Física IV

2020

Professor: Valdir Guimarães

E-mail: valdir.guimaraes@usp.br

Exercícios aula 12, 13 e 14

Deseja-se escolher uma substância para a construção de uma célula fotoelerica operável com luz visível. Qual das substâncias abaixo seria a mais adequada (em parênteses temos a função trabalho da substância:

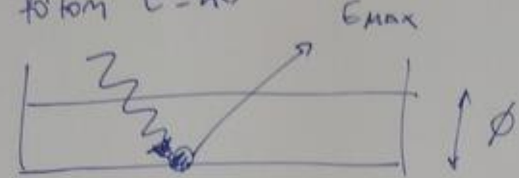
Tantalo (4,2 eV)

Tungstênio (4,5 eV)

Aluminio (4,2 eV)

Bário (2,5 eV).

fóton $E = h\nu$



Maxima energia do eletron

$$E_{MAX} = h\nu - e\phi$$

para que o eletron possa ser ejetado do metal a menor energia do fóton deve ser igual a função trabalho.

$$E_{MAX} > 0$$

$$h\nu - e\phi > 0 \Rightarrow h\nu > e\phi$$

$$e\phi < h\nu$$

$$e\phi < \frac{hc}{\lambda}$$

$$\boxed{h = 4,14\times10^{-15}\ eV.s}$$

$$\lambda = \frac{hc}{e\phi} = \frac{4.14\times10^{-15}\,(eV.s)\times 3\times10^{8}\,(m/s)}{e\phi\,(eV)}$$

tantalo $\Rightarrow \lambda = \frac{12400\times10^{-10}}{4,2} \Rightarrow \lambda = 2952$ Å

W $\Rightarrow \lambda = 2755,6$ Å

$\boxed{\text{Ba} \Rightarrow \lambda = 4.960\ \text{Å}}$

visivel 400 mm 700 mm

4.000 Å 7000 Å

38.4 Um laser usado para soldar retinas descoladas emite luz com comprimento de onda igual a 652 nm através de pulsos que duram 20,0 ms. A potencia média durante cada pulso é igual a 0,6W.

a) Qual a energia de cada pulso em joules? e em eletron-volts?

b) Qual é a energia de um fóton em joules? e em elétron-volts?

c) Quantos fótons são emitidos em cada pulso?

$h=6,63 \times 10^{-34}$ J.s.

1 eV = $1,602 \times 10^{-19}$ J

$\boxed{38.4}$

$h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J.s

②

$P = \dfrac{\text{energia}}{\Delta t}$

$1\,eV = 1{,}6 \times 10^{-19}$ J

a) E = potencia $\times \Delta t$ = $0{,}6\,W \times 20 \times 10^{-3}\,s$

Energia de cada pulso

$\boxed{E = 1{,}20 \times 10^{-2}\,J}$

$E = 1{,}20 \times 10^{-2}\,\cancel{J}\,\dfrac{1\,eV}{1{,}6 \times 10^{-19}\,\cancel{J}} \Rightarrow \boxed{E = 7{,}5 \times 10^{16}\,eV}$

b) $E = h\nu = \dfrac{hc}{\lambda} = \dfrac{(6{,}63 \times 10^{-34}) \times 3 \times 10^{8}\,m/s}{652 \times 10^{-9}\,m}$

Energia de um foton $\boxed{\begin{array}{l} E = 3{,}05 \times 10^{-19}\,J \\ E = 1{,}91\,eV \end{array}}$

c) quantos fóton por pulso

$\dfrac{1{,}2 \times 10^{-2}\,J}{3{,}05 \times 10^{-19}\,J/\text{foton}} = 3{,}93 \times 10^{16}$ fotons

numero muito grande.

Sabendo-se que uma lâmpada de 200 W emite luz com frequencia $5{,}00 \times 10^{14}$ Hz e que apenas 10% da potência é mesmo convertido em luz, quantos fótons ela emite por segundo?

A que distância da lâmpada teremos 10^{11} fótons/s por cm^2?

Energia de um foton $E = h\nu$

$$h = 6{,}63 \times 10^{-34}\ J.s$$

$$\text{Potencia} = \frac{E}{\Delta t} \Rightarrow \text{energia} = \text{Potencia} \times \Delta t$$

energia de n fótons $E = nh\nu$

$$0{,}1 \times \text{Potencia} = \frac{nh\nu}{\Delta t}$$

$$0{,}1 \times 200\ \frac{J}{s} = n\ \frac{6{,}63 \times 10^{-34}}{\Delta t}\ \cancel{J.s} \times 5{,}0 \times 10^{14}\ \frac{1}{\cancel{s}}$$

$$n = \frac{0{,}1 \times 200}{6{,}63 \times 10^{-34} \times 5{,}0 \times 10^{14}} \Rightarrow \boxed{\frac{n}{\Delta t} = 6{,}04 \times 10^{19}\ \frac{\text{fótons}}{s}}$$

Intensidade luminosa

$$I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{\frac{n}{\Delta t} E}{4\pi r^2}$$

$$\frac{P}{4\pi r^2} = \frac{n}{A\Delta t} E$$

$$\frac{200 \times 0{,}1}{4\pi r^2} = 10^{11} \cdot 6{,}63 \times 10^{-34} \times 5 \times 10^{14}$$

$$\boxed{r = 69\ m}$$

38.14) O momento linear de um fóton é $8{,}24 \times 10^{-28}$ Kg m/s.

a) Qual energia desse fóton em Joules e em elétron-volts ?

b) Qual o comprimento de onda associado a esse fóton?

c) Em que região do espectro eletromagnético ele está?

38.14

$$E = mc^2 = m_0 \gamma(v)\, c^2 = m_0 \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \cdot c^2$$

$$m = m_0 \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$m^2 = m_0^2 \frac{1}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)} \Rightarrow E^2 = E_0^2 + p^2c^2$$

onde $E_0 = m_0 c^2$

para fóton $m_0 = 0$

$$E = p \cdot c$$

$$E = 8{,}24 \times 10^{-28}\ kg \cdot \frac{m}{s} \cdot 3\times10^8\ m/s$$

$$\boxed{E = 2{,}47 \times 10^{-19}\ J}$$

$1eV = 1{,}602\times10^{-19}$ $\Rightarrow$ $\boxed{E = 1{,}54\ eV}$

$$p = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{p} = \frac{6{,}63\times10^{-34}\ J.s}{8{,}24\times10^{-28}\ kg\ m/s}$$

$$\boxed{\lambda = 804\ nm}$$

400 nm — 700 nm

ultra violeta | visível | infra vermelho

38.18) O diagrama de níveis de energia para um elemento hipotético “zemanskium” é indicado na figura abaixo. A energia potencial é igual a zero quando a distância entre o elétron e o núcleo é infinita.

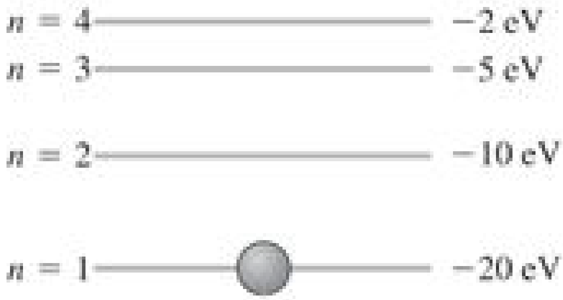
a) Qual é a energia necessária (em eV) para ionizar um elétron a partir do nível fundamental?

b) Um fóton de 18 eV é absorvido por um elétron do átomo de Zemanskium. Se esse elétron estava em seu nível fundamental, quais são as energias possíveis para os fótons emitidos?

c) O que aconteceria se um fóton de 8 eV colidisse com um elétron no nível fundamental de um átomo de zemanskium ?

d) Fotons emitidos pelo átomo de zemanskium a partir das transições de n=3 -> n=2

e n=3 -> n=1, podem produzir fotoelétrons quando incidem sobre um metal desconhecido, porem os fótons emitidos a partir das transições n=4 -> n=3 não produzem fotoelétrons. Qual o intervalo de valores possíveis para a função trabalho desse metal desconhecido?



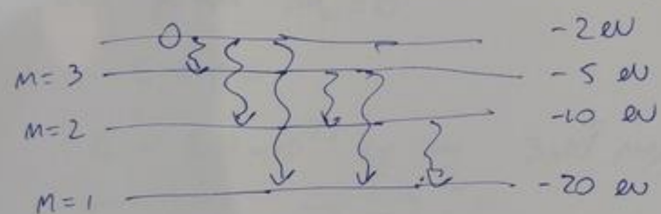
$\boxed{38.18}$

a) para ionizar o atomo arrancando o elétron do estado fundamental precisamos de

$$\Delta E = 0 - (-20) = 20 \text{ eV}$$

b) quando o atomo absorve um foton de 18 eV o eletron em $n=1$ é promovido para o orbital $n=4$.

O eletron então emite energia para voltar para o estado fundamental



3 eV 5 eV 8 eV 10 eV 15 eV e 18 eV

c) como o eletron esta em −20 eV e o próximo nível é −10 eV ao incidirmos um foton de 8 eV não é possível "excitar" o eletron.
(promover de nível)

d) $n=3 \rightarrow n=2$ foton de 5 eV

$n=3 \rightarrow n=1$ foton de 15 eV

$n=4 \rightarrow n=3$ foton de 2 eV

portanto a função trabalho deve ser entre

2 eV e 5 eV

38.25) Um íon de berílio triplamente ionizado, Be^{3+} (um átomo de berílio com três elétrons removidos), comporta-se de modo muito semelhante a um átomo de hidrogênio, exceto que a carga nuclear é quatro vezes maior.

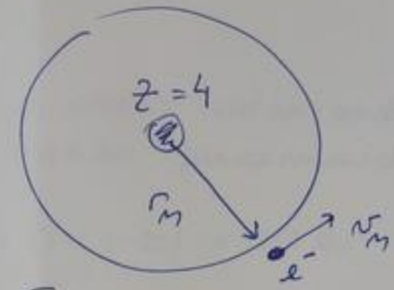
(a) Qual é a energia no nível fundamental do Be^{3+}? Qual é a relação entre ela e a energia do nível fundamental do átomo de hidrogênio?

(b) Qual é a energia de ionização do Be^{3+} ? Qual é a relação entre ela e a energia de ionização do átomo de hidrogênio?

(c) Para o átomo de hidrogênio, o comprimento de onda do fóton emitido na transição de n=2 para n=1 é de 122 nm (veja o Exemplo 39.6). Qual é o comprimento de onda do fóton emitido quando um íon Be3+ sofre essa transição?

(d) Para determinado valor de n, qual é a relação entre o raio de uma órbita no Be3+ e o raio no hidrogênio?

38.25 ⑥



Be^{+3}

$F_{eletrostática} = F_{centrípeta}$

$$\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r_n^2} = \frac{m v_n^2}{r_n} \Rightarrow v_n^2 = \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{m}\frac{1}{r_n} \qquad (I)$$

mas o momento angular é quantizado:

$$L = mvr = n\hbar \Rightarrow mvr = \frac{nh}{2\pi}$$

$$v_n = \frac{nh}{2\pi}\frac{1}{m}\frac{1}{r_n} \qquad (II)$$

com (I) e (II)

$$\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{m}\frac{1}{r_n} = \frac{n^2h^2}{4\pi^2}\frac{1}{m^2}\frac{1}{r_n^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r_n = \frac{n^2 h^2 \varepsilon_0}{Z\,\pi e^2 m} \Rightarrow r_n = \frac{n^2 a_0}{Z}$$

$$a_0 = \frac{h^2\varepsilon_0}{\pi m e^2}$$

Raio de Bohr

$a_0 = 0,53$ Å

$$\begin{cases} r_n = \dfrac{n^2h^2}{Z}\dfrac{\varepsilon_0}{\pi e^2 m} \\[2ex] v_n = \dfrac{1}{\varepsilon_0}\dfrac{e^2}{2nh} \end{cases}$$

$$E = K + U = \frac{1}{2} m v_n^2 - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r_n}$$ ⑦

$$\boxed{E_n = Z^2\left(-\frac{1}{\varepsilon_0^2}\frac{m e^4}{8 n^2 h^2}\right)}$$

para hidrogênio $E_n = -\frac{1}{\varepsilon_0^2}\frac{m e^4}{8 h^2}\frac{1}{n^2} = \frac{-13.60\ eV}{n^2}$

para Be^{+3} $E_n = Z^2\left(-\frac{13.60\ eV}{n^2}\right)$

$$E_n = 16 \times \left(-\frac{13,60\ eV}{n^2}\right)$$

$$E_n = -\frac{218\ eV}{n^2}$$

a)

$E_1 = -218\ eV$ para Be^{+3} e $-13,60$ para H

16 vezes maior

b) Energia de ionização $n=1 \rightarrow n=\infty$

$$\Delta = E_\infty - E_1 = -\frac{218}{\infty} - \left(-\frac{218}{1}\right) = 218\ eV$$

c) $\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$

$R = \frac{m e^4}{8\varepsilon_0 h^3 c} = 1.097 \times 10^7 \frac{1}{m}$

para hidrogênio

$n=2 \rightarrow n=1$

$\lambda = 7.60\ nm$

$R_{Be^{3+}} = \frac{Z^2 m e^4}{8\varepsilon_0 h^3 c} = 1.755 \times 10^8 \frac{1}{m}$

16 vezes menor que para o hidrogênio

8

d) $r_n = \varepsilon_0 \frac{n^2 h}{\pi m (Ze^2)}$ para Be^{+3}

para um dado n o valor do raio no Be^{+3} é 4 vezes menor que para o hidrogênio

39.13

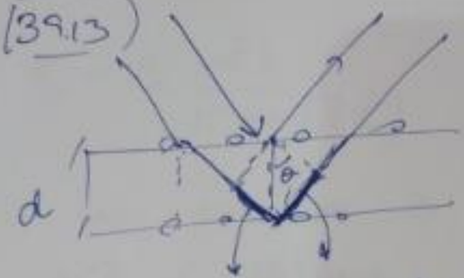
a) Com que velocidade aproximada um eletron deve se deslocar para ter um comprimento de onda que o torne útil para medir a distância entre átomos adjacentes em cristais comuns (certa de 0,1 nm)?

b) Qual é a energia cinética do eletron na parte a)?

c) Qual seria a energia de um fóton do mesmo comprimento de onda que o eletron da parte b)?

d) Quais partículas seriam sensores mais eficazes para estruturas de menor escala, elétrons ou fótons, porque?

39.13



Lei de Bragg

diferença de caminho

$$2d \operatorname{sen}\theta = m\lambda$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE}}$$

m = massa

a) $\lambda = 0{,}10\ nm \Rightarrow$

$$p = mv = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow v = \frac{h}{m\lambda} = \frac{6{,}63\times10^{-34}\ J.s}{9{,}11\times10^{-31}\ 0{,}1\times10^{-9}}$$

$$\boxed{v = 7{,}3\times10^{6}\ m/s}$$

$1\ eV = 1{,}6\times10^{-19}\ J$

b) $E = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow \boxed{E = 150\ eV}$

elétron

b) $E = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow \boxed{E = 150 \text{ eV}}$ elétron

c) $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,63 \times 10^{-34} \text{ J.s} \times 3 \times 10^{8} \text{ m/s}}{0,1 \times 10^{-9} \text{ m}}$

$E = 19,89 \times 10^{-16} \text{ J} \; \frac{1}{1,6 \times 10^{-19} \text{ J}} \text{ eV}$

fóton $\boxed{E = 12,4 \text{ keV}}$

d) elétron é maior precisa de menos energia.

Um fóton atinge um eletron frontalmente e recua diretamente para trás. Se o elétron se afasta com velocidade βc, mostrar que a relação entre a energia cinética final do eletron e a energia cinética inicial do fóton vale β. ($\beta \ll 1$)

Conservação de energia

$$E_i(\text{foton}) + E_0(\cancel{\text{eletron}}) = E_f(\text{foton}) + \cancel{E_0}(\text{eletron}) + K_{\text{eletron}}$$

$$E_i = E_f + K_{\text{eletron}}$$

$$E_i = E_f + \frac{m_0 (\beta c)^2}{2} \qquad (I)$$

Conservação do momento

$$p_i = -p_f + m\beta c \qquad \text{como} \quad p = \frac{E}{c}$$

$$p_i c = -p_f c + m\beta c^2$$

$$E_i = -E_f + m_0 \beta c^2 \qquad (II)$$

$$(I) + (II) =$$

$$2E_i = \frac{m_0 \beta^2 c^2}{2} + m_0 \beta c^2$$

$$2E_i = \underbrace{\frac{m_0 c^2 \beta^2}{2}}_{= K_{\text{eletron}}} \left(1 + \frac{2}{\beta}\right)$$

$$2E_i = K_{\text{eletron}} \left(1 + \frac{2}{\beta}\right)$$

$$\frac{K}{E_i} = \frac{2\beta}{\beta + 2} \qquad \text{p/ } \beta \ll 1 \qquad \boxed{\frac{K}{E_i} = \beta}$$