Física IV - 4323204

Escola Politécnica - 2017

P1 – 31 de agosto de 2017

◇ **Esta avaliação tem 100 minutos de duração.**

◇ **Tempo mínimo de permanência na sala de prova: 50 minutos.**

◇ É proibido o uso de calculadoras.

◇ Não serão respondidas perguntas nos últimos 20 minutos da prova.

◇ Explicite legivelmente os passos matemáticos relevantes que conduzem à resposta final.

◇ Destaque a resposta final dos itens de cada questão colocando-a dentro de um retângulo.

Questão 1

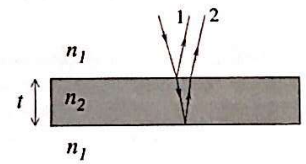
(I) (1,0 ponto) Numa experiência de Young, duas fendas separadas por uma distância de $d = 1,5$ mm são iluminadas com luz monocromática de comprimento de onda $\lambda = 6 \times 10^{-7}$ m. Observam-se franjas de interferência num anteparo distante de $L = 3$ m do plano das fendas. Determine, em metros, o espaçamento entre estas franjas. Despreze efeitos de difração e lembre que para ângulos pequenos, $\operatorname{sen}\theta \approx \tan\theta$.

(II) (1,5 ponto) Em um outro experimento, as duas fendas do item (a) são substituídas por uma única fenda de largura $a = 2 \times 10^{-4}$ m. Determine, em metros, a largura do máximo central da figura de difração observada no anteparo.

Sugestão: substitua os valores numéricos apenas na resposta final.

Questão 2

(I) Um filme fino de espessura t variável e índice de refração n_2 é iluminado por luz monocromática de comprimento de onda que no vácuo é igual a λ_0. O filme encontra-se imerso em um meio cujo índice de refração $n_1 < n_2$. Observa-se a interferência dos raios 1 e 2 provenientes da reflexão da luz nas superfícies superior e inferior do filme, conforme a figura. Considere incidência normal.



(a) (1,0 ponto) Calcule o valor a mínimo da espessura do filme para que a intensidade da luz observada seja máxima.

(b) (0,5 ponto) Calcule o valor b mínimo da espessura do filme para que a intensidade da luz observada seja mínima.

(II) (1,0 ponto) Numa experiência de difração com um cristal foi utilizado um feixe de raios X com dois comprimentos de onda. Os menores ângulos para os quais se observaram máximos foram $\theta_1 = 0,014$, $\theta_2 = 0,021$, $\theta_3 = 0,028$ e $\theta_4 = 0,042$, todos eles medidos em radianos. Sabendo-se que a distância entre os planos de difração do cristal é 1 nm (10^{-9} m), determine os comprimentos de onda λ_1 e λ_2 dos raios X do feixe. Observação: para ângulos pequenos $\operatorname{sen}\theta \approx \theta$.

Questão 3

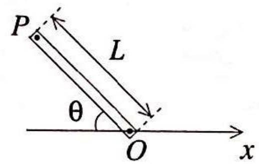
Uma espaçonave parte da Terra no instante $t = 0$ e mantém sua jornada em linha reta com velocidade escalar v em direção a uma estação espacial que se localiza a uma distância D da Terra segundo observadores na Terra. Considere v próxima à velocidade da luz e despreze efeitos de aceleração da espaçonave.

(a) (1,0 ponto) Calcule o tempo necessário para a espaçonave atingir a estação segundo seu comandante.

(b) (1,5 ponto) No instante em que atinge a estação, a espaçonave emite um sinal luminoso na direção da Terra e continua sua viagem em linha reta. Segundo o comandante, qual é o intervalo de tempo entre a emissão e a chegada deste sinal à Terra e quanto a espaçonave se afastou da estação espacial neste mesmo intervalo de tempo?

Questão 4

Uma barra de comprimento próprio L, orientada segundo um ângulo θ em relação ao eixo x está em repouso em um sistema inercial S, conforme a figura. Considere um sistema S' que se move com velocidade constante $\vec{v} = u\,\hat{\imath}$ em relação a S. Nos itens abaixo expresse suas respostas em termos de L, u, V, θ e da velocidade da luz c.



(a) (1,0 ponto) Qual é o comprimento L' da barra no sistema S'?

(b) (1,0 ponto) Qual é o ângulo de orientação θ' da barra no sistema S'?

(c) (0,5 ponto) Suponha agora que uma partícula relativística se move ao longo da barra com velocidade V, medida em S, no sentido de P para O. Quais são as componentes do vetor velocidade desta partícula para um observador em S'?

Formulário

$$\begin{cases} x' = \gamma\,(x - ut)\,, \\ y' = y, \\ z' = z, \\ t' = \gamma\left(t - \dfrac{ux}{c^2}\right), \end{cases} \qquad \begin{cases} v'_x = \dfrac{v_x - u}{1 - uv_x/c^2}, \\ v'_y = \dfrac{v_y\sqrt{1-u^2/c^2}}{1 - uv_x/c^2}, \\ v'_z = \dfrac{v_z\sqrt{1-u^2/c^2}}{1 - uv_x/c^2}. \end{cases}$$

O referencial S' coincide com S em $t = t' = 0$ e se move em relação a S com velocidade $\vec{u} = u\hat{\imath}$.

$$\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}, \quad \ell = \ell_0\sqrt{1-u^2/c^2}, \quad T = \frac{T_0}{\sqrt{1-u^2/c^2}}.$$

$$I = I_0\cos^2(\phi/2), \quad I = I_0\left[\frac{\operatorname{sen}(\beta/2)}{\beta/2}\right]^2, \quad I = I_0\cos^2(\phi/2)\left[\frac{\operatorname{sen}(\beta/2)}{\beta/2}\right]^2,$$

$$\phi = 2\pi d \operatorname{sen}\theta/\lambda, \quad \beta = 2\pi a \operatorname{sen}\theta/\lambda, \quad \lambda = \lambda_0/n, \quad 2d\operatorname{sen}\theta = m\lambda.$$

INSTITUTO DE FÍSICA – USP

NOTA

NOME: GABARITO – P1 - Fis IV - 2017

PROFESSOR: Helena

DATA:

Q1

Q2

Q3

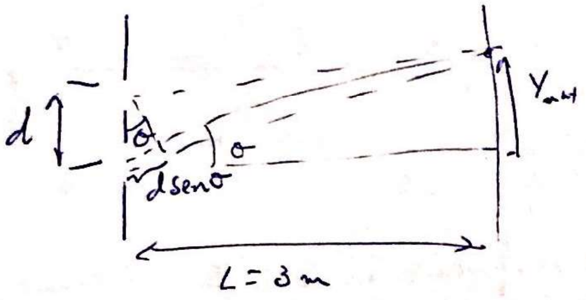
Q4

TOTAL

1

1)

I) 1.0



$d = 1{,}5mm = 1{,}5 \times 10^{-3}m = \frac{3}{2} \times 10^{-3}m$

$\lambda = 6 \times 10^{-7}m$

máximos: $\boxed{d\,sen\theta = m\lambda}$, $m = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots$

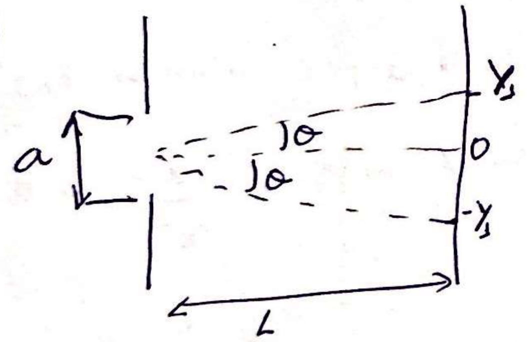
θ pequeno: $sen\theta \simeq tg\theta = \frac{y}{L}$

$Y_{máx} \simeq \frac{m\lambda L}{d}$

espaçamento entre as franjas:

$\Delta Y_{máx} = \frac{\lambda L}{d} = \frac{6 \times 10^{-7} \times \cancel{3}}{\frac{\cancel{3}}{2} \times 10^{-3}} = 12 \times 10^{-4} = \boxed{1{,}2 \times 10^{-3}m}$

II) 1,5



$a = 2 \times 10^{-4}m$

mínimos na figura de difração:

$a\,sen\theta = m\lambda$, $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \ldots$

$sen\theta = \frac{m\lambda}{a} \simeq \frac{Y_{min}}{L}$

$Y_{min} = \frac{m\lambda L}{a}$ ⇒ largura do máximo central $= \Delta Y_{1min} = 2Y_{1min} =$

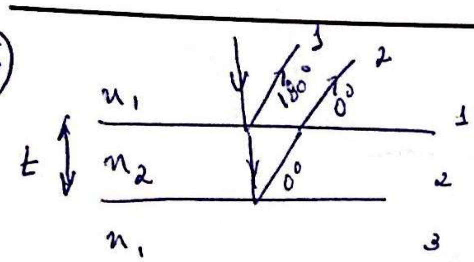
$= \frac{2\lambda L}{a} = \frac{\cancel{2} \times 6 \times 10^{-7} \times 3}{\cancel{2} \times 10^{-4}} = 18 \times 10^{-3} = \boxed{1{,}8 \times 10^{-2}m = \Delta Y_{1min}}$

INSTITUTO DE FÍSICA – USP

NOME: ___
PROFESSOR: ___
DATA: ___

NOTA 2

I)



$n_1 < n_2$

a) mudança de 180° na interface 1/2 ⇒ 1 enerç c/ 180° diferença de 2

(1.0) int. máxima ⇒ int. construtiva : $2t = \left(m+\frac{1}{2}\right)\frac{\lambda_0}{n_2}$, $m = 0,1,2..$

$a = \left(m+\frac{1}{2}\right)\frac{\lambda_0 . 1}{n_2 . 2}$ p/ $m=0$ ⇒ $\boxed{a = \frac{\lambda_0}{4n_2}}$

b) int. mínima ⇒ int. destrutiva : $2t = m\frac{\lambda_0}{n_2}$, $m = 1,2,3\ldots$

(0,5) $b = \frac{m\lambda}{2n_2}$ → p/ $m=1$ ⇒ $\boxed{b = \frac{\lambda_0}{2n_2}}$

II) (1.0)

Lei de Bragg ⇒ max. difração : $\boxed{2d\,\text{sen}\theta = m\lambda}$

$d = 1\times10^{-9}\,m$

$\boxed{\text{sen}\theta \simeq \theta = \frac{m\lambda}{2d}}$ ⇒ $\lambda = \frac{2d\,\theta_m}{m}$

$\theta_1 = 0{,}014 = \frac{\lambda_1}{2d}$ ⇒ $\lambda_1 = 2d \times 0{,}014 = 2\times10^{-9}\times0{,}014 = \boxed{0{,}028\times10^{-9}}$
$m=1$

$\theta_2 = 0{,}021 = \frac{\lambda_2}{2d}$ ⇒ $\lambda_2 = 2d\times0{,}021 = 2\times10^{-9}\times0{,}021 = \boxed{0{,}042\times10^{-9}}$
$m=1$

$\theta_3 = 0{,}028 = \frac{\lambda_3 . m}{2d}$ ⇒ $\lambda_3 = \frac{2d\times0{,}028}{m}$ ⇒ p/ $m=2$: $\boxed{\lambda_3 = \lambda_1}$

$\theta_4 = 0{,}042 = \frac{\lambda_4\, m}{2d}$ ⇒ $\lambda_4 = \frac{2d\times0{,}042}{m}$ ⇒ p/ $m=2$ ⇒ $\boxed{\lambda_4 = \lambda_2}$

∴ $\boxed{\lambda_1 \text{ e } \lambda_2}$ são os comp.

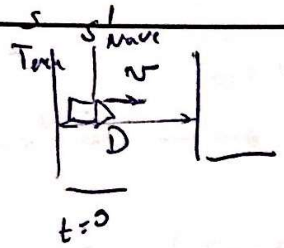
INSTITUTO DE FÍSICA – USP

NOTA 3

NOME:

PROFESSOR:

DATA:



a) P/ Nave partida e chegada ocorrem no mesmo ponto $\Rightarrow \Delta T_0$ na nave = tempo próprio

(1.0)

P/ $\underline{S}$ = Terra $\Rightarrow \Delta T_{terra} = \dfrac{D}{v} = \gamma \Delta T_0$

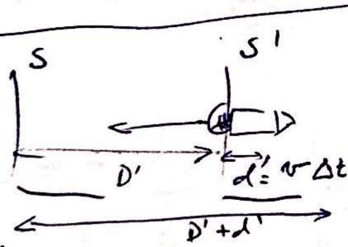
$$\Delta T_0 = \frac{\Delta T_{terra}}{\gamma} = \frac{D}{\gamma v} = \frac{D}{v \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}} = \boxed{\frac{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} \cdot D}{v}}$$

quem fez p/ transf.

$$t' = \gamma\left[t - \frac{vx}{c^2}\right] = \gamma\left(\frac{D}{v} - \frac{vD}{c^2}\right) = \frac{D\left[1-\frac{v^2}{c^2}\right]}{v\left[1-\left(\frac{v}{c}\right)^2\right]^{1/2}}$$

b)

(1,5)



P/ comandante, luz vai percorrer distância contraída $\boxed{D' = \dfrac{D}{\gamma} = D\sqrt{1-(v/c)^2}}$

$\Rightarrow c$

mais o quanto a terra se afastou até o sinal chegar a ela: $\boxed{d' = v\Delta t'}$

$$\Delta t' = \frac{D'+d'}{c} = \frac{D\sqrt{1-(v/c)^2} + \cancel{d'}\, v\Delta t'}{c} \Rightarrow c\Delta t' - v\Delta t' = D\sqrt{1-(v/c)^2}$$

veloc. do sinal $\rightarrow$ c

$$\Delta t'(c-v) = D\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} \Rightarrow \boxed{\Delta t' = \frac{D}{c-v}\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{D}{c(c-v)}\sqrt{c^2-v^2} =$$

$$\Delta t' = \frac{D}{c}\sqrt{\frac{c^2-v^2}{(c-v)^2}} = \frac{D}{c}\sqrt{\frac{(c+v)(\cancel{c-v})}{(c-v)^{\cancel{2}}}} = \frac{D}{c}\sqrt{\frac{c+v}{c-v}} = \boxed{\frac{D}{c}\sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}}}$$

$$\boxed{d' = v\Delta t' = \frac{Dv}{c}\sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}}}$$

a) por Lorentz: $t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right) = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\left(\frac{D}{v} - \frac{vD}{c^2}\right) =$

$$= \frac{\frac{D}{v}\left[1 - \frac{v^2}{c^2}\right]}{\left[1 - \frac{v^2}{c^2}\right]^{1/2}} = \frac{D}{v}\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}$$

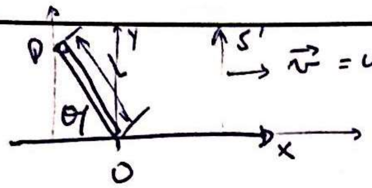
INSTITUTO DE FÍSICA – USP

NOTA 4

NOME: ______

PROFESSOR: ______

DATA: ______



a) (1.0)

$$\boxed{\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}}}$$

$$L'_y = L_y = L\,\text{sen}\,\theta$$

$$L'_x = \frac{L_x}{\gamma} = \frac{L\cos\theta}{\gamma} = \sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}\,L\cos\theta$$

$$L' = \sqrt{L_x'^2 + L_y'^2} = \sqrt{(L\,\text{sen}\theta)^2 + (L\cos\theta)^2\left[1-\left(\frac{u}{c}\right)^2\right]} = \left[L^2\underbrace{(\text{sen}^2\theta+\cos^2\theta)}_{1} + - L^2\cos^2\theta\left(\frac{u^2}{c^2}\right)\right]^{1/2} =$$

$$L' = \sqrt{L^2 - L^2\cos^2\theta\left(\frac{u^2}{c^2}\right)} = \boxed{L\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}\cos^2\theta}}$$

b) (1.0)

$$\text{tg}\,\theta' = \frac{L_y'}{L_x'} = \frac{\cancel{L}\,\text{sen}\theta}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}\,\cancel{L}\cos\theta} = \boxed{\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\,\text{tg}\,\theta} = \gamma\,\text{tg}\,\theta$$

$$\boxed{\theta' = \text{arc tg}\left[\frac{\text{tg}\,\theta}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\right]} = \text{arctg}\left[\gamma\,\text{tg}\,\theta\right)$$

c) (0,5)

$$\vec V = V\cos\theta\,\hat i - V\,\text{sen}\,\theta\,\hat j = V_x\hat i + V_y\hat j$$

Lorentz:

$$\boxed{V_x' = \frac{V_x - u}{1-\frac{u V_x}{c^2}} = \frac{V\cos\theta - u}{1-\frac{u V\cos\theta}{c^2}}}$$

$$\boxed{V_y' = \frac{V_y\sqrt{1-u^2/c^2}}{1-\frac{u V_x}{c^2}} = \frac{-V\,\text{sen}\,\theta\,\sqrt{1-u^2/c^2}}{1-\frac{u}{c^2}V\cos\theta}}$$