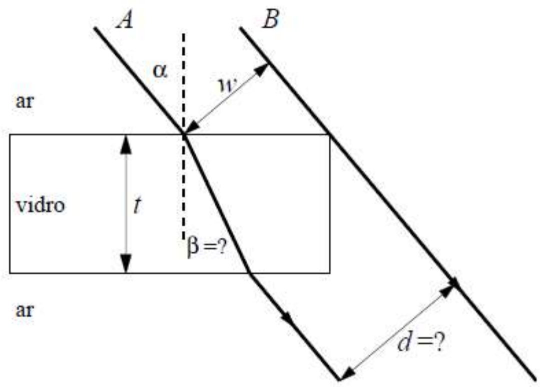
Exercícios em aula 01/10/2020- Marcia C.A. Fantini (Turma 1)

Q1. Um feixe de luz no ar ($n_{\text{ar}} = 1$) é interceptado por uma lâmina de vidro ($n_{\text{v}} = 3/2$), como mostra a figura. São conhecidos o ângulo de incidência α, a largura do feixe w, a espessura da lâmina t e o comprimento de onda da luz no ar λ.

a) (0,5) Determine o ângulo de refração β.

b) (1,0) Determine a largura do feixe refratado d.

c) (1,0) Determine a diferença de fase entre os raios extremos A e B depois do feixe atravessar o vidro (em função dos parâmetros conhecidos α, w, t, λ, n_{ar} e n_{vidro}).



1 Refração da luz

Dado: $n_{ar} = 1$ e $n_v = 1,5$

[0,5] a) $n_{ar}\sin\alpha = n_v \sin\beta \Rightarrow \beta = \arcsin\left(\frac{n_{ar}}{n_v}\sin\alpha\right)$.

[1,0] b) Caminho do raio A: $\ell_A = \frac{t}{\cos\beta}$

Projeção na frente de onda:

$$h = \ell_A \sin(\alpha - \beta)$$

Largura do feixe refratado:

$$d = w + h = w + \frac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos\beta}t.$$

[1,0] c) Caminho do raio B: $\ell_B = \frac{t}{\cos\alpha}$

Vetores de onda $k_{ar} = \frac{2\pi}{\lambda}n_{ar}$ e $k_v = \frac{2\pi}{\lambda}n_v$

Fase do raio A: $\varphi_A = k_v \ell_A = \frac{2\pi}{\lambda}n_v\frac{t}{\cos\beta}$

Fase do raio B: $\varphi_B = k_{ar}\ell_B = \frac{2\pi}{\lambda}n_{ar}\frac{t}{\cos\alpha}$

Diferença de fase:

$$\Delta\varphi = \varphi_A - \varphi_B = \frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{n_v}{\cos\beta} - \frac{n_{ar}}{\cos\alpha}\right)t.$$

Exemplo 35.1

INTERFERÊNCIA PRODUZIDA POR FENDA DUPLA Em uma experiência de interferência com fenda dupla, a distância entre as fendas é 0,20 mm e a tela está a uma distância de 1,0 m. A terceira franja brilhante (sem contar a franja brilhante que se forma no centro da tela) forma-se a uma distância de 9,49 mm do centro da franja central (Figura 35.7). Calcule o comprimento de onda da luz usada.

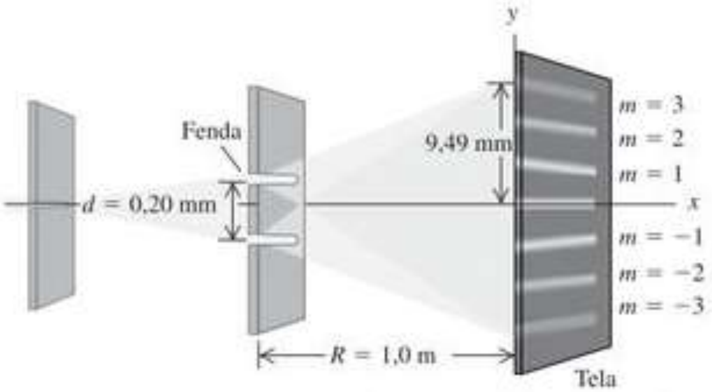


Figura 35.7 Experiência usando interferência produzida por fenda dupla para medir o comprimento de onda da luz.

SOLUÇÃO

IDENTIFICAR: este problema nos pede para calcular o comprimento de onda λ a partir das dimensões $d = 0{,}20$ mm (separação entre as fendas), $R = 1{,}0$ m (distância das fendas à tela) e $y_m = 9{,}49$ mm (distância da terceira franja brilhante do centro da configuração).

PREPARAR: a terceira franja brilhante corresponde a $m = 3$ nas equações (35.4) e (35.6), assim como à franja brilhante indicada como $m = 3$ na Figura 35.6. Para calcular o valor da incógnita λ podemos usar a Equação (35.6), já que $R = 1{,}0$ m é muito maior do que $d = 0{,}20$ mm ou $y_m = 9{,}49$ mm.

EXECUTAR: isolando λ na Equação (35.6), encontramos

$$\lambda = \frac{y_m d}{mR} = \frac{(9{,}49 \times 10^{-3}\ \text{m})(0{,}20 \times 10^{-3}\ \text{m})}{(3)(1{,}0\ \text{m})}$$
$$= 633 \times 10^{-9}\ \text{m} = 633\ \text{nm}$$

AVALIAR: essa franja brilhante poderia também corresponder a $m = -3$; você é capaz de demonstrar que com esse valor o resultado obtido para λ seria igual?

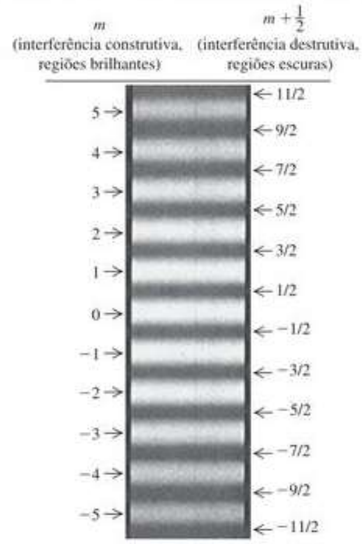


Figura 35.6 Fotografia das franjas de interferência produzidas sobre uma tela na experiência de Young da dupla fenda.

$$d \operatorname{sen} \theta = m\lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots) \tag{35.4}$$
(interferência construtiva, fenda dupla)

$$y_m = R \operatorname{tg} \theta_m$$

Em experiências desse tipo, as distâncias y_m são geralmente muito menores do que a distância R entre as fendas e a tela. Portanto, θ_m é muito pequeno, tg θ_m é aproximadamente igual a sen θ_m e

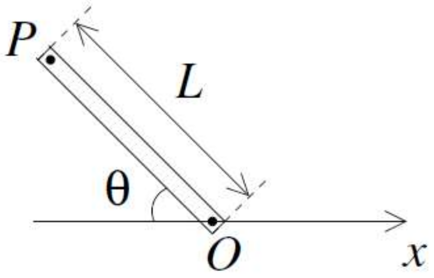
$$y_m = R \operatorname{sen} \theta_m$$

Combinando a relação anterior com a Equação (35.4), verificamos que, *somente para ângulos pequenos*,

$$y_m = R\frac{m\lambda}{d} \tag{35.6}$$

(interferência construtiva na experiência de Young)

Uma barra de comprimento próprio L, orientada segundo um ângulo θ em relação ao eixo x está em repouso em um sistema inercial S, conforme a figura. Considere um sistema S' que se move com velocidade constante $\vec{v} = u\,\hat{\imath}$ em relação a S. Nos itens abaixo expresse suas respostas em termos de L, u, V, θ e da velocidade da luz c.



(a) (1,0 ponto) Qual é o comprimento L' da barra no sistema S'?

(b) (1,0 ponto) Qual é o ângulo de orientação θ' da barra no sistema S'?

(c) (0,5 ponto) Suponha agora que uma partícula relativística se move ao longo da barra com velocidade V, medida em S, no sentido de P para O. Quais são as componentes do vetor velocidade desta partícula para um observador em S'?

(a) No sistema S' o comprimento da barra é $L' = \sqrt{L_x'^2 + L_y'^2}$, onde L_x' e L_y' :
projeções de L' sobre eixos x' e y', respectivamente.

$$L_y' = L_y = L\operatorname{sen}\theta; \quad L_x' = \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}\,L\cos\theta$$

$$\Longrightarrow L' = \sqrt{L_y'^2 + L_x'^2} = \boxed{L\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}\cos^2\theta}}.$$

(b) O ângulo θ' é obtido de

$$\tan\theta' = \frac{L_y'}{L_x'} = \frac{L\operatorname{sen}\theta}{L\cos\theta\sqrt{1 - u^2/c^2}} \Longrightarrow \boxed{\theta' = \arctan\left(\frac{\tan\theta}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}\right)}.$$

(c) A velocidade da partícula em S é

$$\vec{V} = V\cos\theta\,\hat{\imath} - V\operatorname{sen}\theta\,\hat{\jmath}.$$

Usando as fórmulas de transformação de velocidades obtemos

$$V_x' = \frac{V_x - u}{1 - uV_x/c^2} = \boxed{\frac{V\cos\theta - u}{1 - uV\cos\theta/c^2}},$$

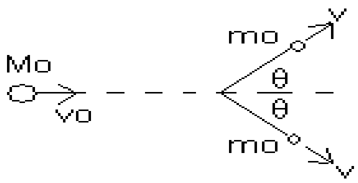
$$V_y' = \frac{V_y\sqrt{1 - u^2/c^2}}{1 - uV_x/c^2} = \boxed{\frac{-V\operatorname{sen}\theta\sqrt{1 - u^2/c^2}}{1 - uV\cos\theta/c^2}}.$$

Uma partícula de massa de repouso $\mathbf{M_o c^2 = 4,5}$ **GeV** é criada com uma energia cinética de $\mathbf{E_k = 18,0}$ **GeV**. Após um intervalo de tempo de $\boldsymbol{\tau_o = 10^{-10}}$ **s** (medido no sistema próprio da partícula) ela se desintegra em duas partículas idênticas, de massa $\mathbf{m_o}$, conforme esquematizado abaixo por um observador no laboratório. Em relação a esse observador, determine:

a) o tempo τ que a partícula demora em se desintegrar,

b) a velocidade **v** em função do ângulo θ,

c) o valor máximo do ângulo θ.



a) $E_k = E - E_0 = Mc^2 - M_0c^2 = \gamma_0 M_0 c^2 - M_0 c^2 = (\gamma_0 - 1) M_0 c^2 = (\gamma_0 - 1) E_0$

$\frac{E_k}{E_0} = \gamma_0 - 1 \Rightarrow \gamma_0 = 1 + \frac{E_k}{E_0} = 1 + \frac{18}{4,5} \Rightarrow \gamma_0 = 5$

$\tau = \gamma_0 \tau_0 \Rightarrow \boxed{\tau = 5 \times 10^{-10} s}$

b) Conservação de energia

$Mc^2 = 2mc^2$

$\gamma_0 M_0 c^2 = 2\gamma m_0 c^2 \Rightarrow \gamma_0 M_0 = 2\gamma m_0 \quad (1)$

Conservação de momento

$M v_0 = 2 m v \cos\theta$

$\gamma_0 M_0 v_0 = 2\gamma m_0 v \cos\theta \quad (2)$; substituindo (1) em (2)

$2\gamma m_0 v_0 = 2\gamma m_0 v \cos\theta \Rightarrow v = v_0 / \cos\theta$

Mas se $\gamma_0 = \frac{1}{\sqrt{1-(v_0/c)^2}} \Rightarrow 1 - \left(\frac{v_0}{c}\right)^2 = \left(\frac{1}{\gamma_0}\right)^2 = \frac{1}{25}$

$\frac{v_0}{c} = \sqrt{1 - \frac{1}{25}} \Rightarrow v_0 = 0,980c \Rightarrow \boxed{v = 0,980c / \cos\theta}$

c) Para v=c, cos θ = 0,980, θ = 11,5°

Q2. Um feixe luminoso de 100 W incide em um corpo negro de massa $m = 2{,}0$ g durante um intervalo de tempo $\Delta t = 1{,}0\times 10^4$ s. O corpo negro se encontra inicialmente em repouso numa região sem gravidade e sem atrito.

a) (1,0) Determine a energia e o momento linear absorvidos pelo corpo negro.

b) (1,0) Calcule a energia cinética do corpo negro ao final do processo.

c) (0,5) Explique a diferença, se houver, entre as energias computadas nos dois ítens anteriores.

Dado: $P_{Laser} = 100\text{W}$, $m = 2{,}0\text{g}$ e $\Delta t = 10000\text{s}$.

[1,0] a) Energia absorvida:

$$\Delta U = P_{Laser}\Delta t = 1 \times 10^6\text{J} = 1\text{MJ};$$

Momento linear:

$$\Delta p = \Delta U/c = \frac{1}{300}\text{J}\cdot\text{s/m};$$

[1,0] b) Energia cinética:

$$T = \frac{(\Delta p)^2}{2m} = \frac{1}{360}\text{J};$$

[0,5] c) ΔU e T são diferentes porque a maior parte da energia absorvida é convertida em energia termica aumentando a temperatura do corpo.