Efeito Doppler

9ª AULA ①

* Efeito observado em ondas emitidas ou refletidas por fontes em movimento relativo ao observador.
* Descrito em 1842 por Johann Christian Andreas Doppler.
* Para ondas sonoras, o observador percebe frequências diferentes das emitidas por uma fonte, devido a movimentos relativos fonte / observador.

f_o = frequência aparente percebida pelo observador

f_F ≡ " real emitida

v_o ≡ velocidade do observador

v_F ≡ velocidade da fonte

v ≡ velocidade da onda sonora.

1) Observador em repouso e fonte em movimento

$$f_o = \frac{v}{\lambda_1} \quad e \quad \lambda_1 = \frac{v - v_F}{f_F} \ (\lambda \text{ encurta})$$

a) fonte se aproximando do observador λ_1 encurta

$$f_o = \frac{v}{\left(\frac{v - v_F}{f_F}\right)} \Rightarrow f_F = \left(\frac{v - v_F}{v}\right) f_o$$

↑ menor que observada (real)

b) fonte se afasta do observador

$$f_o = \frac{v}{\left(\frac{v + v_F}{f_F}\right)}$$

$$\Rightarrow \boxed{f_o = \left(\frac{v}{v \mp v_F}\right) f_F}$$

$$f_o = \left(\frac{1}{1 \mp \frac{v_F}{v}}\right.$$

$-$ ≡ se aproxima

$+$ ≡ se afasta

2) Fonte em repouso e o observador se movimenta (2)

a) observador se aproxima da fonte

$$f_o = \frac{v_1}{\lambda} \quad e \quad \lambda = \frac{v}{f_F}$$

$$v_1 = v + v_o$$

$$f_o = \frac{v + v_o}{\frac{v}{f_F}} \Rightarrow f_o = \left(\frac{v + v_o}{v}\right) f_F$$

menor que observ. (real)

b) observador se afasta da fonte

$$f_o = \frac{v_2}{\lambda} \Rightarrow f_o = \frac{v - v_o}{\frac{v}{f_F}} = \left(\frac{v - v_o}{v}\right) f_F$$

$$v_2 = v - v_o$$

$$f_o = \left(\frac{v \pm v_o}{v}\right) f_F \quad \begin{matrix} + \equiv \text{aproxima} \\ - \equiv \text{afasta} \end{matrix}$$

Caso geral

$$\boxed{f_o = \left(\frac{v \pm v_o}{v \mp v_f}\right) f_F}$$

aproximação

afastamento

//

* Efeito Doppler para a luz

Radares nas estradas ⇒ micro-ondas são emitidas por uma fonte e refletida pelo carro em movimento. A diferença entre a frequência de emissão e reflexão fornece a velocidade do carro.

* Diferenças encontradas para o efeito Doppler

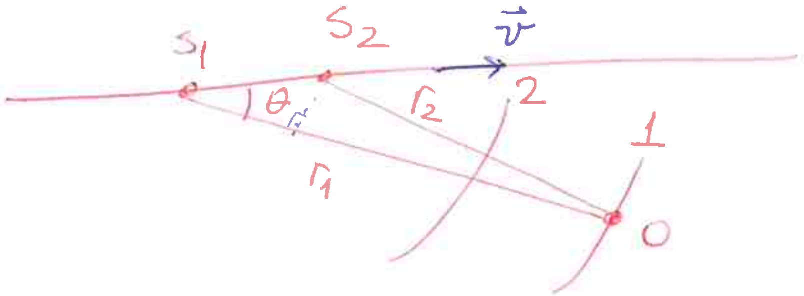
para a luz:

— A luz não precisa de um meio p/ se propagar.

— Fonte ou detector em movimento ⇒ mesmo

* Vamos supor a fonte $\underline{\underline{F}}$ em movimento e o observador e

detector $\underline{\underline{O}}$ em repouso



No referencial do detector seja

$t=0$ quando o sinal sai de $\underline{\underline{F}}$ em S_1

$t = \dfrac{r_1}{c}$ quando o sinal chega ao $\underline{\underline{O}}$ (observador + detector)

Δt_F quando o sinal sai da fonte $\underline{\underline{F}}$ em S_2

$\Delta t_F + \dfrac{r_2}{c}$ quando o sinal chega ao $\underline{\underline{O}}$ (observador + detector)

* O tempo entre a recepção destes sinais em $\underline{\underline{O}}$:

$$\Delta t_O = \Delta t_F + \frac{r_2}{c} - \frac{r_1}{c} \qquad (\Delta t_{20} - \Delta t_{10})$$

Se a fonte estiver longe do detector

$$r_1 - r_2 \cong S_1 S_2 \cos\theta$$

onde $S_1 S_2 = v_F \, \Delta t_F$

$$\therefore \quad \Delta t_0 = \Delta t_F \left(1 - \frac{v_F \cos\theta}{c}\right) \quad (*)$$

Classicamente $\quad \Delta t_0 = \dfrac{1}{f_0}$ e $\Delta t_F = \dfrac{1}{f_F}$

$$\therefore \quad f_0 = \frac{f_F}{(1 - v_F \cos\theta / c)} \qquad \text{(clássico)}$$

$\theta = 0$ (aproximação) e $\theta = 180°$ (afastamento)

$$\underbrace{f_0 = f_0}_{} = \frac{1}{(1 \mp v_F/c)} f_F$$

(mesmo resultado anterior)

$v = c$

Similar à fórmula do efeito Doppler do som com o detetor (observador) em repouso.

* Se refizermos os cálculos com o detector em movimento e a fonte parada obtém-se o mesmo resultado anterior. $f_0 \to f_F$

Relativisticamente, no referencial de repouso do detetor $\Delta t_0 = \dfrac{1}{f_0}$, mas $\dfrac{1}{f_F}$ é o valor do período no referencial de repouso da fonte, ou seja, é um tempo próprio.

* No referencial de repouso do detector:
(observador)

$$\Delta t_F = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v_F^2}{c^2}}}\left(\frac{1}{f_F}\right) = \gamma \frac{1}{f_F}$$

↑ dilatação do tempo.

* Desta forma

$$\Delta t_O = \frac{1}{f_O} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v_F^2}{c^2}}} \frac{1}{f_F}\left(1-\frac{v_F\cos\theta}{c}\right)$$

$$\boxed{f_O = \frac{1}{\Delta t_O} = \frac{\sqrt{1-v_F^2/c^2}}{1-\frac{v_F\cos\theta}{c}} f_F}$$ (relativístico)

$\vec{v}_F$ é a velocidade da fonte em relação ao detector e θ é o ângulo entre $\vec{v}_F$ e a direção de detecção.

* Quando a fonte está em repouso e o detector em movimento $v_F \to v_D$ e θ é o ângulo entre a velocidade do detector e direção de emissão

* Na dedução da fórmula do efeito Doppler relativístico usamos a dilatação do tempo.

* Alguns casos particulares

1) Fonte se aproximando e $\theta = 0$.

$$f_{\theta} = f_0 = \left(\frac{\sqrt{1 - \frac{v_F^2}{c^2}}}{1 - \frac{v_F}{c}} \right) f_F$$

$$f_{\theta} = \sqrt{\frac{1 - \frac{v_F^2}{c^2}}{\left(1 - \frac{v_F}{c}\right)^2}} \; f_F$$

$$f_{\theta} = \sqrt{\frac{\left(1 + \frac{v_F}{c}\right)\cancel{\left(1 - \frac{v_F}{c}\right)}}{\left(1 - \frac{v_F}{c}\right)^{\cancel{2}}}} \; f_F$$

$$f_{\theta} = \left(\sqrt{\frac{1 + v_F/c}{1 - v_F/c}} \right) f_F \Rightarrow \boxed{f_D = f_0 > f_F}$$

blue shift

mudanças para frequências maiores como esperado.

2) Fonte se afastando e $\theta = 180°$

$$f_{\theta} = \left(\sqrt{\frac{1 - v_F/c}{1 + v_F/c}} \right) f_F \Rightarrow \boxed{f_D < f_F}$$

red shift

mudanças para frequências menores como esperado.

3) Deteccção ortogonal ao movimento da fonte

$\theta = \pm 90°$

$$f_D = \sqrt{1-\left(\frac{v_F}{c}\right)^2}\, f_F \quad \Rightarrow f_D < f_F$$

efeito Doppler transversal e puramente relativístico

Classicamente $f_D = f_F$ $\quad (v_F \ll c)$

* Na fórmula do efeito Doppler relativístico recuperamos as fórmulas do efeito Doppler clássico p/ $v \ll c$.

Exemplo: Quando se observa o espectro da luz proveniente de uma galáxia distante onde é possível identificar linhas espectrais características e comparar com as mesmas linhas em um espectro terrestre, em geral, vê-se que a frequência se torna menor e se diz que houve um desvio para o vermelho. Isto é interpretado como uma evidência da expansão do universo (as galáxias se afastam umas das outras) e foi descoberto pelo astrônomo americano Hubble em 1929.

O maior comprimento de onda emitido pelo átomo de hidrogênio na série de Balmer é $\lambda_0 = 656\,nm$

Na luz de uma galáxia distante, o comprimento (8)
de onda desta mesma linha espectral é $\lambda = 1458\,nm$
Determine a velocidade com a qual a galáxia
está se afastando da Terra.

Como $\lambda f = c \Rightarrow \quad \lambda > \lambda_0 \Rightarrow f < f_0$

$\therefore$ Afastamento da galáxia

$$f = \sqrt{\frac{1 - v/c}{1 + v/c}}\, f_0 \Rightarrow \frac{f}{f_0} = \frac{\lambda_0}{\lambda} = \sqrt{\frac{1 - v/c}{1 + v/c}}$$

$$\left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\right)^2 = \frac{1 - v/c}{1 + v/c} \Rightarrow \left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\right)^2 \frac{v}{c} = 1 - \frac{v}{c} \Rightarrow$$

$$\left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\right)^2 \frac{v}{c} + \frac{v}{c} = 1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\right)^2 \Rightarrow \boxed{\frac{v}{c} = \frac{1 - (\lambda_0/\lambda)^2}{1 + (\lambda_0/\lambda)^2}}$$

$$\boxed{\frac{v}{c} = 0{,}664}$$

A interpretação correta do redshift da luz de fontes distantes deve incluir a gravitação, isto é, temos que utilizar a relatividade geral