Física IV

2020

Professor: Valdir Guimarães

E-mail: valdir.guimaraes@usp.br

Exercícios aula 17-18-19-20

Questão 2

PARTE I

(1,0 ponto) Um átomo de hidrogênio sofre uma transição eletrônica do estado 2p para o estado 1s, emitindo um fóton. A transição transcorre num intervalo de tempo τ, denominado "tempo de vida" do estado 2p. Admitindo que a incerteza na posição do fóton seja igual ao comprimento do pulso de luz associado ao fóton emitido, estime a incerteza no momento linear do fóton.

PARTE II

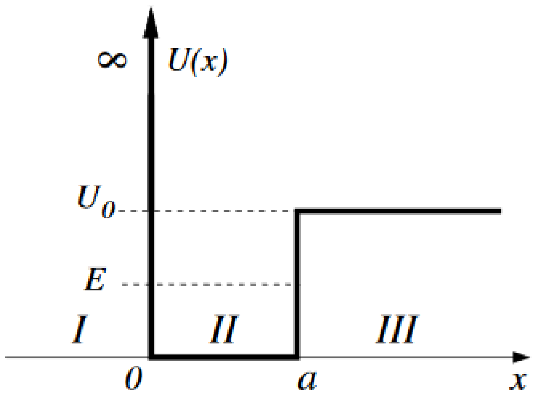
Um elétron encontra-se num poço de potencial unidimensional com barreiras infinitas, situado entre $0 < x < L$. No instante $t = 0$, a função de onda deste elétron é dada por $\Psi(x, t = 0) = iA(x - L/2)^3$, sendo A uma constante real.

(a) (1,0 ponto) Encontre a derivada $\frac{\partial \Psi(x,t)}{\partial t}$ na posição $x = L/4$ no instante $t = 0$. Expresse sua resposta em termos de A, L e das constantes universais.

(b) (1,0 ponto) Justifique se o estado acima é estacionário.

Questão 2

Uma partícula de massa m, confinada num poço de potencial como indicado na figura, tem energia total $E < U_0$.



$$U(x) = \begin{cases} \infty & \text{para} \quad x \leq 0 \quad (I) \\ 0 & \text{para} \quad 0 < x < a \quad (II) \\ U_0 & \text{para} \quad x \geq a \quad (III) \end{cases}$$

(a) (1,5 ponto) Escreva a solução geral da equação de Schrödinger independente do tempo em termos dos parâmetros do problema. Justificar as respostas através da análise da equação de Schrödinger. *Não é necessário encontrar o valor das constantes arbitrárias não nulas.*

(b) (1,0 ponto) Escreva as condições de contorno que a função de onda deve satisfazer (não é necessário resolvê-las).

(c) (1,0 ponto) Determine a probabilidade da partícula estar na região III ($x \geq a$), em termos das constantes obtidas no item (a).

Atomo de hidrogenio

Questão 3

A função de onda do elétron no átomo de hidrogênio, no estado $1s$, é dada por

$$\psi_{100}\left(r,\theta,\phi\right) = Ce^{-\frac{r}{a_0}},$$

onde a_0 é o raio de Bohr e C é uma constante real.

(a) (1,0 ponto) Determine a região do espaço em torno do próton onde a energia deste elétron, na descrição da mecânica quântica, é menor do que a energia potencial do elétron, na descrição da mecânica clássica. Apresente a resposta em termos do raio de Bohr a_0.

(b) (0,5 ponto) Use a condição de normalização para determinar o valor de C.

(c) (1,0 ponto) Para este estado, escreva a expressão da distribuição de probabilidade radial (densidade de probabilidade radial). Calcule o valor de r para o qual ela é máxima.

(d) (1,0 ponto) Calcule o valor numérico da probabilidade de encontrar o elétron a uma distância maior do que a_0. Utilize as estimativas para potências de e: $e = 2.7$, $e^2 = 7.4$, $e^3 = 20$, $e^4 = 55$.

Questão 3

Considere a seguinte função de onda do elétron no átomo de hidrogênio dada por

$$\psi(r,\theta,\phi) = Ce^{-r/a_0},$$

onde a_0 é o raio de Bohr e C é uma constante real.

(a) (1,0 ponto) Calcule a distância, medida a partir do centro do núcleo, onde a probabilidade radial de encontrar o elétron é máxima.

(b) (1,5 ponto) Calcule a constante C e valor médio de r neste estado.

(c) (0,5 ponto) Quais são os números quânticos associados ao estado do elétron correspondente à função de onda acima. Obtenha o módulo do momento angular orbital L.

Questão 3

A função de onda do elétron no átomo de hidrogênio no estado 1s é

$$\psi(r, \theta, \phi) = Ce^{-r/a_0},$$

onde a_0 é o raio de Bohr e C é uma constante real.

(a) (0,5 ponto) Para este estado, dê os possíveis valores dos números quânticos n, ℓ, m_ℓ e m_s do elétron e também o módulo do seu momento angular orbital.

(b) (0,5 ponto) Qual é energia necessária para levar este elétron para o estado 3p?

(c) (1,0 ponto) Use a condição de normalização para determinar o valor de C.

(d) (1,0 ponto) Calcule o valor médio de r no estado 1s.

Questão 4

As energias dos estados para um elétron que se move dentro de um poço de potencial infinito unidimensional, são dadas por

$$E_n = Dn^2 \qquad n = 1, 2, 3, ...,$$

sendo $D > 0$ uma constante. As suas respostas devem ser dadas em termos de D. Considere 7 elétrons supostos não interagentes entre si, todos eles dentro deste poço de potencial.

(a) (1,0 ponto) Calcule a energia do estado fundamental deste sistema, levando em conta o spin dos elétrons e o princípio de exclusão de Pauli. Represente a distribuição dos elétrons em um diagrama de energias.

(b) (1,0 ponto) Determine a energia necessária para elevar o sistema para o primeiro estado excitado. Sugestão: utilize o diagrama que você construiu no ítem (a) e teste as possibilidades.

(c) (0,5 ponto) No átomo de hidrogênio as linhas da série de Balmer são devidas aos fótons emitidos quando o elétron passa de um estado com $n \geq 3$ para o estado com $n = 2$. Encontre a expressão equivalente para o poço infinito deste problema com apenas um elétron, isto é escreva $1/\lambda$, onde λ é o comprimento de onda do fóton emitido pelo elétron na transição $n \to 2$, em função de n, D, h e c.