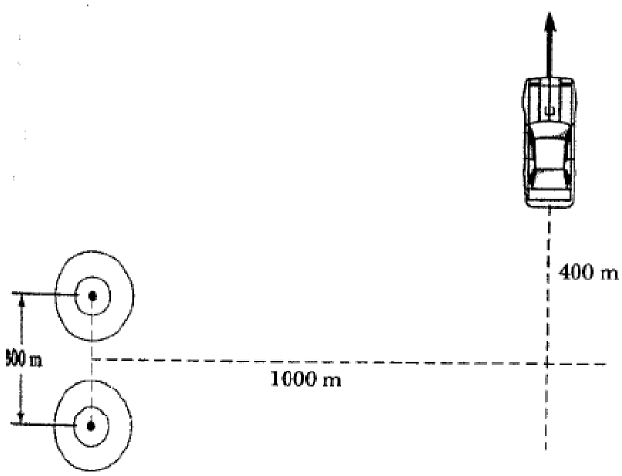
35.44

3. Duas antenas de rádio separadas por 300 m, como na Figura abaixo, transmitem simultaneamente sinais idênticos de mesmo comprimento de onda. Um rádio em um carro viajando rumo norte recebe os sinais. (a) Se o carro está na posição do segundo máximo, qual é o comprimento de onda dos sinais? (b) Qual distância adicional o carro deve percorrer para encontrar o próximo mínimo na recepção? (Nota: não use a aproximação de ângulo pequeno neste problema.)

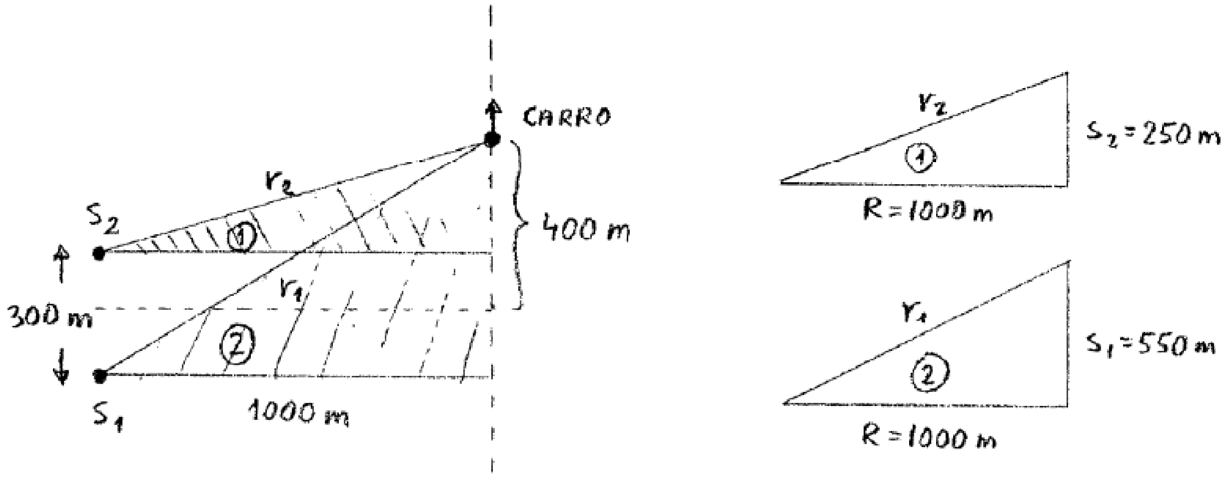


(a) Precisamos achar as distâncias entre o carro e as fontes, e calcular diferença de percursos de ondas sonoras até o carro. Com ajuda da geometria ilustrada na figura abaixo, seque:

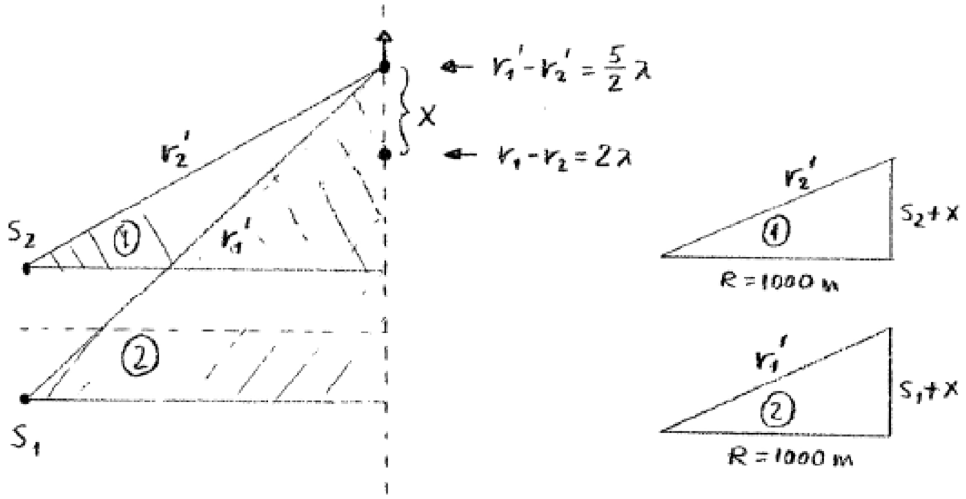
$$r_2^2 = R^2 + s_2^2 = (1000\,m)^2 + (250\,m)^2 \quad \Rightarrow \quad r_2 = 1030,78\,m$$
$$r_1^2 = R^2 + s_1^2 = (1000\,m)^2 + (550\,m)^2 \quad \Rightarrow \quad r_1 = 1141,27\,m$$

Como o carro se encontra no segundo máximo: $r_1 - r_2 = 2 \cdot \lambda$.

$$\Rightarrow \quad \lambda = \frac{r_1 - r_2}{2} = 55,25\,m\,.$$



(b) Agora, o carro se deslocou para o norte percorrendo a distância x (veja figura abaixo), encontrando o próximo ponto do mínimo.



As condições para os mínimos são: $r_1 - r_2 = (m + 1/2)\lambda$ e, concluímos que o carro atingiu o mínimo $m = 2$. Portanto, $r_1' - r_2' = 5/2 \cdot \lambda = 138,1\,m$. Com ajuda da geometria ilustrada na figura acima, podemos achar o valor de x:

$$r_1' = \sqrt{R^2 + (s_1 + x)^2}$$
$$r_2' = \sqrt{R^2 + (s_2 + x)^2}$$

$$\Rightarrow \quad r_1' - r_2' = 138,1\,m = \sqrt{R^2 + (s_1 + x)^2} - \sqrt{R^2 + (s_2 + x)^2}$$

Resolvendo esta equação para x, chega-se à resposta.

35.23 Duas fendas distantes 0,260 mm uma da outra, colocadas a ~~uma~~ distância de 0,700 m de uma tela são iluminadas por uma luz coerente de comprimento de onda igual a 660 nm. A intensidade no centro do máximo central ($\theta = 0°$) é igual a I_0. a) Qual é a distância sobre a tela entre o centro do máximo central e o primeiro mínimo? b) Qual é a distância sobre a tela entre o centro do máximo central e o ponto no qual a intensidade se reduz para $I_0/2$?

(a) Identify and Set Up: The minima are located at angles θ given by $d\sin\theta = \left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$. The first minimum corresponds to $m=0$. Solve for θ. Then the distance on the screen is $y = R\tan\theta$.

Execute: $\sin\theta = \dfrac{\lambda}{2d} = \dfrac{660\times10^{-9}\text{ m}}{2(0.260\times10^{-3}\text{ m})} = 1.27\times10^{-3}$ and $\theta = 1.27\times10^{-3}$ rad

$y = (0.700\text{ m})\tan(1.27\times10^{-3}\text{ rad}) = 0.889\text{ mm}.$

(b) Identify and Set Up: Eq.(35.15) given the intensity I as a function of the position y on the screen: $I = I_0\cos^2\left(\dfrac{\pi dy}{\lambda R}\right)$. Set $I = I_0/2$ and solve for y.

Execute: $I = \dfrac{1}{2}I_0$ says $\cos^2\left(\dfrac{\pi dy}{\lambda R}\right) = \dfrac{1}{2}$

$\cos\left(\dfrac{\pi dy}{\lambda R}\right) = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ so $\dfrac{\pi dy}{\lambda R} = \dfrac{\pi}{4}$ rad

$$y = \frac{\lambda R}{4d} = \frac{(660\times10^{-9}\text{ m})(0.700\text{ m})}{4(0.260\times10^{-3}\text{ m})} = 0.444\text{ mm}$$

Evaluate: $I = I_0/2$ at a point on the screen midway between where $I = I_0$ and $I = 0$.

35.32 Uma película de plástico com índice de refração igual a 1,85 é colocada nos vidros das janelas de um carro para aumentar a refletividade e manter o interior do carro mais frio. O índice de refração do vidro da janela é 1,52. a) Qual é a espessura mínima da película necessária para que a luz de comprimento de onda de 550 nm, ao se refletir em ambas as superfícies da película, produza interferência construtiva? b) Verifica-se que é difícil fabricar e instalar uma película com a espessura calculada no item (a). Qual deve ser a espessura mais grossa seguinte para que se produza uma nova interferência construtiva?

IDENTIFY: Consider the phase difference produced by the path difference and by the reflections. For destructive interference the total phase difference is an integer number of half cycles.

SET UP: The reflection at the top surface of the film produces a half-cycle phase shift. There is no phase shift at the reflection at the bottom surface.

EXECUTE: **(a)** Since there is a half-cycle phase shift at just one of the interfaces, the minimum thickness for constructive interference is $t = \dfrac{\lambda}{4} = \dfrac{\lambda_0}{4n} = \dfrac{550\text{ nm}}{4(1.85)} = 74.3\text{ nm}.$

(b) The next smallest thickness for constructive interference is with another half wavelength thickness added: $t = \dfrac{3\lambda}{4} = \dfrac{3\lambda_0}{4n} = \dfrac{3(550\text{ nm})}{4(1.85)} = 223\text{ nm}.$

EVALUATE: Note that we must compare the path difference to the wavelength in the film.

35.58 Um navio petroleiro derrama uma grande quantidade de petróleo (n = 1,45) no oceano (n = 1,33). a) Observando-se a mancha de petróleo verticalmente de cima para baixo, qual é o comprimento de onda da luz que se vê predominantemente em um local onde a espessura do petróleo é igual a 380 nm? A que cor corresponde esse comprimento de onda? (*Sugestão*: veja a Tabela 32.1). b) Na água embaixo da mancha de petróleo, qual seria o comprimento de onda predominante (medido em relação ao ar) da luz transmitida no mesmo local do item (a)?

IDENTIFY: Consider light reflected at the top and bottom surfaces of the film. Wavelengths that are predominant in the transmitted light are those for which there is destructive interference in the reflected light.

SET UP: For the waves reflected at the top surface of the oil film there is a half-cycle reflection phase shift. For the waves reflected at the bottom surface of the oil film there is no reflection phase shift. The condition for constructive interference is $2t = (m+\frac{1}{2})\lambda$. The condition for destructive interference is $2t = m\lambda$. The range of visible wavelengths is approximately 400 nm to 700 nm. In the oil film, $\lambda = \dfrac{\lambda_0}{n}$.

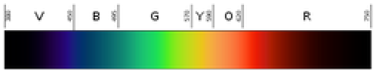
EXECUTE: **(a)** $2t = (m+\frac{1}{2})\lambda = (m+\frac{1}{2})\dfrac{\lambda_0}{n}$. $\lambda_0 = \dfrac{2tn}{m+\frac{1}{2}} = \dfrac{2(380\text{ nm})(1.45)}{m+\frac{1}{2}} = \dfrac{1102\text{ nm}}{m+\frac{1}{2}}$.

$m=0$: $\lambda_0 = 2200$ nm. $m=1$: $\lambda_0 = 735$ nm. $m=2$: $\lambda_0 = 441$ nm. $m=3$: $\lambda_0 = 315$ nm. The visible wavelength for which there is constructive interference in the reflected light is 441 nm.

(b) $2t = m\lambda = m\dfrac{\lambda_0}{n}$. $\lambda_0 = \dfrac{2tn}{m} = \dfrac{1102\text{ nm}}{m}$. $m=1$: $\lambda_0 = 1102$ nm. $m=2$: $\lambda_0 = 551$ nm. $m=3$: $\lambda_0 = 367$ nm.

The visible wavelength for which there is destructive interference in the reflected light is 551 nm. This is the visible wavelength predominant in the transmitted light.

EVALUATE: At a particular wavelength the sum of the intensities of the reflected and transmitted light equals the intensity of the incident light.



Cor	Frequência	Comprimento de onda
violeta	668–789 THz	380–450 nm
azul	606–668 THz	450–495 nm
verde	526–606 THz	495–570 nm
amarelo	508–526 THz	570–590 nm
Laranja	484–508 THz	590–620 nm
vermelho	400–484 THz	620–750 nm

36.21 Número de franjas no máximo de difração. Na Figura 36.12c o máximo central da difração contém exatamente sete franjas de interferência e nesse caso $d/a = 4$. a) Qual deve ser a razão d/a para que o máximo central da difração contenha exatamente cinco franjas? b) No caso considerado no item (a), quantas franjas há no primeiro máximo de difração existente de cada lado do máximo central?

36.21. (a) **IDENTIFY** and **SET UP:** The interference fringes (maxima) are located by $d\sin\theta = m\lambda$, with $m = 0,\ \pm 1,\ \pm 2,\ \ldots$. The intensity I in the diffraction pattern is given by $I = I_0\left(\dfrac{\sin\beta/2}{\beta/2}\right)^2$, with $\beta = \left(\dfrac{2\pi}{\lambda}\right)a\sin\theta$.

We want $m = \pm 3$ in the first equation to give θ that makes $I = 0$ in the second equation.

EXECUTE: $d\sin\theta = m\lambda$ gives $\beta = \left(\dfrac{2\pi}{\lambda}\right)a\left(\dfrac{3\lambda}{d}\right) = 2\pi(3a/d)$.

$I = 0$ says $\dfrac{\sin\beta/2}{\beta/2} = 0$ so $\beta = 2\pi$ and then $2\pi = 2\pi(3a/d)$ and $(d/a) = 3$.

(b) **IDENTIFY** and **SET UP:** Fringes $m = 0,\ \pm 1,\ \pm 2$ are within the central diffraction maximum and the $m = \pm 3$ fringes coincide with the first diffraction minimum. Find the value of m for the fringes that coincide with the second diffraction minimum.

EXECUTE: Second minimum implies $\beta = 4\pi$.

$$\beta = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)a\sin\theta = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)a\left(\frac{m\lambda}{d}\right) = 2\pi m(a/d) = 2\pi(m/3)$$

Then $\beta = 4\pi$ says $4\pi = 2\pi(m/3)$ and $m = 6$. Therefore the $m = \pm 4$ and $m = +5$ fringes are contained within the first diffraction maximum on one side of the central maximum; two fringes.

EVALUATE: The central maximum is twice as wide as the other maxima so it contains more fringes.

36.36 Identificação de isótopos por meio do espectro. Isótopos diferentes do mesmo elemento emitem luz com diferentes comprimentos de onda. Um comprimento de onda do espectro de emissão do átomo de hidrogênio é igual a 656,45 nm; para o deutério, o comprimento de onda correspondente é igual a 656,27 nm. a) Qual é o menor número de fendas necessário para separar esses dois comprimentos de onda na segunda ordem? b) Se a rede possui 500 fendas/mm, determine os ângulos e a separação desses dois comprimentos de onda na segunda ordem.

36.36. **IDENTIFY:** The resolution is described by $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nm$. Maxima are located by $d\sin\theta = m\lambda$.

SET UP: For 500 slits/mm, $d = (500\text{ slits/mm})^{-1} = (500{,}000\text{ slits/m})^{-1}$.

EXECUTE: **(a)** $N = \dfrac{\lambda}{m\Delta\lambda} = \dfrac{6.5645\times10^{-7}\text{ m}}{2(6.5645\times10^{-7}\text{ m} - 6.5627\times10^{-7}\text{ m})} = 1820\text{ slits.}$

(b) $\theta = \sin^{-1}\left(\dfrac{m\lambda}{d}\right) \Rightarrow \theta_1 = \sin^{-1}((2)(6.5645\times10^{-7}\text{ m})(500{,}000\text{ m}^{-1})) = 41.0297°$ and

$\theta_2 = \sin^{-1}((2)(6.5627\times10^{-7}\text{ m})(500{,}000\text{ m}^{-1})) = 41.0160°$. $\Delta\theta = 0.0137°$

EVALUATE: $d\cos\theta\, d\theta = \lambda/N$, so for 1820 slits the angular interval $\Delta\theta$ between each of these maxima and the first adjacent minimum is $\Delta\theta = \dfrac{\lambda}{Nd\cos\theta} = \dfrac{6.56\times10^{-7}\text{ m}}{(1820)(2.0\times10^{-6}\text{ m})\cos41°} = 0.0137°$. This is the same as the angular separation of the maxima for the two wavelengths and 1820 slits is just sufficient to resolve these two wavelengths in second order.