UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Escola Politécnica e Instituto de Física

1ª PROVA DE FÍSICA II - FEP 196 — 29 de agosto de 1997

AVISOS & INSTRUÇÕES
- É proibido consultar colegas, livros e apontamentos.
- É proibido o uso de calculadoras.
- Esta prova tem duração de 100 minutos.
- Resolva cada questão em sua folha própria.
- As soluções das questões podem ser feitas a lápis mas as respostas devem ser escritas a caneta.

1 Após uma ofensa moral, dois homens decidem duelar num referencial S. No momento do duelo, o homem ofendido (O) está na origem e o outro homem (A) na posição $x_A = 30$ m. Como resultado do duelo os dois atiram, ferindo um ao outro letalmente, assim que as balas os atingem. Mas o homem ofendido teve o prazer de atirar $2{,}0 \times 10^{-8}$ s antes do outro, sentindo-se vingado pela ofensa, antes de morrer. Considere um referencial S' que se move com velocidade de $0{,}80c$ em relação a S, na direção e sentido do disparo do homem ofendido.

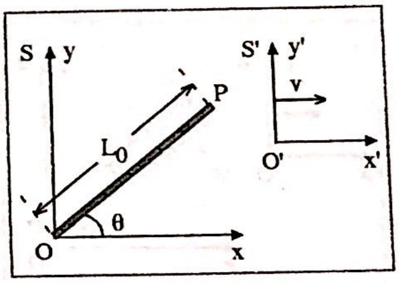
(a) (1,5) Sabendo que no referencial S, as balas disparadas se movem com velocidade $a = 0{,}25\,c$, complete a seguinte tabela:

EVENTOS	REFERENCIAL S		REFERENCIAL S'
	t	x	t'
Tiro do homem O	$t_O = 0$	$x_O = 0$	$t'_O = 0$
Tiro do homem A	$t_A = 2{,}0 \times 10^{-8}$ s	$x_A = 30$ m	$t'_A =$
Morte do homem O	$t_{MO} =$	$x_{MO} =$	$t'_{MO} =$
Morte do homem A	$t_{MA} =$	$x_{MA} =$	$t'_{MA} =$

(b) (0,5) Qual é a diferença de tempo entre os disparos em S'? Quem atira primeiro?

(c) (0,5) Qual dos homens morre primeiro no referencial S'?

2 Uma barra de comprimento L_0, orientada segundo um ângulo θ com relação ao eixo x, está em repouso num sistema inercial de referência S. Considere um sistema S' que se move com velocidade constante v em relação a S, conforme mostra a figura.



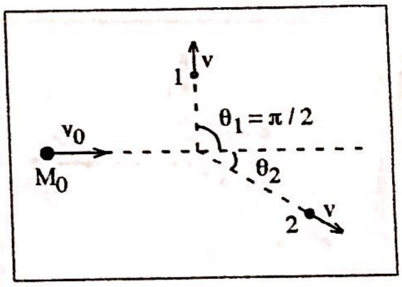
(a) (1,0) Qual é o comprimento L' da barra visto do referencial S'?

(b) (0,5) Qual é o ângulo de orientação θ' com relação ao eixo x' em S'?

(c) (1,0) Suponha que um objeto esteja caminhando sobre a barra com velocidade $u = 0{,}8c$, no sentido de P para O. Qual é a velocidade desse objeto para um observador em S'?

Expresse suas respostas em função de L_0, θ, v e c.

3 Uma partícula de massa de repouso M_0, que se move com velocidade v_0 e fator de Lorentz γ_0, desintegra-se em duas partículas, 1 e 2, ambas com velocidade v. As massas de repouso das partículas 1 e 2 são m_0 e αm_0, respectivamente. Após a desintegração, a partícula 1 se move na direção determinada por $\theta_1 = \pi/2$ (vide figura).

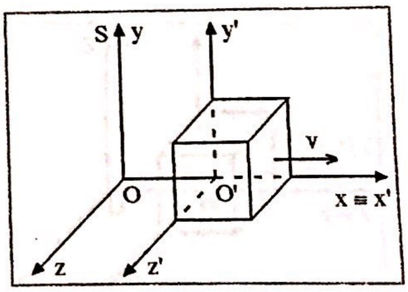


(a) (1,5) Escreva as equações de conservação da energia total e do momento linear para o processo de desintegração.

(b) (0,5) Determine o ângulo de emissão θ_2 da partícula 2 em termos de α.

(c) (0,5) Determine o fator de Lorentz γ para as partículas 1 e 2 em função de M_0, m_0, γ_0 e α.

4 Um bloco cúbico tem arestas de comprimento próprio L_0 e massa de repouso M_0. Ele desliza sobre uma mesa horizontal sem atrito com velocidade constante $v = 0{,}6c$ na direção de uma das arestas, conforme mostra a figura.



(a) (0,5) Qual é o volume V do bloco medido por um observador S em repouso sobre a mesa?

(b) (1,0) Segundo este observador S, qual a massa M e qual a densidade ρ do bloco?

(c) (1,0) Suponha agora que entre o bloco e a mesa exista uma força de atrito e que a velocidade do bloco seja $v = v(t)$. Qual é a aceleração do bloco? A aceleração da gravidade é g e o coeficiente de atrito cinético é μ.

Formulário

$$x' = \gamma(x - vt) \qquad y' = y \qquad z' = z \qquad t' = \gamma(t - vx/c^2)$$

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - u_x v/c^2} \qquad u'_y = \frac{u_y}{\gamma(1 - u_x v/c^2)} \qquad u'_z = \frac{u_z}{\gamma(1 - u_x v/c^2)}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

INSTITUTO DE FÍSICA — USP

NOME ______

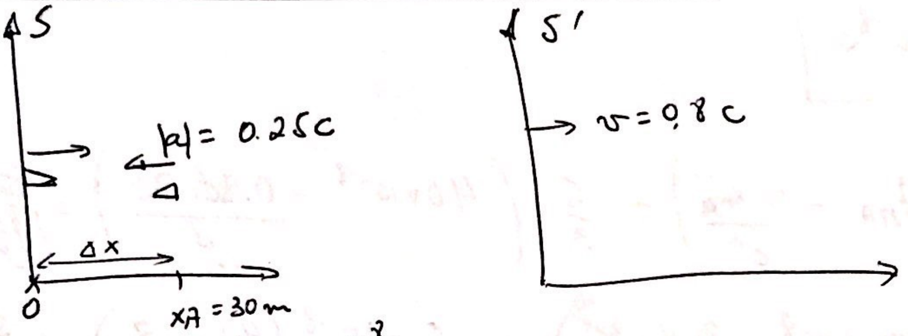
PROFESSOR ______

DATA ______

NOTAS

1

1)



$t_0 = 0$ $\quad t_A = 2.0 \times 10^{-8} s$

$$x_{M0} = x_0 = 0 \qquad t'_0 = 0$$

$$x_{MA} = x_A = 30m$$

$$t_{MA} = \frac{\Delta x}{v_b} = \frac{x_A - x_0}{a} = \frac{30}{0.25c} = \frac{30.4}{c}$$

$$\boxed{t_{MA} = \frac{120 m}{c}} = \frac{120\ m}{3 \times 10^8\ m/s} = \boxed{40 \times 10^{-8} s}$$

$$\boxed{t_{A0}} = \frac{\Delta x}{v_b} + 2.0 \times 10^{-8} s = 40 \times 10^{-8} s + 2.0 \times 10^{-8} s = \boxed{42 \times 10^{-8} s}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,8^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{16}{25}}} =$$

$$\boxed{\gamma = \frac{1}{\sqrt{\frac{9}{25}}} = \frac{5}{3}}$$

$$\boxed{t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right)}$$

$$t'_A = \gamma\left(t_A - \frac{v x_A}{c^2}\right) = \frac{5}{3}\left(2.0 \times 10^{-8} s - \frac{0.8\cancel{c} \cdot 30m}{c^{\cancel{2}}}\right)$$

$$t'_A = \frac{5}{3}\left(2.0 \times 10^{-8} - \frac{0.8 \cdot \overset{10}{\cancel{30}}}{\cancel{3} \times 10^8}\right) = \frac{5}{3} \cdot 10^{-8}(2 - 8) = \boxed{-10 \times 10^{-8} s}$$

$$t'_{MO} = \gamma\left(t_{MO} - \frac{v\, x_{MO}}{c^2}\right) = \frac{\cancel{5}}{\cancel{3}}\left(\cancel{42}^{14}\times 10^{-8} - \frac{0.8\,\cancel{c}\,\cancel{0}^{0}}{\cancel{c^2}}\right) = 70\times10^{-8}\,s$$

$$\boxed{t'_{MO} = 70\times 10^{-8}\,s}$$

$$t'_{MA} = \gamma\left(t_{MA} - \frac{v\, x_{MA}}{c^2}\right) = \frac{5}{3}\left(40\times10^{-8} - \frac{0.8\cancel{c}\cdot 30}{c^2}\right) =$$

$$= \frac{5}{3}\left(40\times10^{-8} - \frac{0.8\cdot \cancel{30}^{10}}{\cancel{3}\times10^{8}}\right) = \frac{5}{3}\cdot10^{-8}(40-8) = \frac{5}{3}\cdot 32\times10^{-8}$$

$$\boxed{t'_{MA} = \frac{160}{3}\times10^{-8} = 53.3\times10^{-8}\,s}$$

b) $\Delta t' = t'_0 - t'_A = 0 + 10\times10^{-8} = \boxed{10^{-8}\,s}$ → dispara

(0.5)

$t'_A = -10\times10^{-8}$ → A atira primeiro

c) ~~Alternativa~~ $t'_{MO} = 70\times10^{-8}\,s > t'_{MA} = 53\times10^{-8}\,s$

(0.5)

A morre primeiro

INSTITUTO DE FÍSICA — USP

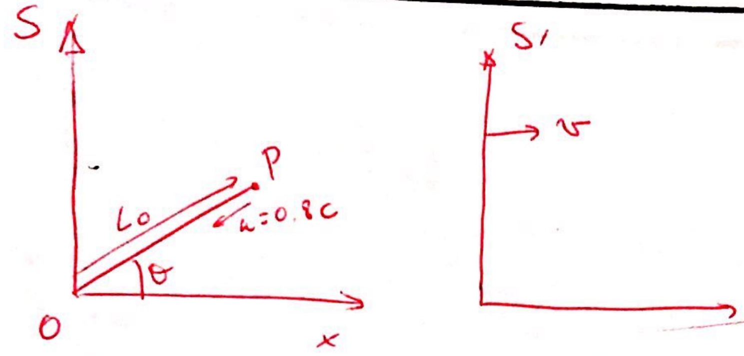
NOME ______________________

PROFESSOR ______________________

DATA ______________________

NOTAS

2



dados $\boxed{L_0, \theta, v, c}$

a)

$$\begin{cases} L_x = L_0\cos\theta \\ L_y = L_0 \operatorname{sen}\theta \end{cases}$$

$$\boxed{\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}}$$

$$\boxed{L_x' = \frac{L_x}{\gamma} = \frac{L_0\cos\theta}{\gamma} = L_0\cos\theta\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

$$\boxed{L_y' = L_y = L_0\operatorname{sen}\theta}$$

$$L' = \sqrt{L_x'^2 + L_y'^2} = \sqrt{L_0^2\left(\cos^2\theta\left[1-\left(\frac{v}{c}\right)^2\right]+\operatorname{sen}^2\theta\right)}$$

$$L' = L_0\sqrt{\underbrace{\cos^2\theta - \cos^2\theta\left(\frac{v}{c}\right)^2 + \operatorname{sen}^2\theta}_{1}} = \boxed{L_0\sqrt{1-\cos^2\theta\left(\frac{v}{c}\right)^2}} =$$

b)

$$\boxed{\operatorname{tg}\theta' = \frac{L_y'}{L_x'} = \frac{L_0\operatorname{sen}\theta}{\cancel{L_0}\cos\theta\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{\operatorname{tg}\theta}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}} = \gamma\operatorname{tg}\theta$$

c) $|\vec{u}| = 0.8c$, $|\vec{u}|' = ?$

$$\begin{cases} u_x = -u\cos\theta = -0.8c\cos\theta \\ u_y = -u\operatorname{sen}\theta = -0.8c\operatorname{sen}\theta \end{cases}$$

$$u_x' = \frac{u_x - v}{1 - u_x v/c^2} = \frac{-0.8c\cos\theta - v}{1 + 0.8\cancel{c}\cos\theta\frac{v}{c^{\cancel{2}}}}$$

$$u_y' = \frac{u_y}{\gamma\left(1 - u_x\frac{v}{c^2}\right)} = \frac{-0.8c\operatorname{sen}\theta\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}{1+0.8\cancel{c}\cos\theta\frac{v}{c^{\cancel{2}}}}$$

INSTITUTO DE FÍSICA — USP

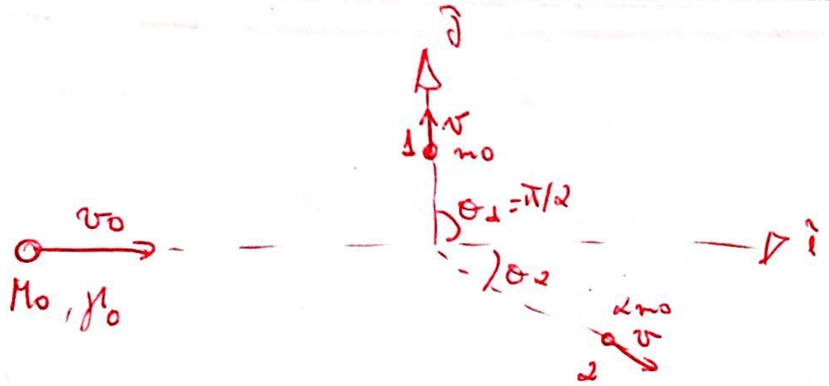
NOME

PROFESSOR

DATA

NOTAS

3



dados: $M_0, v_0, \gamma_0, v, m_0, \alpha, \theta_1$

resposta em função de $M_0, m_0, \gamma_0, \alpha$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$ → p/ 1 e p/ 2

a) Conservação da Energia

$$\begin{cases} E_i = \gamma_0 M_0 c^2 \\ E_f = \gamma m_0 c^2 + \gamma \alpha m_0 c^2 = \boxed{\gamma m_0 c^2 (1+\alpha)} \end{cases}$$

$E_i = E_f$: $\boxed{\gamma_0 M_0 = \gamma m_0 (1+\alpha)}$ (1)

Conservação do momento:

$$x: \begin{cases} P_{xi} = \gamma_0 M_0 v_0 \\ P_{xf} = \gamma \alpha m_0 v \cos\theta_2 \end{cases} \Rightarrow \boxed{\gamma_0 M_0 v_0 = \gamma \alpha m_0 v \cos\theta_2} \quad (2)$$

$$y: \begin{cases} P_{yi} = 0 \\ P_{yf} = \gamma m_0 v - \gamma \alpha m_0 v \sin\theta_2 \end{cases} \Rightarrow \cancel{\gamma m_0 v} = \gamma \alpha \cancel{m_0 v} \sin\theta_2$$

$$\boxed{\alpha \sin\theta_2 = 1} \quad (3)$$

b) $\boxed{\sin\theta_2 = 1/\alpha}$ de 3

c) de 1: $\boxed{\gamma = \frac{\gamma_0 M_0}{m_0 (1+\alpha)}}$

$$F = M\frac{dv}{dt} + v\,\underbrace{M_0\gamma^3}_{M\gamma^2}\,\frac{v}{c^2}\frac{dv}{dt} = \cancel{Mdu}\left(M + \frac{v^2}{c^2}M\gamma^2\right)\frac{dv}{dt} =$$

$$= \left(1 + \underbrace{\frac{v^2}{c^2}\gamma^2}\right)M\frac{dv}{dt} = \left[1 + \frac{v^2}{\cancel{c^2}}\,\frac{\cancel{c^2}}{c^2 - v^2}\right]M\frac{dv}{dt} = \left(1 + \frac{v^2}{c^2 - v^2}\right)M\frac{dv}{dt} = \frac{c^2 - \cancel{v^2} + \cancel{v^2}}{c^2 - v^2}\cdot M\frac{dv}{dt}$$

$$= \frac{c^2}{c^2 - v^2}M\frac{dv}{dt} = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}M\frac{dv}{dt} = \gamma^2 M\frac{dv}{dt}$$

$$\gamma^2 = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\boxed{F = \gamma^2 \cancel{M}\frac{dv}{dt}} = -\mu \cancel{M} g$$

$$\boxed{a = \frac{dv}{dt} = \frac{-\mu g}{\gamma^2}}$$

INSTITUTO DE FÍSICA — USP

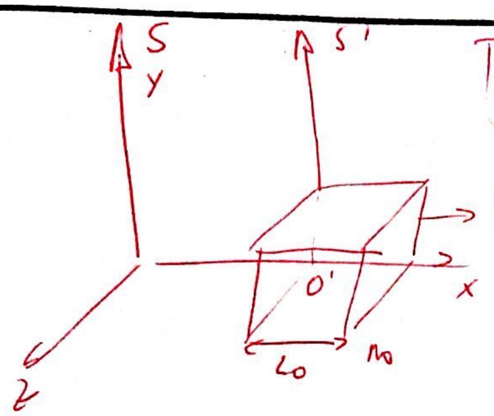
NOME ____________

PROFESSOR ____________

DATA ____________

NOTAS

4



$v = 0,6c$

$v = \frac{3}{5}c$

$\boxed{V_0 = L_0^3}$

$V = L_0 . L_0 . \frac{L_0}{\gamma} = \frac{L_0^3}{\gamma} = \frac{V_0}{\gamma}$

$\Delta x = \frac{\Delta x'}{\gamma} = \frac{L_0}{\gamma}$

$\Delta y = \Delta y' = L_0$

$\Delta z = \Delta z' = L_0$

a) $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{0,6^2 c^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{3}{5}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{9}{25}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{16}{25}}}$

$\boxed{\gamma = \frac{5}{4}} \Rightarrow \boxed{V = \frac{4 L_0^3}{5}}$

b) $\boxed{M = \gamma m_0 = \frac{5}{4} m_0}$

$\boxed{\rho = \frac{M}{V} = \frac{\gamma m_0}{\frac{V_0}{\gamma}} = \frac{m_0}{V_0}\gamma^2}$

$\rho_0 = \frac{m_0}{V_0} \Rightarrow \boxed{\rho = \rho_0 \gamma^2}$

$\boxed{\rho = \frac{m_0}{L_0^3}\gamma^2 = \frac{25}{16}\frac{m_0}{L_0^3}}$

c) $\boxed{v = v(t)} \rightarrow$ a dir $\underline{M_c}$ $\boxed{ab?}$

$F = \frac{dp}{dt} = \frac{d}{dt}(Mv) = M\frac{dv}{dt} + v\frac{dM}{dt} = \boxed{M\frac{dv}{dt} + v\, m_0 \frac{d\gamma}{dt}}$

$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = -\frac{1}{2}\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-3/2} . (-)\frac{2v}{c^2}\frac{dv}{dt}$

$= \boxed{\gamma^3 \frac{v}{c^2}\frac{dv}{dt} = \frac{d\gamma}{dt}}$

1ª PROVA - FISICA II - FEP 196 Agosto de 1997

GABARITO

Questão 1

(a) 1.5 $(x_A - x_0) = 0.25c\, t_{MA} \Rightarrow t_{MA} = \frac{(30-0)}{0.25 \times 3\times10^8} \Rightarrow \boxed{t_{MA} = 40\times10^{-8}\,s}$

$\boxed{t_{MO} = t_{MA} + 2.0\times10^{-8}s \Rightarrow t_{MO} = 42\times10^{-8}s}$

$\boxed{v = 0.8c}$

$\boxed{x_{MO} = x_0 = 0}$ e $\boxed{x_{MA} = x_A = 30\,m}$

$v = 0.8c$ e $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \Rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-(0.8)^2}} \Rightarrow \gamma = \frac{5}{3}$

De $t' = \gamma(t - vx/c^2)$ temos:

$\boxed{t'_A} = \gamma(t_A - v x_A/c^2) \Rightarrow t'_A = \frac{5}{3}\left(2\times10^{-8} - \frac{0.8\times30}{3\times10^8}\right) \Rightarrow \boxed{t'_A = -10\times10^{-8}s}$

$\boxed{t'_{MO}} = \gamma(t_{MO} - v x_{MO}/c^2) \Rightarrow t'_{MO} = \frac{5}{3}\times42\times10^{-8} \Rightarrow \boxed{t'_{MO} = 70\times10^{-8}s}$

$\boxed{t'_{MA}} = \gamma(t_{MA} - v x_{MA}/c^2) \Rightarrow t'_{MA} = \frac{5}{3}\left(40\times10^{-8} - \frac{0.8\times30}{3\times10^8}\right) \Rightarrow \boxed{t'_{MA} = 53\times10^{-8}s \quad 53.3\times10^{-8}s}$

(b) 0.5 $t'_O - t'_A = 0 + 10\times10^{-8} = \boxed{10^{-7}s}$

O homem A atira primeiro.

(c) 0.5 $t'_{MA} < t'_{MO} \Rightarrow$ O homem A morre primeiro.

Digitalizada com CamScanner

Questão 2

(a) $L_x = L_0 \cos\theta \Rightarrow L'_x = \frac{L_0}{\gamma}\cos\theta \Rightarrow L'_x = L_0\sqrt{1-v^2/c^2}\,\cos\theta$

1.0

$L_y = L'_y = L_0 \operatorname{sen}\theta$

$\therefore\ L' = \sqrt{L'^2_x + L'^2_y} = L_0\sqrt{(1-v^2/c^2)\cos^2\theta + \operatorname{sen}^2\theta} \Rightarrow \boxed{L' = L_0\sqrt{1-(v^2/c^2)\cos^2\theta}}$

(b) $\tan\theta' = \frac{L'_y}{L'_x} \Rightarrow \tan\theta' = \frac{\operatorname{sen}\theta}{\sqrt{1-v^2/c^2}\cos\theta} \Rightarrow \boxed{\tan\theta' = \frac{\tan\theta}{\sqrt{1-v^2/c^2}}}$ $= \gamma \operatorname{tg}\theta$

0.5

(c) $u_x = -0.8c\cos\theta$; $u_y = -0.8c\operatorname{sen}\theta$; $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$

1.0

$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - u_x v/c^2} \Rightarrow \boxed{u'_x = \frac{-0.8c\cos\theta - v}{1 + 0.8\cos\theta\frac{v}{c}}}$

$u'_y = \frac{u_y}{\gamma(1-u_x v/c^2)} \Rightarrow \boxed{u'_y = \frac{-0.8c\operatorname{sen}\theta\sqrt{1-v^2/c^2}}{1 + 0.8\cos\theta\frac{v}{c}}}$

Respostas possíveis $\boxed{\operatorname{sen}\theta' = \frac{\operatorname{sen}\theta}{\sqrt{1-\frac{v^2\cos^2\theta}{c^2}}}} = \frac{L'_y}{L'}$

$\cos\theta' = \frac{L_x'}{L'} = \frac{L_0\sqrt{1-v^2/c^2}\cos\theta}{L_0\sqrt{1-(v^2/c^2)\cos^2\theta}}$

Digitalizada com CamScanner

Questão 3

(a) Conservação da Energia

1.5

Energia inicial : $E_i = \gamma_0 M_0 c^2$

Energia final : $E_f = \gamma m_0 c^2 + \gamma \alpha m_0 c^2 = \gamma m_0 c^2 (1+\alpha)$ com $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$

$$\boxed{E_i = E_f \Rightarrow \gamma_0 M_0 = \gamma m_0 (1+\alpha)} \quad (1)$$

Conservação do momento

Direção x

Momento inicial : $p_{xi} = \gamma_0 M_0 v_0$

Momento final : $p_{xf} = \gamma \alpha m_0 v \cos\theta_2$

$$\boxed{\gamma_0 M_0 v_0 = \gamma \alpha m_0 v \cos\theta_2} \quad (2)$$

Direção y

Momento inicial : $p_{yi} = 0$

Momento final : $p_{yf} = \gamma m_0 v \operatorname{sen}\theta_1 - \gamma \alpha m_0 v \operatorname{sen}\theta_2$

$$\boxed{1 = \alpha \operatorname{sen}\theta_2} \quad (3)$$

(b) Da eq. (3) : $\boxed{\operatorname{sen}\theta_2 = \dfrac{1}{\alpha}} \Rightarrow \theta_2 = \operatorname{arc\,sen}(1/\alpha)$

0.5

(c) Da eq. (1) : $\boxed{\gamma = \dfrac{\gamma_0 M_0}{m_0(1+\alpha)}}$

0.5

Questão 4

$V_0 = L_0^3$ } $\boxed{\rho_0 = \frac{M_0}{V_0} = \frac{M_0}{L_0^3}}$ (ref. 5')

M_0

(a) 0.5 $\boxed{V = L_0 \times L_0 \times \frac{L_0}{\gamma} = \frac{L_0^3}{\gamma}}$ e $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-(0.6)^2}} \Rightarrow \boxed{\gamma = \frac{5}{4}} = 1,25$

$\therefore \boxed{V = \frac{4}{5} L_0^3} = 0,8 L_0^3$

$\gamma^2 = 1,5625 = (1,25)^2 = \frac{1}{(0.8)^2}$

(b) 1.0 $\boxed{M = \gamma M_0} \Rightarrow \boxed{M = \frac{5}{4} M_0} = \frac{M_0}{0.8} = 1,25 M_0$ $\rho = \gamma^2 \rho_0$

$\boxed{\rho = \frac{M}{V} = \frac{\gamma M_0}{L_0^3/\gamma}} \Rightarrow \rho = \gamma^2 \frac{M_0}{L_0^3} = \boxed{\frac{25}{16} \frac{M_0}{L_0^3}} \Rightarrow \boxed{\rho = 1.56 \frac{M_0}{L_0^3}}$

(c) 1.0 $F = \frac{dp}{dt}$ e $p = Mv \Rightarrow \boxed{F = \frac{d}{dt}(Mv) = M\frac{dv}{dt} + v\frac{dM}{dt}}$ (1)

De $M = \gamma M_0$ temos:

$\boxed{\frac{dM}{dt} = \frac{d}{dt}(\gamma M_0) = M_0 \frac{d\gamma}{dt}}$ $\rightarrow$ $\boxed{F = M\frac{dv}{dt} + v M_0 \frac{d\gamma}{dt}}$

Como $\gamma = (1-v^2/c^2)^{-1/2}$

$\frac{dM}{dt} = M_0 \frac{d}{dt}(1-v^2/c^2)^{-1/2} = +\frac{1}{2} M_0 (1-v^2/c^2)^{-3/2} \times \frac{2v}{c^2} \times \frac{dv}{dt}$

$\therefore \boxed{\frac{dM}{dt} = M_0 \gamma^3 \frac{v}{c^2} \frac{dv}{dt}}$ (2) $\boxed{\frac{d\gamma}{dt} = \gamma^3 \frac{v}{c^2} \frac{dv}{dt}} = \left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2} \frac{v}{c^2} \frac{dv}{dt}$

Das equações (1) e (2) resulta:

$F = M\frac{dv}{dt} + M\gamma^2 \frac{v^2}{c^2} \frac{dv}{dt} = \left(1 + \frac{v^2/c^2}{1-v^2/c^2}\right) M \frac{dv}{dt} \Rightarrow \boxed{F = \gamma^2 M \frac{dv}{dt}}$

F é a força de atrito: $\boxed{F = -\mu M g}$

$\therefore -\mu M g = \gamma^2 M \frac{dv}{dt} \Rightarrow \boxed{\frac{dv}{dt} = -\frac{\mu g}{\gamma^2}} = -\mu g \left[1 - \frac{v^2}{c^2}\right]$

a