FÍSICA 2 - POLI - 2º SEMESTRE DE 92 ok em 2/9/93 ①

2ª AULA (1ª AULA = introdução) OK! em 6/8/92

Na aula passada iniciamos o estudo da relatividade restrita. Vimos que o postulado fundamental da teoria da relatividade (comprovado experimentalmente por experiências do tipo Michelson e Morley) é: a velocidade da luz no vácuo é a mesma para todos os observadores, independentemente do movimento da fonte de luz ou do observador, é um fato da natureza!

Vimos que isto implica no fato de que intervalos de tempo e intervalos espaciais cuja razão nos dá c, poderão não ter valores únicos para todos os observadores. Vamos rever, como chegamos (confusamente) a estas conclusões.

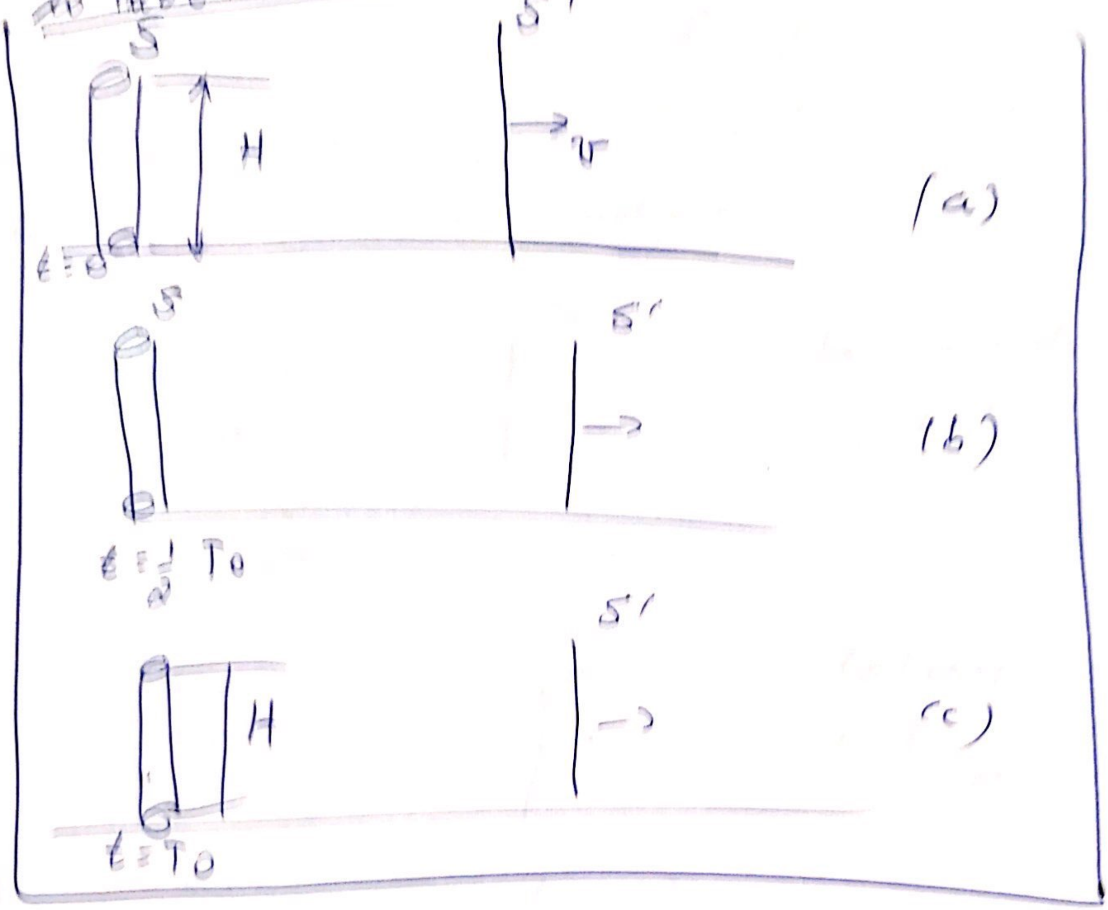
Consideremos dois observadores típicos em movimento relativo com velocidade constante: a separação entre eles aumenta ou diminui a uma razão cte. Um observador em um ref. inercial é chamado de S (o próprio referencial também) com 3 coordenadas espaciais e 1 coordenada temporal necessárias para especificar um evento neste referencial indicadas por (x, y, z, t)

Mais especificamente, podemos pensar em $\underline{S}$ como um observador com uma régua que mede as posições (x, y, z) de pontos em relação à origem de seu referencial e com um relógio que indica os instantes $\underline{t}$ de quaisquer eventos neste referencial.

O segundo observador é chamado $\underline{S'}$; coordenadas espaciais e temporais medidas nesse referencial são indicados (x', y', z', t').

<u>Não</u> podemos a priori fazer qualquer <u>hipótese</u> sobre a relação entre $\underline{x}$ e $\underline{x'}$, t e t' etc. O ref. S' se move com veloc. cte $\underline{v}$ em relação a $\underline{S}$. Por simplicidade imaginamos que os eixos $\underline{X}$ e $\underline{Y}$ dos dois referenciais estão alinhados. Se $\underline{S'}$ tem uma veloc. cte para a direita (ao longo do eixo X) em rel. a $\underline{S}$, de módulo $\underline{v}$, então $\underline{S}$ tem uma veloc. cte para a esquerda em rel. a S' de módulo v. Desafiamos <u>experimento hipotético</u>. O observador $\underline{S}$ tem um tubo de comprimento H, alinhado com o eixo Y e que está em repouso (a direção do tubo é normal à direção

do mov. relativo entre S e S') O observador S emite um pulso de luz desde a base do tubo e na direção do seu eixo até que encontre um espelho no extremo superior e é refletido de volta à base do tubo.

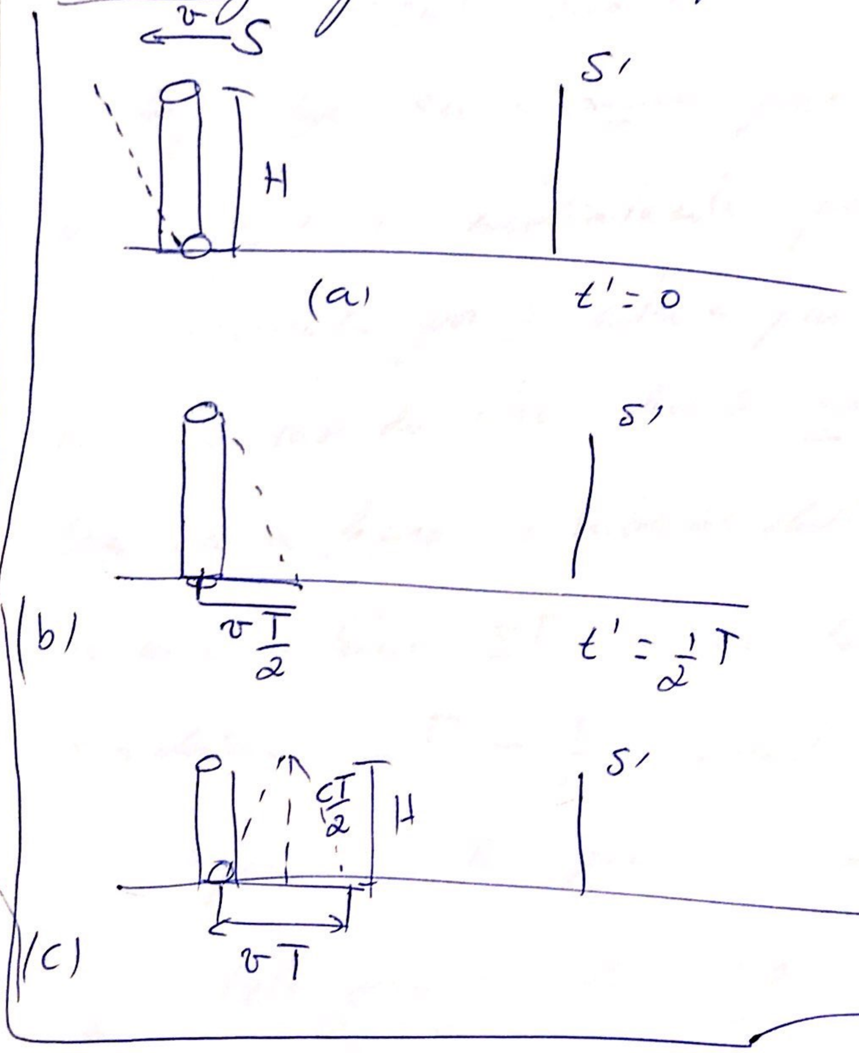


Assim a partida do pulso de luz e sua volta posterior à base ocorrem no $\boxed{\text{mesmo}}$ lugar no ref. S. T_0 é o intervalo de tempo entre a partida e a volta do pulso de luz medido por um observador em repouso em relação ao tubo. Como o pulso de luz percorre uma distância de ida e volta $2H$

no intervalo de tempo T_0 a uma velocidade $\underline{c}$, temos

$$\boxed{c = \frac{2H}{T_0}}$$

Consideremos a mesma sucessão de eventos, agora como visto pelo obs. S'. O referencial $\underline{S}$ e o tubo se movem para a esquerda com veloc. $\underline{v}$ em relação ao ref. S'. A trajetória seguida pelo pulso de luz é formada agora por 2 linhas oblíquas.



(a) parte da base em $t' = 0$

(b) chega ao topo em $t' = \frac{1}{2} T$

(c) volta à base em $t' = T$ onde os tempos são cronometrados no relógio do observador S'.

Durante o percurso de ida e volta o tubo se desloca para a esquerda de uma distância vT em relação a S'. A velocidade do pulso de luz ao percorrer os dois segmentos oblíquos da trajetória é também $\underline{c}$ em relação a S'.

Para o observador S' portanto, o pulso não retorna para o mesmo lugar em seu referencial. De fato, o comprimento da trajetória medido por S' é maior do que o comprimento da trajetória observado por S (2H). Mas a velocidade $\underline{c}$ do pulso de luz deve ser a mesma para ambos os observadores. Segue-se imediatamente que o intervalo de tempo $\underline{T}$ registrado por $\underline{S'}$ entre a partida e a volta do pulso à base do tubo deve ser maior do que T_0.

Segundo a figura, o tubo se desloca para a esquerda de uma distância $\underline{v}T$ no intervalo de tempo $\underline{T}$ ou uma distância $\frac{vT}{2}$ em $\frac{T}{2}$. Durante o meio intervalo $\frac{T}{2}$ o pulso de luz percorre a distância oblíqua $\frac{cT}{2}$. Pela geometria do triângulo temos:

$$\boxed{H^2 + \left(\frac{vT}{2}\right)^2 = \left(\frac{cT}{2}\right)^2}$$

Se conhecer

A distância vertical H, normal à direção do movimento relativo dos refs. é suposta como sendo igual para ambos os observadores. Como vemos adiante, comprimentos na direção do mov. relativo não são iguais para todos os obs. mas distâncias transversais permanecem inalteradas.

Usando H da expressão $c = \frac{2H}{T_0}$ (Vácuo se precisa)

temos:

$$\boxed{T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}}$$

$$\boxed{T = \gamma T_0} \quad T > T_0$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \quad \gamma > 1$$

Esta é a eq. fundamental da dilatação do tempo.

T_0 = intervalo de tempo transcorrido entre dois eventos que ocorrem num mesmo local e medido no relógio de um observador em repouso neste local. (É denominado tempo próprio ou tempo de repouso).

T = intervalo de tempo entre os mesmos 2 eventos registrado pelo relógio de um observador que se

$$C = \frac{2H}{T_0} \Rightarrow H = \frac{cT_0}{2}$$

$$H^2 = \frac{c^2T^2}{4} - \frac{v^2}{4}T^2$$

$$\frac{c^2T_0^2}{\cancel{4}} = \frac{c^2T^2}{\cancel{4}} - \frac{v^2}{\cancel{4}}T^2 \quad \div c^2 \Rightarrow T_0^2 = T^2 - \frac{v^2}{c^2}T^2 = T^2\left[1 - \frac{v^2}{c^2}\right]$$

$$\therefore \boxed{T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}}$$

move com velocidade $\vec{v}$ em relação ao local em que os 2 eventos ocorrem (e que portanto, vê os 2 eventos como ocorrendo em locais diferentes em relação ao seu referencial).

Os relógios dos 2 observadores quando comparados ~~lado a lado~~ em repouso um com relação ao outro dão leituras idênticas. A eq. acima mostra que $\boxed{T > T_0}$ sempre!! Para um obs. em mov., intervalos de tempo aumentam ou se dilatam. O efeito é consequência da constância da veloc. da luz; não pode ser atribuído a uma causa física mas reflete as propriedades relativísticas do tempo (e espaço). Assim o fenômeno é denominado dilatação do tempo.

Os efeitos da dilatação do tempo só são significativos ~~pas~~ quando a veloc. se aproximam da veloc. da luz.

classicamente $T_1 = T_2$
$\Rightarrow v_1 = \frac{d}{T_1} \neq v_2 = \frac{D}{T_2}$

relativist.: $v_1 = v_2 = c$
$\Rightarrow \frac{d}{T_1} = \frac{D}{T_2} \Rightarrow \boxed{T_1 < T_2}$

Comentar exemplos —

note que, como $\boxed{c \simeq \infty} \Rightarrow \boxed{T \to 0}$
: $vT \neq 0$ só se $\boxed{v \to c}$ e $\vec{v}$ é a veloc. relativa de mov. entre

os 2 observadores. É por isto que efeitos relativísticos só são importantes (observáveis) para veloc. de mov. relativo muito grandes! Caso contrário, $\boxed{T_1 \rightarrow T_2 = T}$

os tempos serão iguais. Vamos lembrar exemplo de objeto que cai do mastro do navio visto no 1º semestre e que sempre cai ao pé do mastro. Para um observador fora do navio, a velocidade observada será diferente da observada dentro do navio. As transformações entre estas velocidades clássicas são as chamadas transformações de Galileu:

$$\boxed{\begin{aligned} x' &= x - vt \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= t \end{aligned}}$$

→ talvez não colocar isto na lousa.

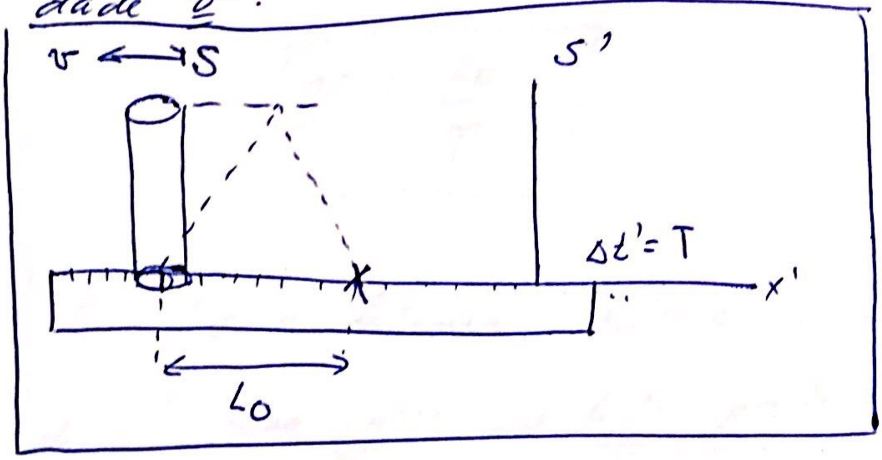
As transformações entre as coordenadas no caso relativístico são as chamadas transformações de Lorentz que veremos + adiante.

- Comentar sobre os muons
- Comentar sobre elétrons de caroço em átomos pesados.

CONTRAÇÃO DO ESPAÇO

Da mesma forma que o intervalo de tempo entre 2 eventos depende do estado de movimento do observador, assim também um intervalo espacial, ou comprimento, depende do estado de movimento do observador, devido à constância de c.

Usamos o mesmo arranjo anterior (tubo de luz) para analisar os efeitos da contração do espaço. Um tubo está em repouso no referencial S e um pulso de luz percorre o tubo para cima e para baixo. O observador S' verá o tubo e o observador S movendo-se para a esquerda com uma velocidade v.



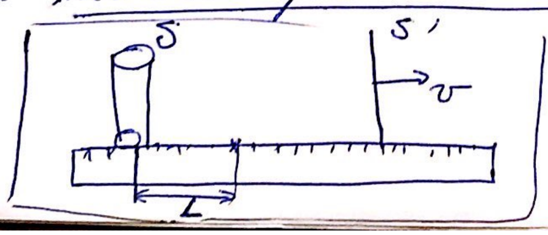
Para tornar os eventos mais específicos supomos que o observador S' coloca uma régua ao longo de seu eixo x' e que o pulso de luz deixa uma marca nesta régua quando deixa a base do tubo e uma segunda marca quando volta à base.

A distância entre as 2 marcas na régua S' é chamada L_0. O subscrito zero enfatiza que este comprimento é medido pelo observador S' que está parado em relação à sua régua.

Como já visto, o intervalo de tempo transcorrido entre a execução das duas marcas, para o observador S', é o tempo dilatado T. Como o referencial S se move para a esquerda a uma velocidade v percorrendo uma distância L_0 no intervalo de tempo T todos medidos em S', temos:

$$\boxed{v = \frac{L_0}{T}}$$

Considere a distância entre as 2 marcas da régua de S' mas agora, medido por S. O observador vê S' e sua régua em movimento para a direita com velocidade v:



A distância entre as 2 marcas na régua em movimento medida pelo observador $\underline{S}$ é chamada $\underline{L}$. (o observador $\underline{S}$, quando está medindo o comprimento de um objeto em movimento, com sua própria régua, deve ter certeza de anotar a posição das 2 marcas simultaneamente).
O referencial $\underline{S}'$ se move para a direita com velocidade $\underline{v}$, percorrendo uma distância $\underline{L}$ em relação a S. Isto ocorre no intervalo de tempo T_0. Assim o observador $\underline{S}$ pode escrever:

$$\boxed{v = \frac{L}{T_0}}$$

Eliminando $\underline{v}$ das 2 eq. acima temos: $v = \frac{L_0}{T} = \frac{L}{T_0}$

$$\boxed{L = L_0 \frac{T_0}{T}}$$

usando a relação relativística para a dilatação do tempo temos:

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \implies L = L_0 \frac{\cancel{T_0}}{\cancel{T_0}} \sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}$$

$$\boxed{L = L_0 \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

$L < L_0$

$$\boxed{L_0 = \gamma L}$$

$L = \frac{L_0}{\gamma}$

$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$, $\gamma > 1$

< 1

A equação acima é a relação básica ~~para~~ da contração do espaço. O significado dos termos é o seguinte:

L_0 = separação espacial, ou comprimento próprio, entre os dois pontos (que se encontram ao longo da linha de movimento relativo de S e S') e medida por um observador em repouso em relação aos pontos.

L = comprimento entre os dois pontos em movimento cuja posição deve ser marcada simultaneamente.

Note que: Apesar da contração dos comprimentos que estão ao longo da direção de movimento relativo, não há contração de comprimentos que formam um ângulo reto com a direção de mov. relativo (tt é o mesmo no caso).

A relação acima mostra que $\boxed{L < L_0}$ sempre.

A contração dos comprimentos só é significativa em velocidades altas. Por exemplo, para $v = 0,1c$, $\boxed{L = 0,995 L_0}$, enquanto que para $v = 0,98c$, $\boxed{L = \frac{1}{5} L_0}$. No limite das velocidades baixas $\boxed{\frac{v}{c} \to 0}$, os intervalos de espaço e de tempo da Física relativística se reduzem aos intervalos absolutos de espaço e de tempo da Física clássica:

$\boxed{L = L_0}$ e $\boxed{T = T_0}$

O termo contração do espaço é usado para enfatizar que o efeito não se deve a uma causa física, ou seja, uma diminuição de um objeto devido à uma pressão externa ou a um decréscimo de temperatura, mas, reflete uma mudança na natureza dos intervalos de espaço e de tempo imposta pela exigência fundamental que todos os observadores medem a mesma veloc. para a luz no vácuo.

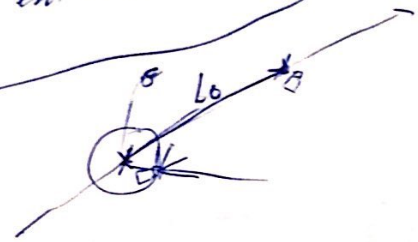
Comentar veloc. da luz em outros meios. Água etc.

exemplo 3 - Apostila de ex. pg 4

Um grupo de astronautas vai numa jornada da Terra a Sirius, uma estrela muito brilhante a 8,5 anos-luz de distância (da Terra de acordo c/ medida feita na Terra). Sua velocidade escalar é de $0,95c$. Ache a distância (entre Terra e Sirius de acordo c/ medida feita pelos astronautas) (de Lorentz contraída entre a Terra e Sirius).

1 ano-luz $= 1c \cdot$ ano $= 9,461 \times 10^{15}\,m$

1 ano $= 365,24\,d = 31,56 \times 10^{6}\,s$



A distância Terra - Sirius medida da Terra é a distância própria $\boxed{L_0 = 8,5 \text{ anos-luz}}$.

A distância contraída, observada pelo grupo de astronautas (em movimento c/ relação a Sirius) será:

$$\boxed{L = L_0 \sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = 8,5\sqrt{1-\left(\frac{0,95c}{c}\right)^2}$$

$$\boxed{L = 2,65 \text{ anos-luz}}$$

Notação: vocês encontrarão na apostila de exercícios:

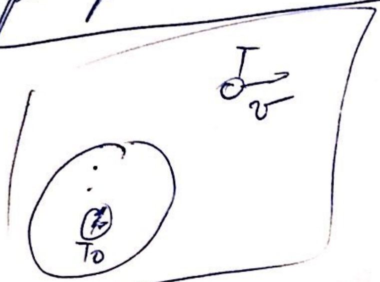
$$\boxed{\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}}$$

enunciado confuso! = (er1) list 2008

exercício 2 - Grupo A da apostila de ex. pg 8 → proposto 1 1ª ap. 2004 pg 7 15

enunciado muito ruim!! ver o de 2004

Um relógio funciona (em relação à Terra) a uma velocidade escalar de 3×10^6 m/s durante um ano, quando visto por um observador fixo na Terra. Ache o número de segundos pelo qual ele varia de um relógio fixo na Terra.



$$v = 3 \times 10^6 \frac{m}{s} \Rightarrow \boxed{\frac{v}{c} = 0{,}01 = 1 \times 10^{-2}} \Rightarrow \left(\frac{v}{c}\right)^2 = 1 \times 10^{-4}$$

$$T_0 = 1 \text{ ano} = 31{,}56 \times 10^6 \, s$$

$$\boxed{T = \gamma T_0}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - (1 \times 10^{-4})}} = 1.00005$$

$$\Delta t = T - T_0 = \underbrace{\gamma T_0}_{T} - T_0 = (\gamma - 1) T_0$$

$$T = 31{,}561578 \times 10^6 \, s$$

$$\Delta t = (1.00005 - 1) T_0$$

$$\boxed{\Delta t = 1.577 \, s} \simeq \frac{1}{2} \text{ hora}$$

não lido em 8/7/93