## O Oscilador Harmônico Simples

partícula sujeita a $F = -kx$

$x$ = deslocamento em relação ao equilíbrio $x = 0$

$k$ = cte de força

$\boxed{U = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2} \to$ clássico $\qquad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$\boxed{E = E_c + U = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2} \to$ clássico

oscilação clássica $= -A < x < +A$ onde $A$ = amplitude do mov.

$\forall E$ é permitido classicamente e $E = 0$ p/ $x = 0$.

Quântico:

eq. Schrödinger : $\boxed{\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi}$

toma $\boxed{U = \frac{m\omega^2 x^2}{2}} \Rightarrow \boxed{\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\left[\left(\frac{2mE}{\hbar^2}\right) - \left(\frac{m\omega}{\hbar}\right)^2 x^2\right]\psi}$

(41.30)

Técnica matemática de solução desta eq. $\to$ além do nível do curso!

Solução chutada = admitida :

$$\boxed{\psi(x) = B e^{-Cx^2}} \qquad (41.31)$$

Substituindo em 41.30 temos que (41.31) é uma solução satisfatória da eq. de Sch. desde que:

$$\boxed{C = \frac{m\omega}{2\hbar}} \quad e \quad \boxed{E = \frac{1}{2}\hbar\omega}$$

"Acontece" que a solução que admitimos corresponde ao estado fundamental do sistema. Este ponto tem a energia + baixa $\frac{\hbar\omega}{2}$ que é a energia de ponto zero do sistema.

Assim, a função de onda deste estado, subst. $C$ é:

$$\boxed{\psi = B\, e^{-(m\omega/2\hbar)x^2}} \qquad 41.32$$

está é apenas 1 solução, a dos estados excitados são + complicados e também tem a forma exponencial vezes polinômio em $x$

Os níveis de energia do 1 OHS são quantizados como esperávamos e a energia do estado que tem nº quântico $n$ é dada por:

$$\boxed{E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega} \quad n = 0, 1, 2 \ldots \qquad (41.33)$$

Note que $\boxed{\Delta E = \hbar\omega}$ (41.34) → justifica a hipótese de Planck!

→ fig. 41.20 ; fig (41.21) → p/ $n \to \infty$ recupera clássico)

$$\psi(x) = B e^{-Cx^2}$$

$$\frac{d\psi}{dx} = -2CxBe^{-Cx^2}$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -2CB\left[e^{-Cx^2} + x\left(-2Cx\,e^{-Cx^2}\right)\right]$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -2CBe^{-Cx^2} + 4C^2Bx^2e^{-Cx^2}$$

eq. Sch:

$$-2C\cancel{B}\cancel{e^{-Cx^2}} + 4C^2\cancel{B}x^2\cancel{e^{-Cx^2}} = -\left[\frac{2mE}{\hbar^2} - \left(\frac{m\omega}{\hbar}\right)^2 x^2\right]\cancel{B}\cancel{e^{-Cx^2}}$$

$$\boxed{-2C + 4C^2x^2 = -\frac{2mE}{\hbar^2} + \left(\frac{m\omega}{\hbar}\right)^2 x^2}$$

igualando pot. de x:

$x^0$: a) $2C = \frac{2mE}{\hbar^2} \Rightarrow \boxed{E = \frac{C\hbar^2}{m}}$ $\Rightarrow E = \frac{m\omega}{2\hbar}\cdot\frac{\hbar^2}{m} = \frac{\hbar\omega}{2}$

$x^2$: b) $4C^2 = \left(\frac{m\omega}{\hbar}\right)^2 \Rightarrow 2C = \frac{m\omega}{\hbar} \Rightarrow \boxed{C = \frac{m\omega}{2\hbar}}$