 + E_2 =$$

$$= Re\left\{ \left[E_0 e^{i(k_1 r_1 + \pi)} + E_0 e^{i(k_1 r_1 + k_2 (2\ell))} \right] . e^{-i\omega t} \right\}$$

Com isso:

$$\boxed{I_P = I_0 \cos^2 \phi/2}$$

Onde

ϕ = diferença de fase entre (1) e (2) ao atingir o ponto P.

$$\phi = 2\ell \, . \, k_2 - \pi \qquad k_2 = \frac{2\pi}{\lambda_{filme}}$$

$$\boxed{\lambda_{filme} = \frac{\lambda}{n_{filme}}}$$

$$\frac{\phi}{2} = \frac{2\ell}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}\pi}{\lambda_{filme}} - \frac{\pi}{2}$$

$$\lambda_{filme} = \frac{\lambda}{n_{filme}}$$

$$\frac{\phi}{2} = \begin{cases} m\pi & \text{(construtiva)} \\ (m+1/2)\pi & \text{(destrutiva)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2\ell = (m+1/2)\,\lambda/n_{filme} & \text{(CONSTRUTIVA)} \\ 2\ell = m\,\dfrac{\lambda}{n_{filme}} & \text{(DESTRUTIVA)} \end{cases}$$

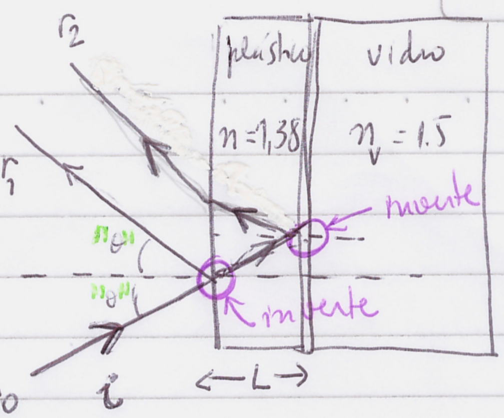
$$\boxed{m = 0, +1, +2, +3, +4 \ldots}$$ (inteiro não negativo)

$$\boxed{2\ell > 0}$$

Exercício: filmes finos

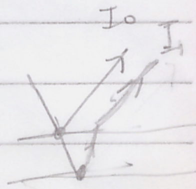
A lente de vidro da Figura é recoberta em uma das faces por um filme fino plástico.

índices refração $\begin{cases} n_{plástico} = 1,38 \\ n_{vidro} = 1.5 \end{cases}$



Qual é a menor espessura do filme para eliminar via efeitos de interferência, a reflexão da luz na metade do intervalo do visível? ($\lambda_0 \sim 550$ nm)
Assuma incidência normal à superfície.

Cálculo $\Delta\phi$ (ou simplesmente ϕ) $\quad I = I_0 \cos^2 \phi/2$



$$\phi = \overbrace{2L \cdot k_p + \pi}^{\phi_2} \overbrace{- \pi}^{\phi_1}$$

$$\frac{\phi}{2} = \frac{2L}{2} \cdot \frac{2\pi}{\lambda_p} = L \cdot \frac{2\pi}{\lambda_0/n_p} = \frac{2\pi L n_p}{\lambda_0}$$

L pode variar

Interferência destrutiva: $\dfrac{\phi}{2} = (m + 1/2)\pi \quad (*)$

$$\Rightarrow \frac{2\cancel{\pi} L}{\lambda_0} \cdot n_p = (m + 1/2)\cancel{\pi} \rightarrow \left[L = \frac{\lambda_0}{2n_p}(m + 1/2) \right. = L(m)$$

A idéia é fabricar um filme c/ determinado L que satisfaça a igualdade (*) p/ algum $\underline{m}$.

Mínima espessura ($L_{mín}$) $\Rightarrow$ $m = 0$

$$\Rightarrow \left[L_{mín} = \frac{\lambda_0}{2n_p} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\lambda_0}{4n_p} = 99,6 \text{ nm} \right]$$

Nota: No caso de filmes finos, a luminosidade no plano de observação independe do ponto P. Ao longo de toda sua extensão podemos ter supressão de um ou + determinados λ's. Isto porque a interferência ocorre entre quaisquer 2 pontos (fontes) do filme e não só entre os 2 considerados p/ fazer a conta.