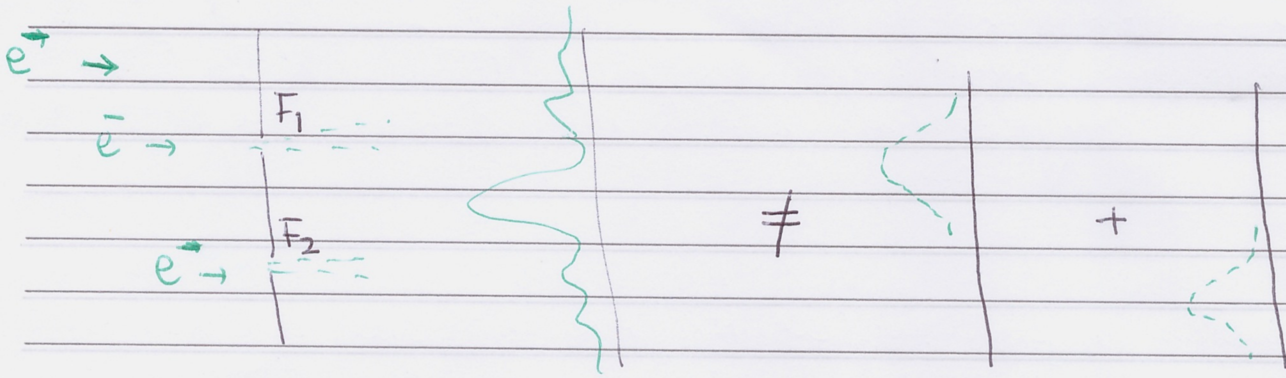
A Natureza ondulatória das Partículas: (I) A Função de Onda

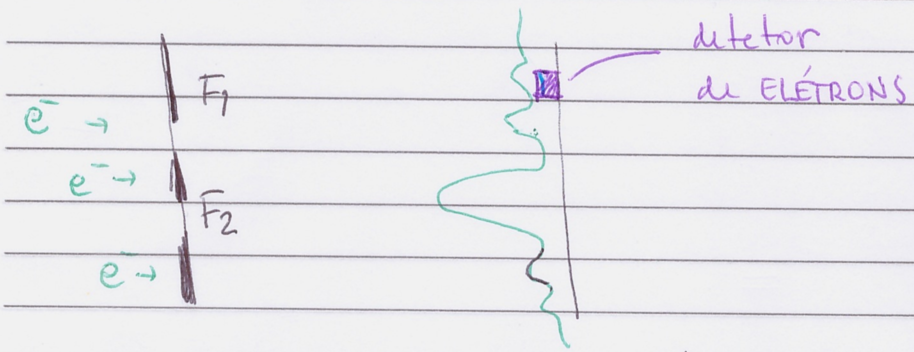
Experimento da dupla fenda: elétrons



Para a matéria (elétons / átomos / moléculas / partículas na escala atômica) iremos associar as seguintes "ondas" ou FUNÇÕES DE ONDA que emergem de cada uma das fendas:

- $\Psi_1(\vec{r},t)$ = "função de onda" para a partícula na situação em que F_1 está ABERTA, mas F_2 fechada.
- $\Psi_2(\vec{r},t)$ = "função de onda" para a partícula na situação em que F_2 está aberta mas F_1 fechada.
- Ψ_1 e Ψ_2 são funções definidas no PLANO COMPLEXO.

Afinal, o que são / representam essas funções de onda?



distribuição / perfil dos elétrons após um tempo longo.

... moedas ...

Pense em jogar moedas. A resposta para a pergunta: "qual a probabilidade de que em uma rodada / jogada, apareça o resultado "cara"?" pode ser respondida imediatamente: $p_{cara} = 1/2$. Por que?

Posso fazer um experimento em que jogo uma moeda muitas e muitas vezes (ou muitas e muitas moedas de uma só vez!) e observo os resultados após ter jogado este número enorme de vezes (~~que~~ que demorou um tempo muito longo!)

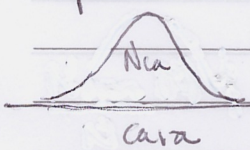
	N_{cara}	N_{coroa}
$t=1$	1	
$t=2$		1
$t=3$	1	
$t=4$	1	
⋮	⋮	⋮
$t=\infty$		1

(+)

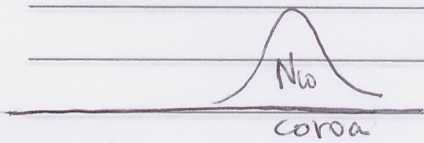
N = número total de jogadas.

$$\frac{N_{caras}(N)}{N} \xrightarrow[N\to\infty]{} 1/2 \qquad \frac{N_{coroas}(N)}{N} \xrightarrow[N\to\infty]{} \frac{1}{2}$$

Neste sentido, a contagem do nº de caras normalizada pelo nº total de jogadas N converge para a probabilidade empírica:



$$: \frac{N_{caras}(N)}{N} \longrightarrow p_{cara} = 1/2$$



$$: \frac{N_{coroas}(N)}{N} \longrightarrow p_{coroa} = 1/2$$

$$P_{total} = p_{cara} + p_{coroa} = 1$$

Isto SUGERE interpretarmos $\Psi_1(\vec{r},t)$ e $\Psi_2(\vec{r},t)$ como amplitudes que emergem de cada fenda de tal forma que:

- $|\Psi_1(\vec{r},t)|^2 = \Psi_1^*(\vec{r},t)\,\Psi_1(\vec{r},t) \sim$ CONTAGEM normalizada proveniente somente de F_1.

- $|\Psi_2(\vec{r},t)|^2 = \Psi_2^*(\vec{r},t)\,\Psi_2(\vec{r},t) \sim$ CONTAGEM normalizada proveniente somente de F_2.

- $|\Psi_1|^2 \ (|\Psi_2|^2)$ são densidades de probabilidade para encontrar um elétron em um ponto $\vec{r}$, no instante t, quando somente F_1 (F_2) está aberta.

Como então explicar o perfil da distribuição dos elétrons obtido no experimento da dupla fenda?

... Os elétrons independentes, lançados um a um ....

A única forma para explicar interferência neste caso é admitir que cada elétron interage com ele mesmo e SE ENCONTRA PRESENTE SIMULTANEAMENTE nas DUAS FENDAS!

... Como uma frente de ondas (plana)
... como onda!

Ou seja, na situação em que ambas as FENDAS SE ENCONTRAM ABERTAS, a função de onda associada a um elétron corresponde a UM ESTADO SUPERPOSTO das DUAS FENDAS:

$$\Psi(\vec{r},t) = \Psi_1(\vec{r},t) + \Psi_2(\vec{r},t)$$

O análogo à "intensidade da luz", ou seja, o que é observado no anteparo, é obtido de:

$$|\Psi(\vec{r},t)|^2 = |\Psi_1(\vec{r},t) + \Psi_2(\vec{r},t)|^2$$

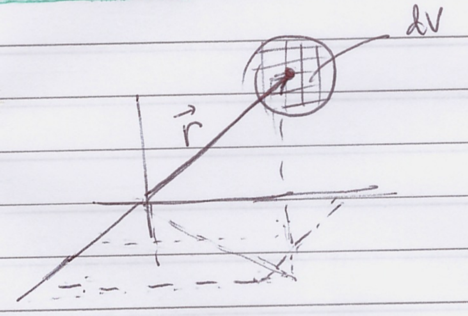
INTERPRETAÇÃO: $|\Psi|^2$ = densidade de probabilidade (= probabilidade / volume) de encontrar um elétron na posição $\vec{r}$, instante t.

spiral

de forma que:

$$|\Psi(\vec{r},t)|^2 \, d\vec{r} \quad \text{ou} \quad |\Psi(\vec{r},t)|^2 \, dV =$$

= probabilidade de encontrar um elétron no instante t, numa posição entre $\vec{r}$ e $\vec{r} + d\vec{r}$.



Interferência:

$$\Psi(\vec{r},t) = \Psi_1(\vec{r},t) + \Psi_2(r,t) \equiv A_1 e^{i\varphi_1(\vec{r},t)} + A_2 e^{i\varphi_2(r,t)}$$

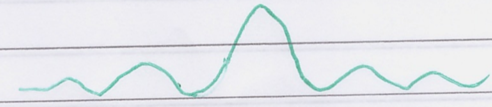
Por exemplo, $\varphi_1(r,t) = \vec{k}_1 \cdot \vec{r} \pm \omega_1 t$ $\qquad A_1, A_2$ reais

$\varphi_2(r,t) = \vec{k}_2 \cdot \vec{r} \pm \omega_2 t$

$$|\Psi|^2 = \left(A_1 e^{i\varphi_1} + A_2 e^{i\varphi_2}\right)\left(A_1 e^{-i\varphi_1} + A_2 e^{-i\varphi_2}\right)$$

$$= A_1^2 + A_2^2 + A_1 A_2 \, e^{i(\varphi_1 - \varphi_2)} + A_2 A_1 \, e^{-i(\varphi_1 - \varphi_2)} =$$

$$|\Psi|^2 = \underbrace{|\Psi_1|^2 + |\Psi_2|^2}_{\substack{\text{contribuição} \\ \text{de cada fenda,} \\ \text{independentemente} \\ \text{uma da outra}}} + \underbrace{2|\Psi_1||\Psi_2| \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}_{\text{fator de interferência}}$$



"estado estacionário"
($\varphi_1 - \varphi_2$ independentes do tempo).

Conclusões até aqui:

$\boxed{\text{2 ideias:}}$

1. $\boxed{\text{Dualidade matéria} \leftrightarrow \text{onda}}$

(1) $\begin{cases} \lambda_{\text{de Broglie}} = h/p \\ f_{\text{de Broglie}} = E/h \end{cases}$ PARTÍCULA/MATÉRIA → ONDA

Dados p e E da partícula → associa-se λ_{dB} e f_{dB}

(2) $\begin{cases} p = h/\lambda \\ E = hf \end{cases}$ ONDA (E.M) → PARTÍCULA (fóton)

Dados λ e f (da radiação e.m.) associa-se p, E (fóton)

2. $\boxed{\text{Caráter probabilístico da medida}}$
[INTRÍNSECO À TEORIA]

Expressa através da distribuição $|\Psi(\vec{r},t)|^2$ que fornece a densidade de probabilidade para encontrar a partícula em um ponto $\vec{r}$ do espaço, no instante t.

$|\Psi(\vec{r},t)|^2$ exibe perfil de interferência.