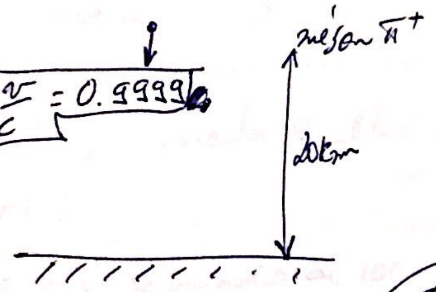
Física 2 - Poli - 2º Sem - 92

4ª aula - exercícios de cinemática   OK! em 13/8/92

Grupo A

Ex: 5

$\frac{v}{c} = 0.9999$



$\gamma = \left[1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right]^{-1/2} \simeq 70.71$

$T_0 = 2,6 \times 10^{-8}\,s \rightarrow$ referencial do méson

Pergunta: A que altitude acima do nível do mar é ele observado na Terra, no momento da desintegração?

No referencial da Terra

$L_0 = 20\,km$

$T = \gamma T_0$

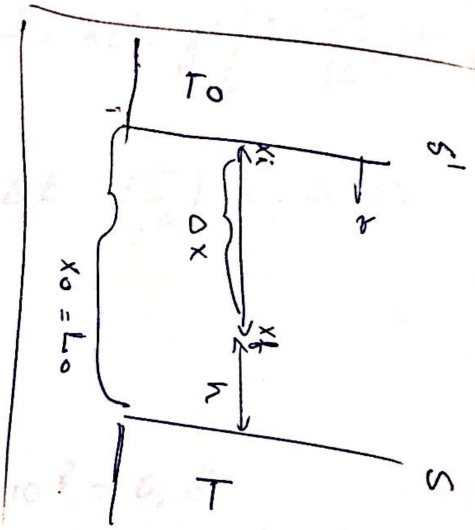
$\boxed{h = x_0 - \Delta x}$ (de onde saiu menos quanto andou)

$\Delta x = vT \rightarrow$ quanto andou

$x_0 = L_0$

$\boxed{h = L_0 - vT = L_0 - v\gamma T_0}$

$\boxed{h = 19,448\,km} \rightarrow$ resposta

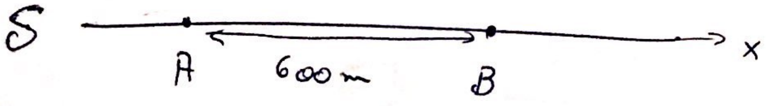


obs: no ref. do méson, $\Delta x' = vT_0$ e como $T > T_0$, $\Delta x' < \Delta x$ isto é, anda menos num tempo menor!! Portanto, no ref. do méson ele cai a uma h maior da terra.

Grupo A – ex. 6

→ proposto (3) op-2004

(4) lista 4 2007



evento (A) → (t_A, x_A)

evento (B) → $(t_A + 10^{-6}s, x_B)$

$\Delta t = 10^{-6} s$

$\Delta x = x_B - x_A = 600 m$

a) existe S' tal que eventos simultâneos? qual |v|?

b) A e B são separados de 100 m visto de S

fazer por passagens se precisar, mas é trivial! (*)

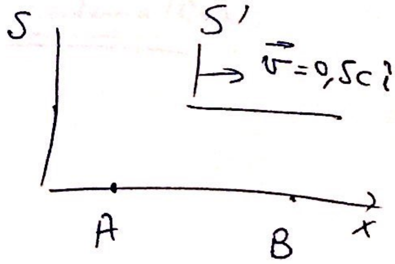
eq. de Lorentz: $t' = \gamma\left(t - \left(\frac{v}{c^2}\right)x\right) \Rightarrow \Delta t' = \gamma\left[\Delta t - \left(\frac{v}{c^2}\right)\Delta x\right]$

Se $\Delta t' = 0 \Rightarrow$ eventos simultâneos $\Rightarrow \Delta t - \left(\frac{v}{c^2}\right)\Delta x = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{v}{c^2} = \frac{\Delta t}{\Delta x} \Rightarrow \frac{v}{c} = \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot c$$

Subst. os números: $\frac{v}{c} = \frac{10^{-6}}{600} \times 3\times 10^8 = 0,5$

a) logo: $\boxed{\vec{v} = 0,5 c\,\hat{i}}$ → resposta



b) $\Delta x = 100 m$ → p/ S. e $\Delta t' = 0$

$$\Rightarrow \frac{v}{c} = \frac{10^{-6} \times 3\times 10^8}{100} = \underline{\underline{3}}\ !! \Rightarrow \text{impossível pois } \underline{\underline{v > c}}\ !$$

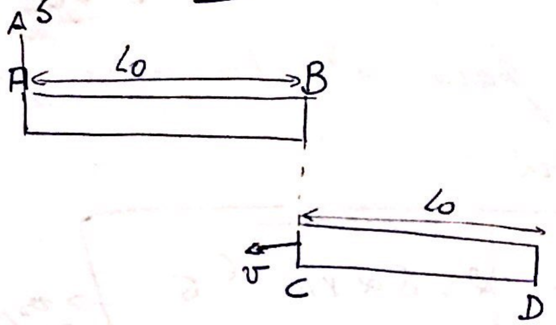
— – —

(*)

$\Delta t' = t_2' - t_1' = \gamma\left(t_2 - \left(\frac{v}{c^2}\right)x_2\right) - \gamma\left(t_1 - \left(\frac{v}{c^2}\right)x_1\right) =$

$= \gamma\left[\underbrace{t_2 - t_1}_{\Delta t} - \frac{v}{c^2}\underbrace{(x_2 - x_1)}_{\Delta x}\right]$

Grupo A - ex. 7



$L_0 = 100\,m$

a) No referencial S o intervalo de tempo necessário para C passar por B e D passar por B representa o tempo próprio $\boxed{T_0 = 2{,}5 \times 10^{-6}\,s}$.

O comprimento (correspondente) da nave L' visto pelo astronauta em B será:

$$L' = v T_0 \quad \text{mas} \quad L' = \frac{L_0}{\gamma} \quad \text{daí:}$$

$$\frac{L_0}{\gamma} = v T_0 \Rightarrow \frac{L_0}{T_0} = v\gamma = \frac{v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{vc}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$

$$\boxed{\frac{L_0}{T_0 c} = \frac{v}{\sqrt{c^2 - v^2}}} \Rightarrow \text{manipulação matemática!}$$

$$\boxed{\frac{L_0}{T_0 c} = \frac{100\,m}{2{,}5 \times 10^{-6} \times 3 \times 10^{8}} = \frac{1}{7{,}5} = \frac{2}{15} = \alpha}$$

$$\frac{v^2}{c^2 - v^2} = \alpha^2 \Rightarrow v^2 = \alpha^2 (c^2 - v^2) \Rightarrow v^2(1 + \alpha^2) = \alpha^2 c^2$$

$$v^2 = \frac{\alpha^2 c^2}{1 + \alpha^2} \Rightarrow v = \frac{\alpha c}{\sqrt{1 + \alpha^2}} = \frac{\frac{2}{15} c}{\sqrt{1 + \frac{4}{15^2}}} =$$

$$\therefore \boxed{v = 0.132\,c} \rightarrow \text{resp. parte } \underline{a}$$

→ continua no verso

b) O comprimento da nave do astronauta $\underline{B}$ é $\underline{L_0}$; logo, o tempo necessário para a outra nave percorrer a distância L_0 será:

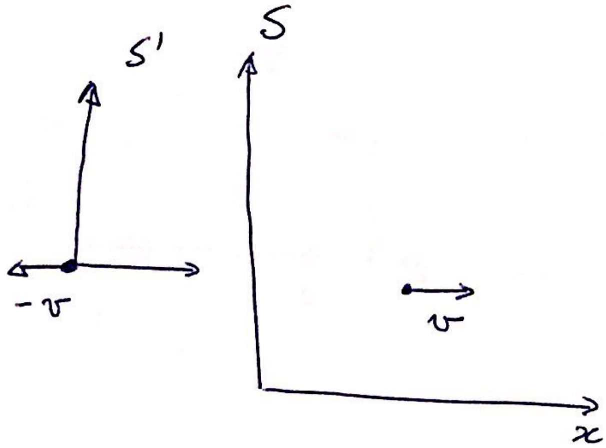
$$\boxed{t = \frac{L_0}{v} = \frac{100\,m}{0.132 \times 3 \times 10^8} = 2,52 \times 10^{-6}\,s} \rightarrow \underline{resposta}$$

—<—

(talvez pular)

GRUPO A

ex: 9 -



Lorentz

$$\boxed{v_x' = \frac{v_x - V}{1 - \left(\frac{V}{c^2}\right) v_x}}$$

mas $\boxed{\begin{array}{l} v_x' = 0{,}6c \\ v_x = v \\ V = -v \end{array}}$ → esta é a parte difícil do problema.

Subst.

$$0{,}6\,c = \frac{2v}{1 + \frac{v^2}{c^2}}$$ ⟹ manipulação = eq. do 2º grau em $\underline{v}$.

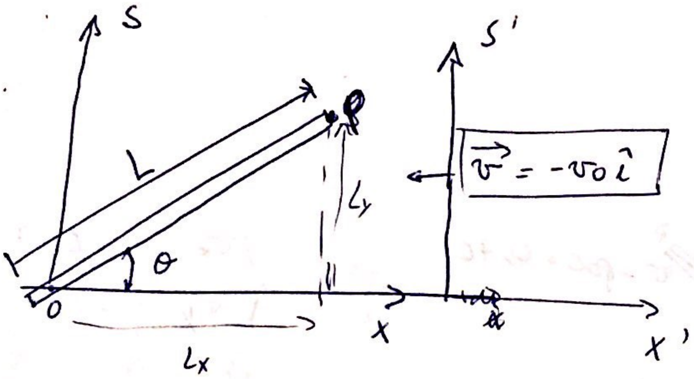
$$\frac{v^2}{c^2} - \frac{10}{3}\frac{v}{c} + 1 = 0 \rightarrow \frac{v}{c} = \frac{\frac{10}{3} \pm \sqrt{\frac{100}{9} + 4}}{2} = \left\langle \begin{array}{l} \cancel{3} \text{ não aceito} \\ \frac{1}{3} \end{array}\right.$$

$$\boxed{\frac{v}{c} = \frac{1}{3}}$$ → resposta

fazer

Grupo B

Ex 4 :



a) $\boxed{L' = ?}$

Em S temos: $L = \sqrt{L_x^2 + L_y^2}$ onde $\boxed{L_x = L\cos\theta}$ e $\boxed{L_y = L\,\text{sen}\,\theta}$

temos: $\boxed{L_y' = L_y}$ → pois comprimentos perpendiculares à direção de movimento relativo não se alteram

e

$$\boxed{L_x' = \frac{L_x}{\gamma}}$$

$\gamma = (1 - \underbrace{\frac{v^2}{c^2}}_{<1})^{-1/2} > 1$

$\gamma > 1$

daí: $L' = \sqrt{L_x'^2 + L_y'^2} = \sqrt{\frac{(L\cos\theta)^2}{\gamma^2} + (L\,\text{sen}\,\theta)^2} =$

$= L\sqrt{\frac{\cos^2\theta}{\gamma^2} + \text{sen}^2\theta} = \boxed{\frac{L}{\gamma}\left[\cos^2\theta + \text{sen}^2\theta\,\gamma^2\right]^{1/2}}$ → resposta

$\boxed{L' < L}$

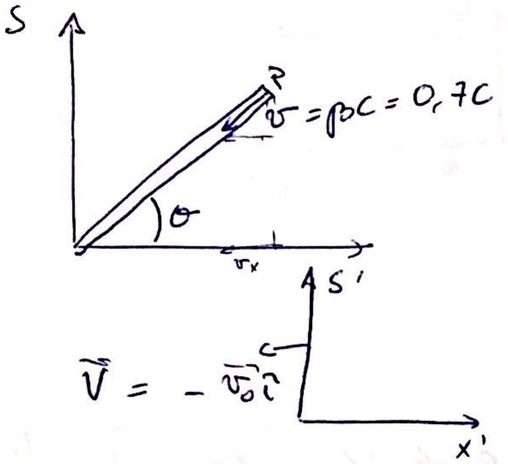
b) $\boxed{\theta' \text{ em } S' ?}$

$\text{tg}\,\theta = \frac{L_y}{L_x}$

$\text{tg}\,\theta' = \frac{L_y'}{L_x'} = \frac{\gamma L_y}{L_x} = \gamma\,\text{tg}\,\theta \Rightarrow \boxed{\theta' = \text{arctg}(\gamma\,\text{tg}\,\theta)}$ → resposta

→ continua no verso.

c) $\beta c = 0{,}7c$



$\vec{V} = -\vec{v_0}\hat{i}$

$$\begin{cases} v_x = -0{,}7\cos\theta \cdot c \\ v_y = -0{,}7\,\text{sen}\,\theta \cdot c \end{cases}$$

Utilizando as transformações de velocidade temos:

$$\boxed{v_x' = \frac{v_x - V}{1 - \left(\frac{V}{c^2}\right) v_x} \qquad v_y' = \frac{v_y}{\gamma\left(1 - \frac{V}{c^2} v_x\right)}}$$

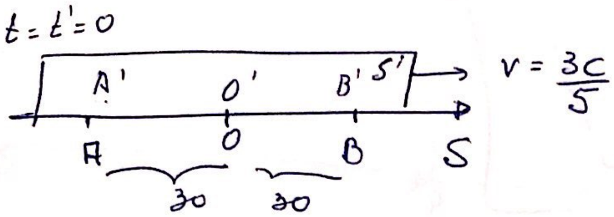
$$\boxed{v_x' = \frac{-0{,}7\cos\theta \cdot c + v_0}{1 - 0.7\cos\theta\,\frac{v_0}{c}}}$$

respostas

$$\boxed{v_y' = \frac{-0{,}7\,\text{sen}\,\theta\, c}{1 - 0.7\cos\theta\,\frac{v_0}{c}} \left[1 - \frac{v_0^2}{c^2}\right]^{1/2}}$$

Fazer

GRUPO B - ex. 7



a) A' e B' em S'? ; b) $t_{AA'} = ?$ → leitura do relógio de A' quando se dá sua passagem por A

$t_{BB'} = ?$ → leitura do relógio de B' quando se dá sua passagem por B.

Temos 3 eventos

1) $O \equiv O' \Rightarrow x = x' = 0$
$t = t' = 0$

2) $A \equiv A' \Rightarrow x = -30\,m \quad t = 0$
$x'_{AA'} = ? \quad t'_{AA'} = ?$

3) $B \equiv B' \Rightarrow x = 30\,m \quad t = 0$
$x'_{BB'} = ? \quad t'_{BB'} = ?$

As transformações de Lorentz para as coordenadas são:

$$\boxed{\begin{aligned} x' &= \gamma(x - vt) \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \gamma\left(t - \frac{xv}{c^2}\right) \end{aligned}}$$

e o $\gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}$

$= \left[1 - \frac{\left(\frac{3\cancel{c}}{5}\right)^2}{\cancel{c}^2}\right]^{-1/2}$

$\gamma = \left[1 - \frac{9}{25}\right]^{-1/2} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4}$

$\therefore x' = \frac{5}{4}\left(x - \frac{3}{5}ct\right)$

$t' = \frac{5}{4}\left(t - \frac{3x}{5c}\right)$

$\Rightarrow x'_{AA'} = \frac{5}{4}(-30) = \boxed{-37.5\,m}$

$x'_{BB'} = \frac{5}{4}(30) = \boxed{37.5\,m}$

↳ resposta item a

→ continua no verso

$$t'_{AA'} = \frac{5}{4}\left(\frac{3}{5c}\cdot 30\right) = \boxed{\frac{90}{4c}}$$ → resposta item b

$$t'_{BB'} = \frac{5}{4}\left(-\frac{3}{5c}\cdot 30\right) = \boxed{\frac{-90}{4c}}$$

c) A' passa por B. Quais são as leituras dos relógios de B e A'

$A' \Rightarrow t'_{A'B}$? $\qquad t_{A'B}$

Consideremos o evento: $\boxed{A' = B}$

Sabemos que $x = 30$, $x' = -37{,}5$

∴ na eq. de Lorentz de x': $x' = \frac{5}{4}\left(x - \frac{3}{5}ct\right)$

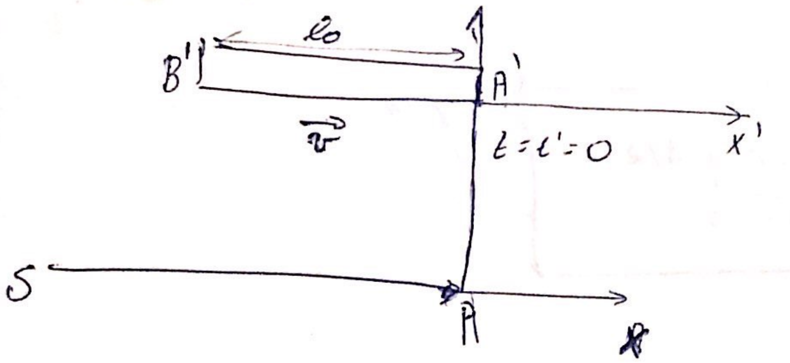
$$\therefore -37{,}5 = \frac{5}{4}\left(30 - \frac{3}{5}ct_{A'B}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{t_{A'B} = \frac{100}{c}}$$ → resposta

na eq. de Lorentz de t': $t' = \frac{5}{4}\left(t - \frac{3x}{5c}\right)$

$$\therefore t'_{A'B} = \frac{5}{4}\left(t_{A'B} - \frac{90}{5c}\right) \Rightarrow \boxed{t'_{A'B} = \frac{102{,}5}{c}}$$ → resposta

Grupo B - ex. 3



a) t_0' medido em S' o sinal chega em B'!

Imaginemos em A' uma fonte de luz e em B' um receptor.
A equação da "frente de onda do sinal luminoso" no
sistema S' será: $\boxed{x'(t') = -ct'}$

no instante t_0' a frente de onda chega no receptor

$\boxed{x'(t_0') = -l_0}$ daí: $-l_0 = -c\,t_0' \Rightarrow \boxed{t_0' = \frac{l_0}{c}}$

b) Em qual instante t_1, medido em S, o sinal alcança B'?
Utilizando a transformação inversa de Lorentz temos:

$$t = \gamma\left(t' + \frac{v x'}{c^2}\right)$$

No ref. S' a frente de onda atinge o receptor no ponto
$x'(t_0') = -l_0$ no instante $t_0' = \frac{l_0}{c}$. Substituindo acima:

$$t_1 = \gamma\left(t_0' + \frac{v\,x'(t_0')}{c^2}\right) = \gamma\left[\frac{l_0}{c} - l_0\frac{v}{c^2}\right] = \gamma\frac{l_0}{c}\left(1 - \frac{v}{c}\right)$$

→ continua no verso.

mas $\gamma = \left[1 - \frac{v^2}{c^2}\right]^{-1/2}$

daí: manipulando:

$$\boxed{t_1 = \frac{l_0}{c}\left[\frac{1 - v/c}{1 + v/c}\right]^{1/2}}$$ resposta

c) Qual t_2, medido em S, a extremidade B' da Barra passa pelo ponto A?

O tempo para que o receptor percorra a distância l_0 com velocidade v é dado por $\boxed{t_2' = \frac{l_0}{v}}$ → medido por S'.

A coordenada x' em relação a S' é: $\boxed{x'(t_2') = -l_0}$

Utilizando a transformação de Lorentz:

$$t_2 = \gamma\left(t_2' + \frac{v\,x'(t_2')}{c^2}\right) = \gamma\left[\frac{l_0}{v} - \frac{v\,l_0}{c^2}\right] = \gamma\frac{l_0}{v} \overset{\text{manipulação}}{=} \boxed{\frac{l_0}{\gamma v}}$$

é direto

resposta

Isto mostra que o comprimento em S é contraído pelo fator γ.