S T Q Q S S D

Interferência de ondas eletromagnéticas

(Cap. 35 IV S/Z)

É um fenômeno decorrente da natureza ondulatória da luz*

violeta/azul vermelho

* na região do visível [400 nm — 700 nm]
dá origem a fenômenos no contexto da ÓPTICA FÍSICA

(1) Origem: Superposição, em um mesmo ponto P do espaço, no mesmo instante t de tempo, de duas ou mais ondas.

(2) Condições para observação:

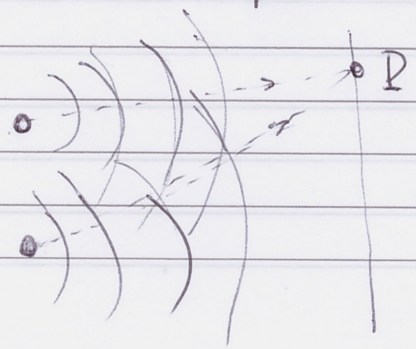
1. As fontes são coerentes, isto é: as ondas mantêm uma fase relativa CONSTANTE.

2. As fontes devem ser monocromáticas (emitem ondas eletromagnéticas com λ bem definido e único.

ondas senoidais .... $\lambda = 2\pi/k$

$$\begin{cases} T = 2\pi/\omega \\ \omega = k \cdot c \\ c = \lambda/T \end{cases}$$

3. O princípio da superposição deve ser aplicável (teoria linear)



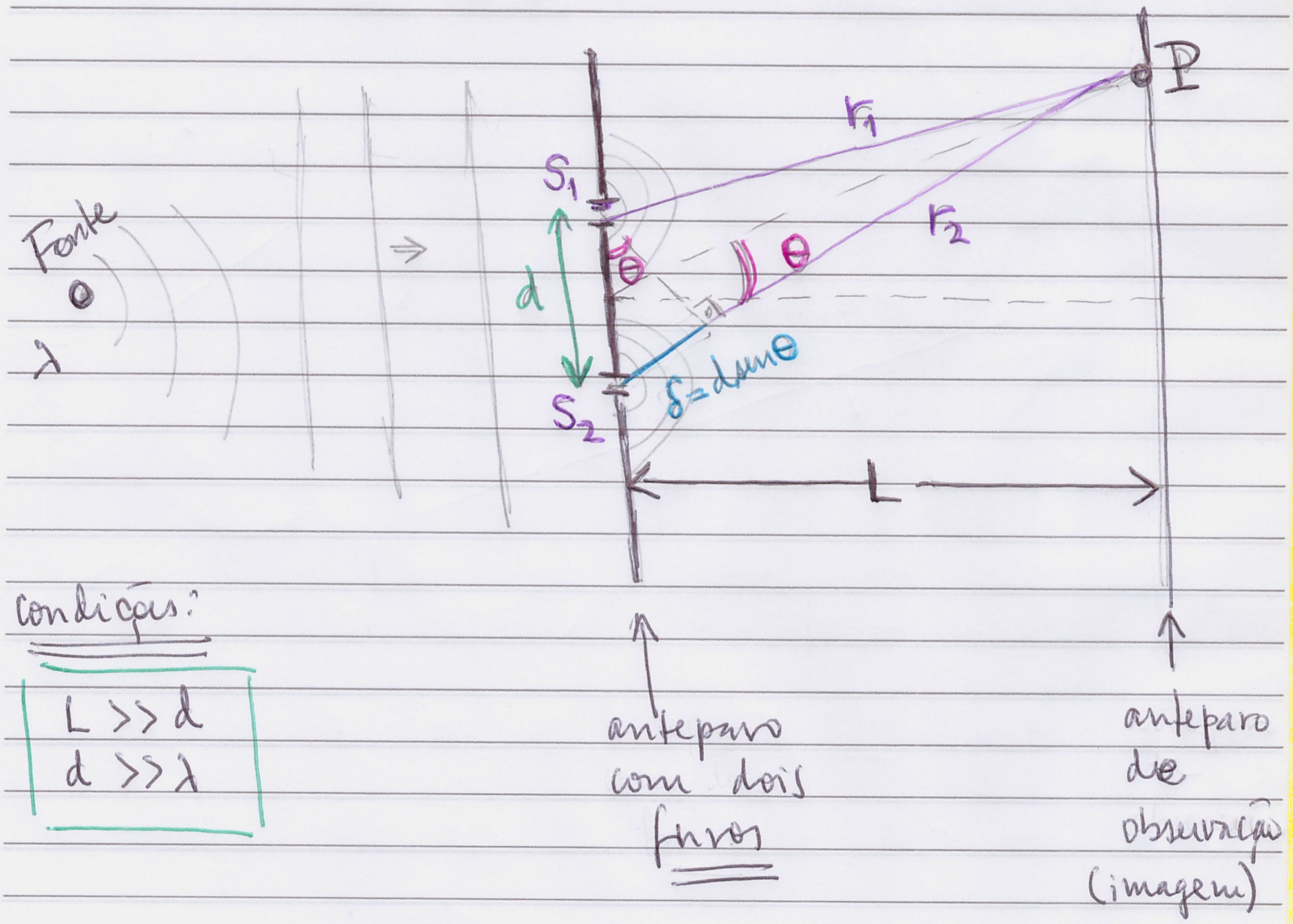
S T Q Q S S D

NOTE: Para "fontes luminosas comuns":
1) λ não é único; 2) a fase sofre variações aleatórias (tempo de coerência ~ 10^{-8} s): não observada pelo olho humano.

Quem primeiro observou e quantificou interferência de ondas luminosas?

Thomas Young (1801)
(médico; teoria da elasticidade ...)

No experimento de Young, a luz é proveniente de uma única fonte, o que garante coerência.



condições:

$$\boxed{\begin{matrix} L \gg d \\ d \gg \lambda \end{matrix}}$$

Distribuição da intensidade luminosa na figura de interferência.

$$I = \langle |\vec{S}| \rangle_T = \frac{B_0 E_P}{\mu_0} = \frac{E_P^2}{c\mu_0}$$

onde

$$E_P^2 = |\vec{E}_P|^2 \qquad \boxed{\vec{E}_P = \vec{E}_1 + \vec{E}_2}$$

Mas ...

$$E_{(1,2)} = \frac{1}{r_{(1,2)}} \tilde{E}_{1,2}$$

contribuições dos 2 FUROS.

- Bem longe dos furos (= fendas de dimensões desprezíveis), a amplitude das ondas esféricas de cada furo é praticamente a mesma.

- O que muda é a fase da onda!

- Não há mudança na polarização: a análise não requer explicitar o caráter vetorial de $\mathbb{E}$.

(ou seja: a direção de oscilação de $\mathbb{E}$ se mantém no processo)

$$E_{(1,2)} = E_{0(1,2)} \cos\left[k\left(r_{(1,2)} - ct\right)\right] =$$

$$= E_{0(1,2)} \cos\left[k\left(r_{(1,2)}\right) - \omega t\right]$$

(onda progressiva)

$\vec{r}_{(1,2)}$ = direção radial

$|\vec{r}_{(1,2)}| = r_{(1,2)}$ = distância da fonte (furo) até o ponto P.

$\vec{k}$ = vetor de onda ; direção = propagação da onda

$|\vec{k}| = k = 2\pi/\lambda$

$$E_{(1,2)} = E_{0(1,2)} \cos\left[k\, r_{(1,2)} - \omega t \right]$$

$$E_{0(1,2)} = \frac{\tilde{E}_0}{r_{1,2}} \equiv E_0$$

na amplitude : $r_1 \sim r_2 \equiv r$

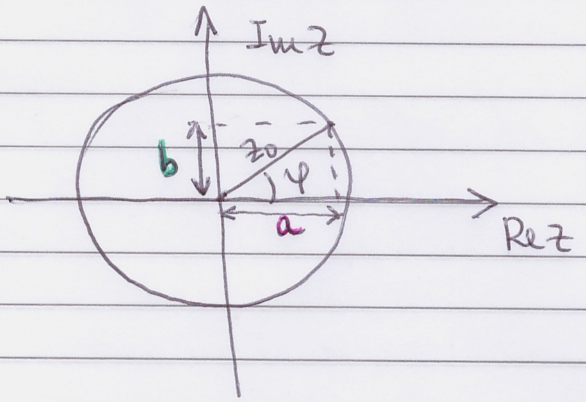
$$\frac{\tilde{E}_0}{r} \equiv E_0$$

"Apêndice" : Representação de Euler de um número complexo

$$z = a + bi$$

$$i = \sqrt{-1}$$

Plano Complexo



$$\begin{cases} z_0 = |z| \\ a = z_0 \cos\varphi \\ b = z_0 \operatorname{sen}\varphi \end{cases}$$

$$\begin{cases} z_0 = \sqrt{a^2 + b^2} \\ \varphi = \operatorname{arctg} b/a \end{cases}$$

Assim :

$$\begin{cases} z = z_0 \left(\underline{\cos\varphi} + i \underline{\operatorname{sen}\varphi} \right) = z_0 e^{+i\varphi} \\ z^* = z_0 \left(\cos\varphi - i \operatorname{sen}\varphi \right) = z_0 e^{-i\varphi} \end{cases}$$

$$e^{\pm i\theta} = \cos\theta \pm i \operatorname{sen}\theta \qquad \begin{cases} \cos\theta = \mathrm{Re}\, e^{\pm i\theta} \\ \pm \operatorname{sen}\theta = \mathrm{Im}\, e^{\pm i\theta} \end{cases}$$

$$\begin{cases} e^{i\theta} + e^{-i\theta} = 2\cos\theta \\ e^{i\theta} - e^{-i\theta} = 2i \operatorname{sen}\theta \end{cases}$$

Com isso :

$$E_1 = E_0 \cos\left(k_1 r_1 - \omega t \right) = E_0 \, \mathrm{Re}\, e^{i\overbrace{[k r_1 - \omega t]}^{\varphi_1}}$$

$$E_2 = E_0 \cos\left(k_2 r_2 - \omega t \right) = E_0 \, \mathrm{Re}\, e^{i\overbrace{[k r_2 - \omega t]}^{\varphi_2}}$$

$$E_P = E_1 + E_2 \quad \text{.... (princípio da superposição)}$$

$$= Re\left[\underbrace{E_0 e^{i[k_1 r_1 - wt]}}_{E_1} + \underbrace{E_0 e^{i[k_2 r_2 - wt]}}_{E_2}\right]$$

Lemre-se : a velocidade da onda eletromagnética ~~xxxxx~~ muda em relação à velocidade no vácuo de forma que :

onda senoidal : $k = 2\pi/\lambda = 2\pi/v.T = \frac{w}{v} = \frac{w}{c/n}$

$$= n . \underbrace{\frac{w}{c}}_{k_0 \text{ (vácuo)}} = n . k_0$$

n = índice de refração do meio $n \geq 1$

No caso do experimento de Young, os meios são os mesmos

$$\Rightarrow \boxed{k_1 = k_2 \equiv k} \qquad n_1 = n_2 = n$$

$$E_P = Re\left\{\left[E_0 e^{i\frac{kr_1 + kr_2}{2}} . e^{-iwt}\right] \times \right.$$

$$\left. \times \underbrace{\left(e^{ik\frac{(r_1 - r_2)}{2}} + e^{ik\frac{(r_2 - r_1)}{2}}\right)}_{= 2\cos\left[\frac{k(r_2 - r_1)}{2}\right]}\right\}$$

S T Q Q S S D

$$\left[E_p = \mathrm{Re}\left\{ \left[E_0\, e^{i k\frac{(r_1+r_2)}{2}} \cdot e^{-i\omega t} \right] \cdot 2\cos\left[\underbrace{\frac{k\cdot(r_2-r_1)}{2}}_{\equiv\, \phi/2} \right] \right\} \right]$$

Definição : $\boxed{\phi = k\cdot(r_2-r_1)}$ = diferença de fase entre as duas ondas

$\delta = r_2 - r_1$: "diferença de caminho óptico"

ou ...

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda}(\delta) = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot\big(d\,\underbrace{\sin\theta}_{\text{varia com } P}\big)$$

$$\cos\frac{\phi}{2} = \cos\left[\frac{\pi\cdot d\sin\theta}{\lambda}\right]$$

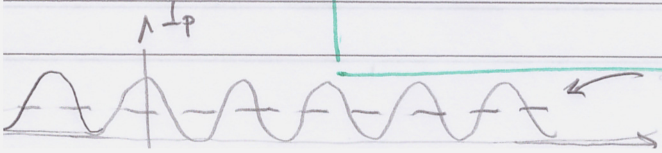
$$\langle\cdots\rangle_T \equiv \frac{1}{T}\int_0^T \cdots\, dt$$

Intensidade : $I = \langle S\rangle_T = \frac{1}{\mu_0}\langle|E\times B|\rangle_T$

$$I_P \simeq \frac{\langle|E_P|^2\rangle}{\mu_0 c} = 4E_0^2\left(\cos^2\frac{\phi}{2}\right)\underbrace{\left\langle \cos^2\left[\frac{k(r_1+r_2)}{2}-\omega t\right]\right\rangle_T}_{1/2}$$

$$\left[I_p = \cancelto{2}{4} E_0^2\left(\cos^2\frac{\phi}{2}\right)\frac{1}{\cancel{2}} \equiv I_0\cdot\cos^2\phi/2 \right]$$

ou ... $\boxed{I_p = I_0\cos^2\left(\frac{\pi d\sin\theta}{\lambda}\right)}$



se não houvesse modulação

Análise do perfil de intensidade:

EXTREMOS:

$\boxed{m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots}$ inteiro

a) $\dfrac{\phi}{2} = m\pi$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{2}\pi}{\lambda} \cdot \frac{\overbrace{d\,\text{sen}\,\theta}^{\delta}}{\cancel{2}} = m\cancel{\pi} \Rightarrow \boxed{d\,\text{sen}\,\theta = m\lambda}$$

[construtiva: máximos]

Lembre-se da condição $\dfrac{\lambda}{d} \ll 1 \rightarrow$ $\text{sen}\,\theta = \dfrac{m\lambda}{d}$

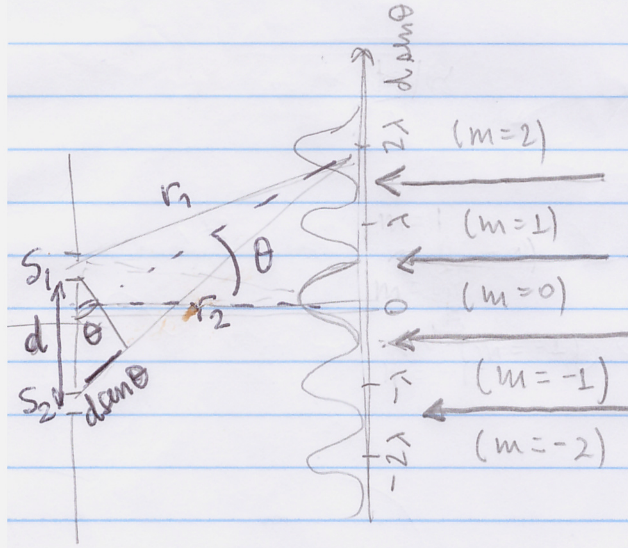
ok! vários m's

b) $\dfrac{\phi}{2} = (m + 1/2)\pi$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{2}\pi}{\lambda} \cdot \frac{\overbrace{d\,\text{sen}\,\theta}^{\delta}}{\cancel{2}} = (m + 1/2)\cancel{\pi}$$

$$\Rightarrow \boxed{d\,\text{sen}\,\theta = (m + 1/2)\lambda}$$

[destrutiva: mínimos]



$m + 1/2 = 1 + 1/2 = 3/2$

$m + 1/2 = 0 + 1/2 = 1/2$

$m + 1/2 = 1/2$

$m + 1/2 = -1 + 1/2 = -1/2$

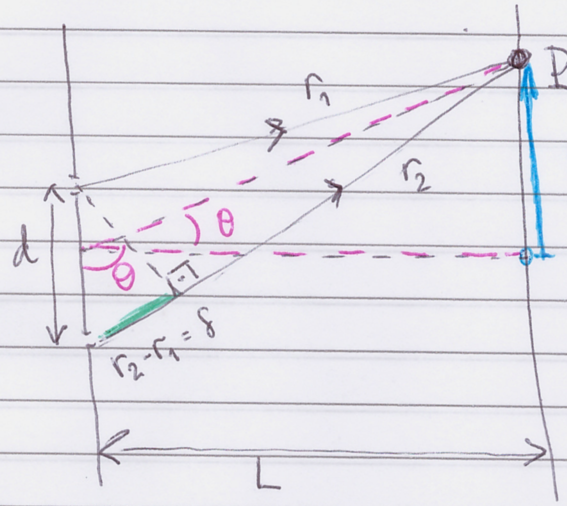
$m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ inteiro
$m = 1, 2, 3 \ldots$ natural
$m = 0, 1, 2, 3 \ldots$ inteiro não negativo

$$I_P = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2} = I_0 \cos^2\left(\pi \cdot \frac{d\,\text{sen}\,\theta}{\lambda}\right)$$

$$\phi = k \cdot \delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d\,\text{sen}\,\theta$$

Geometria:

Conveniente reescrever $r_2 - r_1$:



$r_2 - r_1 = \delta = d \operatorname{sen}\theta$

Para $\boxed{\operatorname{sen}\theta \sim \operatorname{tg}\theta \approx y/L}$

interferência "construtiva" : $d \operatorname{sen}\theta = m\lambda$

$$\Rightarrow y_{ilum.} = \frac{L}{d}(\lambda . m)$$

$m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

interferência "destrutiva"

$$\Rightarrow y_{escuro} = \frac{L}{d}\left(\lambda . (m + 1/2)\right)$$