Física IV

2020

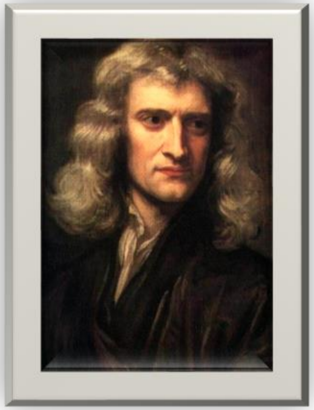
Professor: Valdir Guimarães

E-mail: valdir.guimaraes@usp.br

Aula-8: Dinâmica relativística

Leis de Newton na relatividade

Leis de Newton devem ser as mesmas em todos os referenciais inerciais



Isaac Newton
(1642 – 1727)

- **2ª Lei de Newton deve permanecer inalterada (invariante)**

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} \qquad \text{com} \qquad \vec{P} = m\vec{u}$$

- **3ª Lei de Newton (ação e reação)** Continua válida

- **No limite de baixas velocidades as expressões relativísticas devem se reduzir as equações e Newton conhecidas.**

- **Conservação de momento e energia** Devem continuar validas.

Pela segunda lei de Newton: $$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d\vec{P}'}{dt'}$$

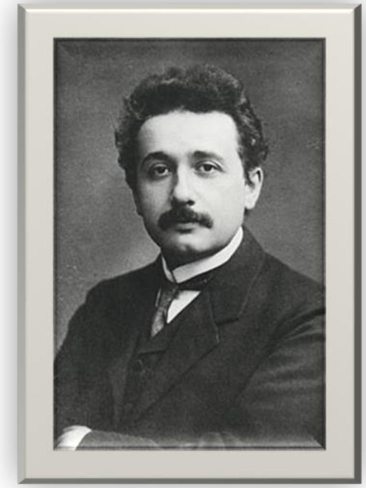
Para que a conservação do momento continue valida mesmo com as transformadas de Lorentz para posição e tempo Einstein reformulou a definição do momento.

Massa inercial na relatividade

Na verdade Einstein reformulou a ideia de massa inercial e a chamou de massa relativística

$$\vec{P} = m(u)\vec{u}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} > 1$$



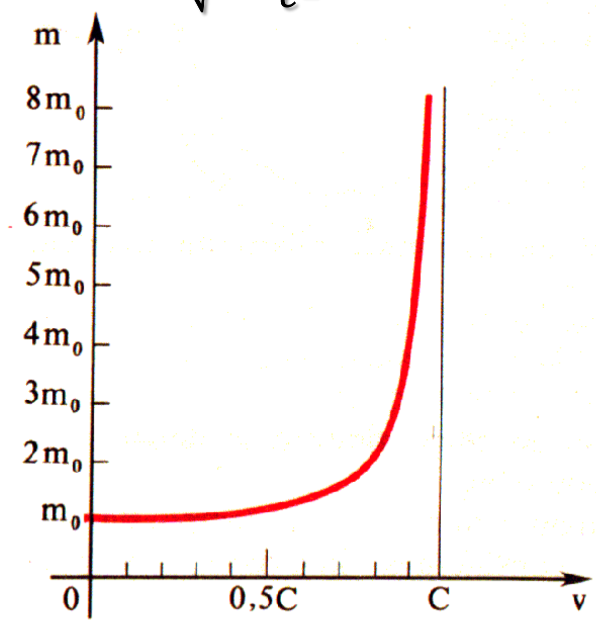
Albert Einstein
(1879 - 1955)

massa relativística

$$m(u) = m_0\gamma(u)$$

massa em repouso

massa em movimento



- Massa relativística aumenta com a velocidade.
- c é a velocidade limite
- Para velocidades massa muito grande $v \to c \Rightarrow m \to \infty$

Força na relatividade

Como o momento linear não é mais diretamente proporcional à velocidade, a taxa de variação do momento linear não é mais diretamente proporcional à aceleração.

Por causa disso, *uma força constante não produz uma aceleração constante*.

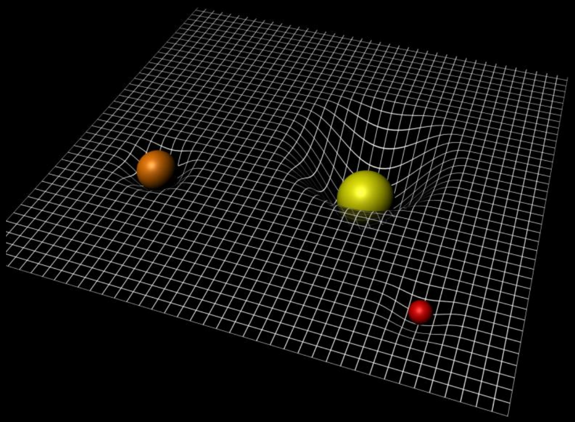
$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d}{dt}[m\,(u)\vec{u}] = \frac{d}{dt}[m_0\gamma(u)\vec{u}]$$

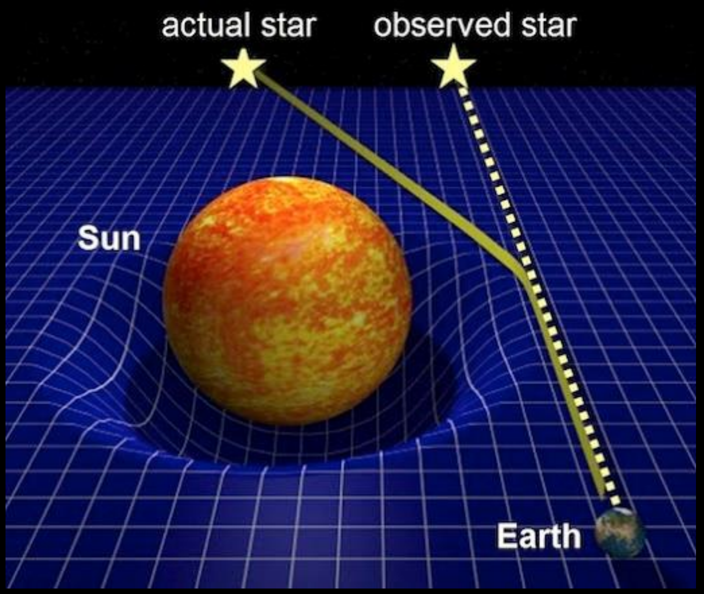
$$F = \frac{d}{dt}\left[m_0 \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} u\right] = m_0 \frac{1}{(1-\frac{u^2}{c^2})^{3/2}} a$$

$$\boldsymbol{a = (1 - \frac{u^2}{c^2})^{3/2} \frac{F}{m_0}}$$

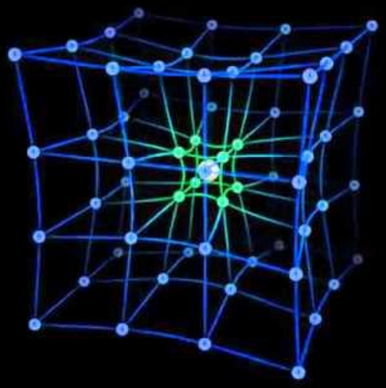
- Não importa a Força a aceleração vai a zero para $v \to c$
- Portanto nenhuma matéria (massa de repouso) pode atingir a velocidade da luz.
- Fótons não tem massa e portanto podem ter a velocidade da luz.
- Veja que a equação $\vec{F} = m\,(u)\vec{a}$ não é válida.

De acordo com a relatividade geral a massa deforma o espaço-tempo

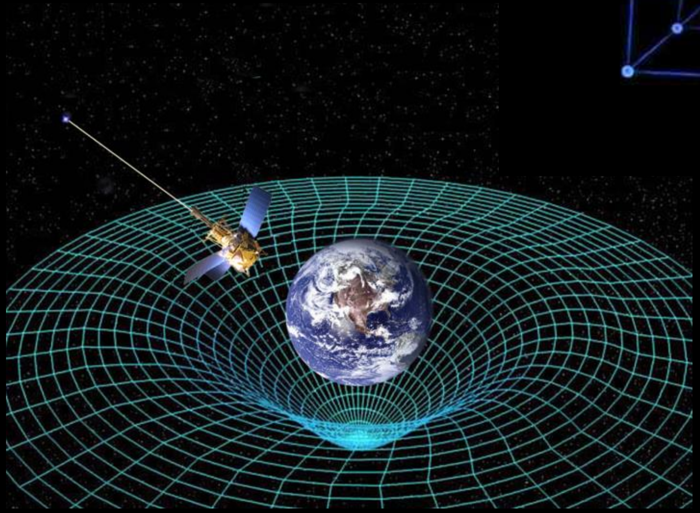


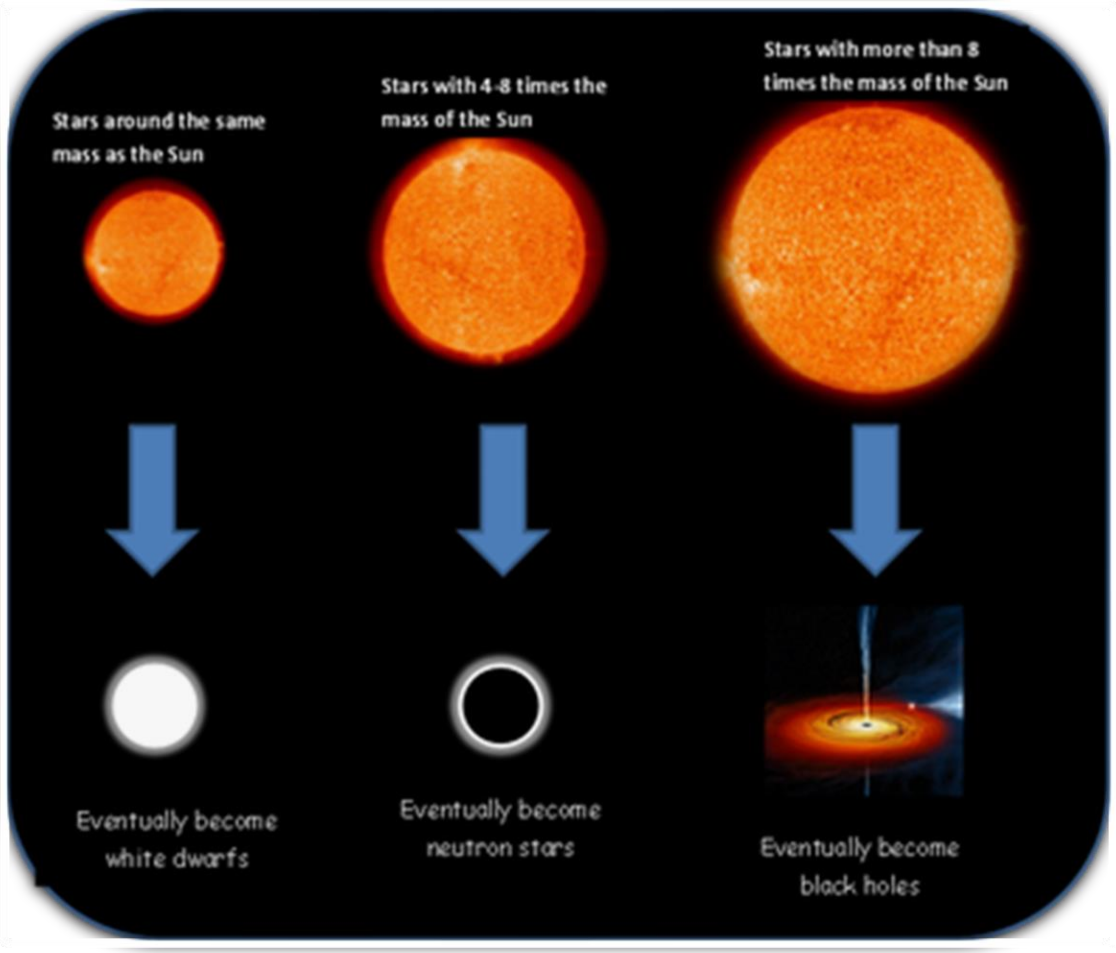


Em 3D



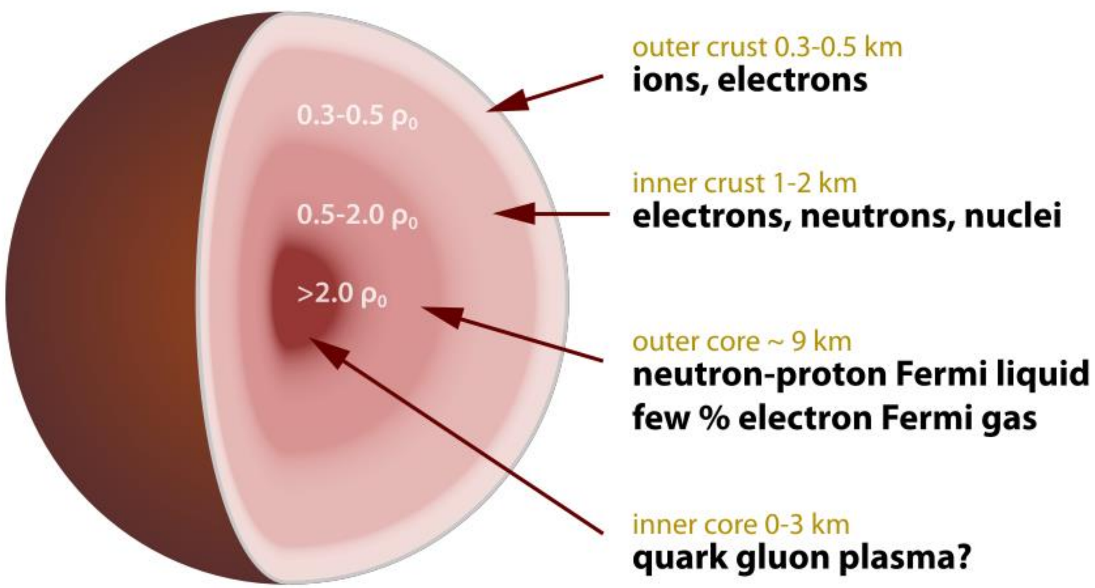
Buraco negro




Stars around the same mass as the Sun
Stars with 4-8 times the mass of the Sun
Stars with more than 8 times the mass of the Sun
Eventually become white dwarfs
Eventually become neutron stars
Eventually become black holes

Estrela de neutrons

- Massa de uma estrela de nêutrons M= 2.2 a 2.9 massa solar.   Raio=10 Km
- As propriedade de matéria em estrelas de neutrons ainda não são bem entendidas.
- No interior temos nêutrons e estado superfluído e prótons num estado supercondutor.
- A crosta interna: núcleos pesados, nêutrons livres e elétrons relativíticos e degenerados.
- Na crosta externa: núcleos pesados e elétrons.



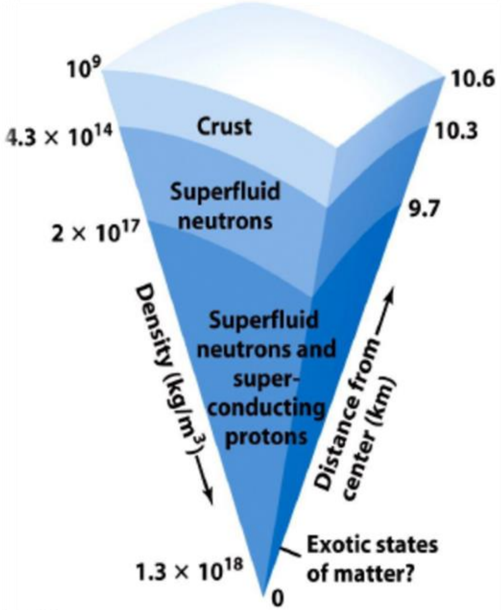


Figure 21-9
Universe, Eighth Edition

❑ kilonovas

- ❑ Kilonova é o evento que se origina da colisão de duas estrelas de neutrons.
- ❑ Essa colisão produz short Gamma-Ray Burst (GRB): emissão explosiva de ondas de raios gama que dura milisegundos a algumas horas.
- ❑ Depois emissão de raio-X, ultravioleta, optico, infravermelho, radio

Ilustração mostra duas estrelas de nêutrons colidindo (Foto: NSF/LIGO/Sonoma State University/A. Simonnet)

EGO - Virgo

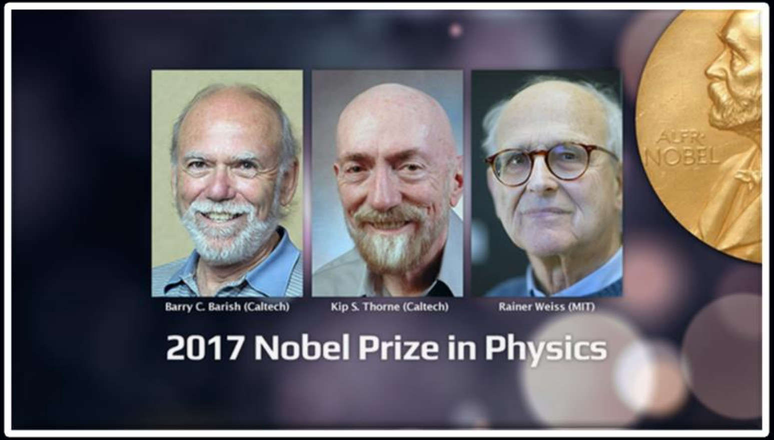
LIGO

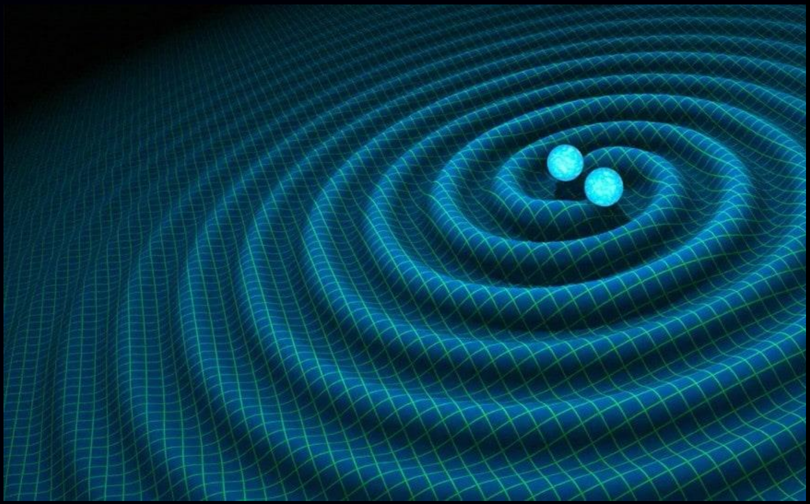
GW170817

FIRST COSMIC EVENT OBSERVED IN GRAVITATIONAL WAVES AND LIGHT

- VIRGO: detecção direta de ondas gravitacionais em Pisa na Italia.
- O LIGO (Laser Inferferometer Gravitational –Wave) localizado em duas cidades dos Estados Unidos.
- Essas ondas gravitacionais seriam perturbações do espaço-tempo viajando com a velocidade da luz – subprodutos da teoria da gravidade geral de Einstein.
- Ondas gravitacionais só poderiam ser geradas por eventos gigantescos, tais como colisões de estrelas de neutrons ou colisões de buracos negros

A detecção das ondas gravitacionais deram ao cientistas: Weiss, Barish e Thorne





- LIGO e VIRGO foram responsáveis pela primeira detecção de ondas gravitacionais geradas pela colisão de duas estrelas de neutrons.
- É o maior evento astronomico dos últimos tempos.
- A dificuldade era localizar onde o evento dessa dimensão ocorreria no espaço através da detecção de ondas gravitacionais.
- Uma vez determinado a posição vários telescópios foram direcionados e detecção simultanea de Ondas eletromagnética (raio-X, raio-Gamma, infravermelho, optico) foi possivel.
- Kilonova, mais bem medida até agora, gerando uma quantidade enorme de dados.

Revista Pesquisa FAPESP no. 261
https://www.facebook.com/PesquisaFapesp/

https://www.youtube.com/watch?v=e7LcmWiclOs
https://www.youtube.com/watch?v=e_uIOKfv710

Trabalho e energia na relatividade

Conservação de energia deve se manter. Trabalho realizado sobre uma partícula deve ser igual a variação da energia cinética

$$dK = \vec{F} d\vec{s} \qquad \text{com} \qquad \vec{u} = \frac{d\vec{s}}{dt} \quad \text{e} \quad d\vec{s} = \vec{u}dt$$

$$\begin{cases} m(u) = m_0\gamma(u) \\ \vec{F} = \dfrac{d\vec{P}}{dt} \end{cases}$$

$$dK = \frac{d\vec{P}}{dt}\vec{u}dt = \frac{d}{dt}[m\,(u)\vec{u}]\ \vec{u}dt = \frac{d}{dt}[m_0\gamma(u)\vec{u}]\ \vec{u}dt$$

$$\frac{dK}{dt} = \frac{d}{dt}[m_0\gamma(u)u\,]u$$

$$\frac{dK}{dt} = u\frac{d}{dt}\left[m_0\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}u\right] = m_0 u\frac{d}{dt}\left[\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}u\right]$$

$$\frac{dK}{dt} = m_0 u\left[\frac{1}{(1-\frac{u^2}{c^2})^{1/2}}\frac{du}{dt} + \frac{u(-\frac{1}{2})}{(1-\frac{u^2}{c^2})^{3/2}}\frac{(-2u)}{c^2}\frac{du}{dt}\right]$$

Trabalho e energia na relatividade

$$\frac{dK}{dt} = m_0 u \left[\frac{1}{(1-\frac{u^2}{c^2})^{1/2}} + \frac{u(-\frac{1}{2})}{(1-\frac{u^2}{c^2})^{3/2}} \frac{(-2u)}{c^2} \right] \frac{du}{dt} = m_0 u \left[\frac{\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right) + \frac{u^2}{c^2}}{(1-\frac{u^2}{c^2})^{3/2}} \right] \frac{du}{dt}$$

$$dK = m_0 u \left[\frac{\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right) + \frac{u^2}{c^2}}{(1-\frac{u^2}{c^2})^{3/2}} \right] du$$

$$\int dK = m_0 u \int_0^u \left[\frac{1}{(1-\frac{u^2}{c^2})^{3/2}} \right] du = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \Big]_0^u$$

$$K(u) - \cancel{K(0)} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} - m_0 c^2 = m_0 \gamma(u) c^2 - m_0 c^2$$

Trabalho e energia na relatividade

$$K(u) = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - m_0 c^2 = m_0 \gamma(u) c^2 - m_0 c^2$$

$$K(u) = m(u)c^2 - m_0 c^2$$

Energia Cinética

Energia Relativística

Energia de repouso

$$m(u)c^2 = K(u) + m_0 c^2$$

$$\boxed{\boldsymbol{E = mc^2}}$$

Energia Relativística

Relação de Einstein para energia implica na equivalência entre massa e energia

Partícula em repouso $\quad massa = m_0 \qquad energia = m_0\, c^2$

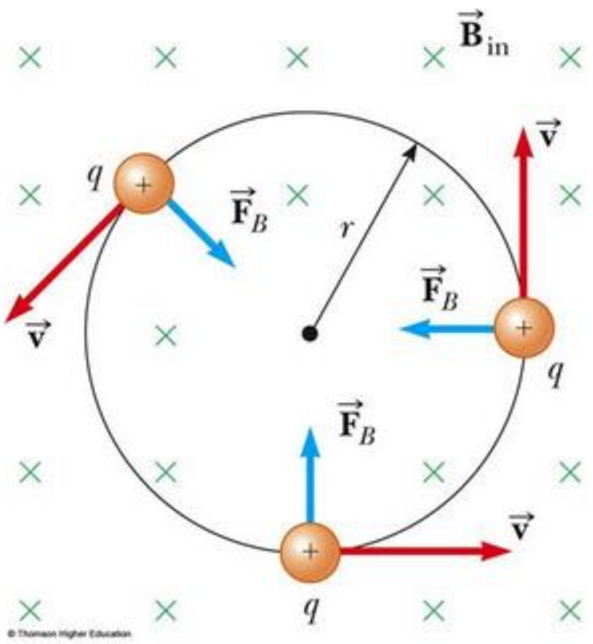
Partícula em movimento $\quad massa = m \qquad energia = mc^2$

Medida da massa relativística

Partícula em repouso $\text{massa} = m_0$

Partícula em movimento $\text{massa} = m = m_0\gamma(v)$

Como medir uma massa em movimento?



$$\vec{F}_m = q\vec{v}\times\vec{B}$$

$$\vec{F}_{cent} = m\frac{v^2}{r}$$

Partícula carregada num campo magnético

$$\text{carga} = q$$
$$\text{massa} = m$$
$$\text{velocidade} = v$$

massa depende da velocidade mas

$$\text{se} \quad v = cte \quad \Rightarrow \quad m = cte$$

$$\frac{dm}{dt} = 0$$

Força magnética = Força centrípeta

Força magnética = Força centrípeta

$$q\vec{v} \times \vec{B} = m\frac{v^2}{r}$$

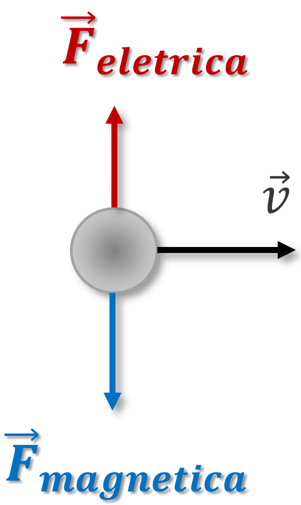
$$qBr = mv = p$$

Grandezas que podem ser medidas e o momento p pode ser determinado

$$\boldsymbol{p = mv}$$

Se medirmos a velocidade obtemos a massa

$$\mathbf{p} = \boldsymbol{mv} = \boldsymbol{m_0\gamma(v)c^2}$$



Exemplo:

Duas partículas com velocidades: $v_1 = 0{,}4c \quad e \quad v_2 = 0{,}8c$

Se $\frac{v_2}{v_1} = 2$ quanto vale $\frac{p_2}{p_1}$?

$$p_1 = mv_1 = m(v_1)v_1 = m_0\gamma(v_1)v_1 = m_0 \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{{v_1}^2}{c^2}}} v_1$$

$$p_1 = m_0 \frac{1}{\sqrt{1 - 0{,}4^2}} 0{,}4c = 0{,}44m_0$$

$$p_2 = mv_2 = m(v_2)v_2 = m_0\gamma(v_2)v_2 = m_0 \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{{v_2}^2}{c^2}}} v_2$$

$$p_2 = m_0 \frac{1}{\sqrt{1 - 0{,}8^2}} 0{,}8c = 1{,}33m_0$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{1{,}33}{0{,}44} = 3$$

Unidade de massa/energia

Massa de repouso de um elétron: $m_0 = 9{,}11 \times 10^{-31} kg$

Energia de repouso de um elétron:
$$m_0 c^2 = 9{,}11 \times 10^{-31} kg \times (3 \times 10^8)^2$$
$$= 8{,}20 \times 10^{-14} J$$

eV = eletron-Volts = energia adquirida por um elétron de carga $1{,}6 \times 10^{-19}$C submetido a um campo de 1 Volt.

Energia de repouso do eletron em unidades de eV $\quad 1\text{eV} = 1{,}602 \times 10^{-19}\, J$

$$m_0 c^2 = 8{,}20 \times 10^{-14} J \left(\frac{1eV}{1{,}602 \times 10^{-19}\, J}\right) \Rightarrow m_0 c^2 = 0{,}511\, MeV$$

Massa de repouso do eletron: $m_0 = 0{,}511 \dfrac{MeV}{c^2}$

Unidade de massa: kg, $u.m.a.$, $\dfrac{MeV}{c^2}$,

$$1\, u.m.a. = 1{,}661 \times 10^{-27}\, kg$$
$$1\, u.m.a. = 931{,}5 \frac{MeV}{c^2}$$
$$1 \frac{MeV}{c^2} = 1{,}782 \times 10^{-30}\, kg$$

Baixas velocidades

Energia Cinética:

$$E = mc^2 = m_0\gamma(v)c^2 = K(v) + m_0c^2$$

$$K(v) = m_0\gamma(v)c^2 - m_0c^2$$

Para baixas velocidades $\frac{v}{c} \ll 1$

Expansão em série de Taylor: $$\frac{1}{\sqrt{1-x}} = 1 + \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 + \frac{5}{10}x^3 + \cdots$$

$$K(u) = m_0c^2[\cancel{1} + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} + \frac{3}{8}(\frac{v^2}{c^2})^2 + \frac{5}{10}(\frac{v^2}{c^2})^3 + \cdots] - \cancel{m_0c^2}$$

$$K(u) = \frac{1}{2}m_0v^2$$

Expressão conhecida

para baixas energias

Fótons

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{m}\boldsymbol{c}^2 = m_0\gamma(v)c^2 = m_0 \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\boldsymbol{m} = m_0\gamma(v) = m_0 \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$m^2 = {m_0}^2 \frac{1}{(1-\frac{v^2}{c^2})}$$

$$m^2(1-\frac{v^2}{c^2}) = {m_0}^2$$

$$m^2 - m^2\frac{v^2}{c^2} = {m_0}^2$$

$$m^2c^4 - m^2v^2c^2 = {m_0}^2c^4$$

$$E^2 - p^2c^2 = {E_0}^2$$

$$E^2 = {E_0}^2 + p^2\,c^2$$

energia de repouso ***energia cinética***

Fóton tem massa zero e portanto energia de repouso nula. ${E_0}^2 = 0$

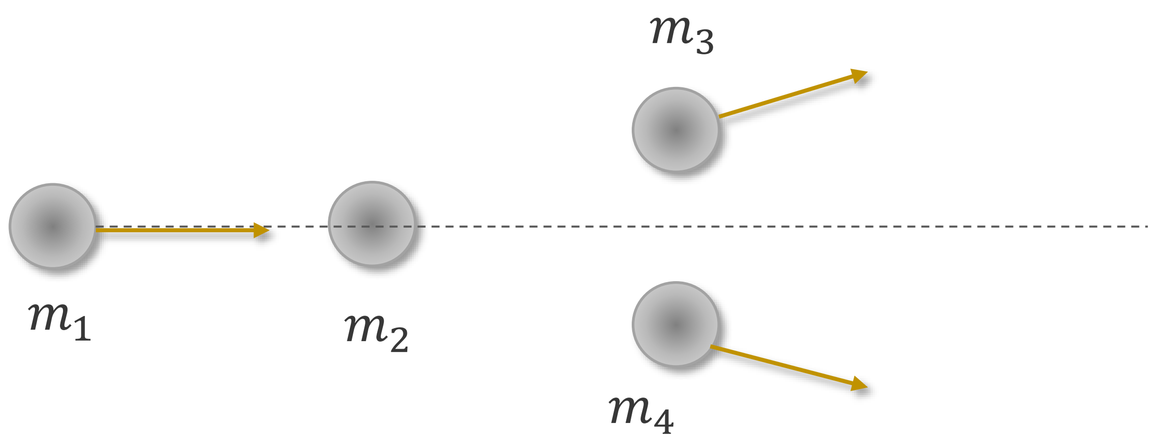
$$E^2 = p^2\,c^2$$

$$\boxed{\boldsymbol{E} = \boldsymbol{pc}}$$

Fóton não tem massa mas pode ter momento ! ! !
Em colisões isso é importante. (fotoletrico)

Conservação massa/energia

colisões:



Conservação da massa: $m_1 + m_2 = m_3 + m_4$

Conservação da energia relativística: $m_1 c^2 + m_2 c^2 = m_3 c^2 + m_4 c^2$

Diferença apenas no fator: c^2

Portanto podemos dizer que são equivalentes.

Dizemos na relatividade-> conservação massa/energia

Conservação da momento: $p_1 + p_2 = p_3 + p_4$

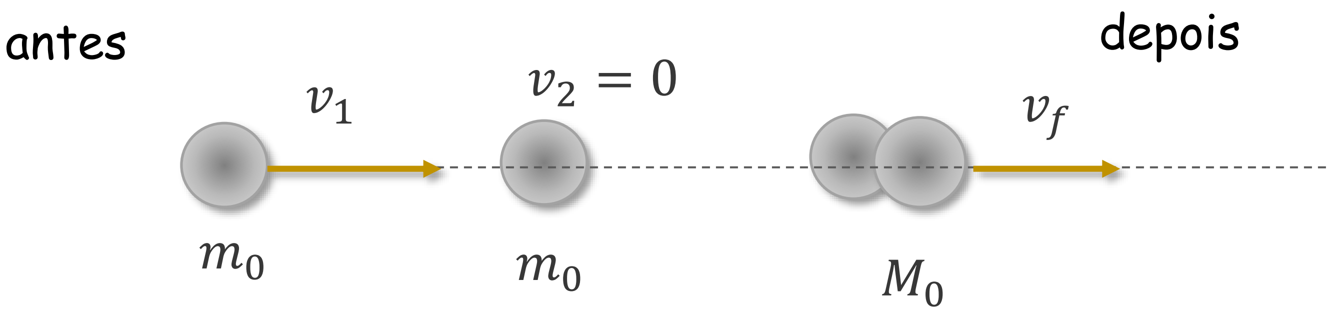
Lembrando que: $p = mv = m_0 \gamma(v) c^2$

Colisões

Uma partícula de massa m0 com velocidade v=0,6c colide inelasticamente com uma outra partícula de mesma massa.

a) Qual a velocidade da partícula resultante?

b) Qual a massa de repouso da partícula resultante?



Conservação da momento: $p_1 + p_2 = p_f$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = M_f v_f$$

$$m_0 \gamma(v_1) v_1 + m_0 \gamma(v_2) \cancel{v_2} = M_0 \gamma(v_f) v_f$$

$$\gamma(v_1) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{{v_1}^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{0{,}6^2 c^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{0{,}64}} = 1{,}25$$

$$\boxed{1{,}25 \times m_0 \times 0{,}6c = M_0 \gamma(v_f) v_f}$$

(I)

Conservação da energia:

$$m_1 c^2 + m_2 c^2 = M_f c^2$$

$$m_0 \gamma(v_1) + m_0 \gamma(v_2) = M_0 \gamma(v_f)$$

$$\gamma(v_1) = 1{,}25$$

$$\gamma(v_2) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{{v_2}^2}{c^2}}} = 1{,}00$$

$$m_0 \times 1{,}25 + m_0 \times 1{,}00 = M_0 \gamma(v_f)$$

$$\boxed{m_0 \times 2{,}25 = M_0 \gamma(v_f)} \qquad \textbf{(II)}$$

Combinando (I) e (II):

$$1{,}25 \times m_0 \times 0{,}6c = M_0 \gamma(v_f) v_f = 2{,}25 \times m_0 \times v_f$$

$$v_f = 0{,}33c$$

$$\gamma(v_f) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{{v_f}^2}{c^2}}} = 1{,}059$$

$$m_0 \times 2{,}25 = M_0 \gamma(v_f) = M_0 \times 1{,}059$$

$$M_0 = 2{,}13 \times m_0$$

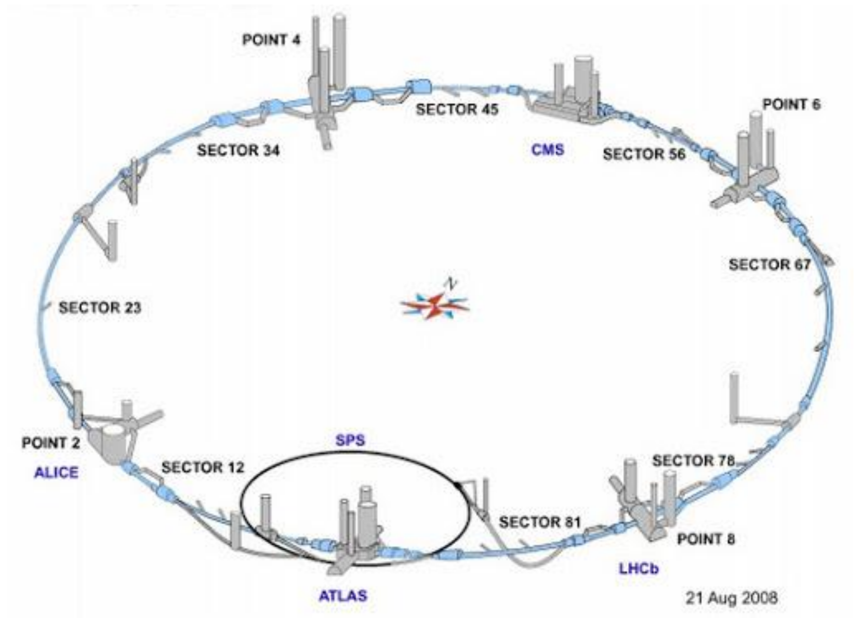
$\boldsymbol{M_0 > m_0}$ Parte da energia cinética foi convertida em massa de repouso

LHC – Large Hadron Collider – CERN – Suiça

https://home.cern/science/accelerators/large-hadron-collider

Colisões de p+p   ou Chumbo + Chumbo

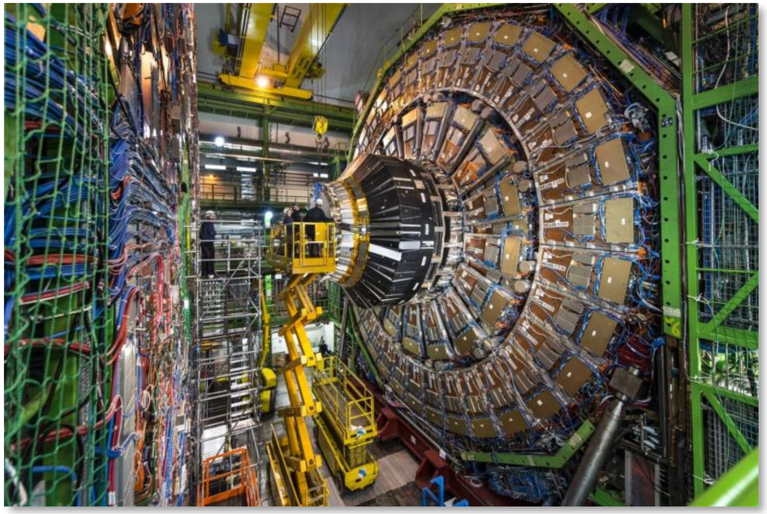
Partículas são aceleradas em velocidades próximas a da luz.

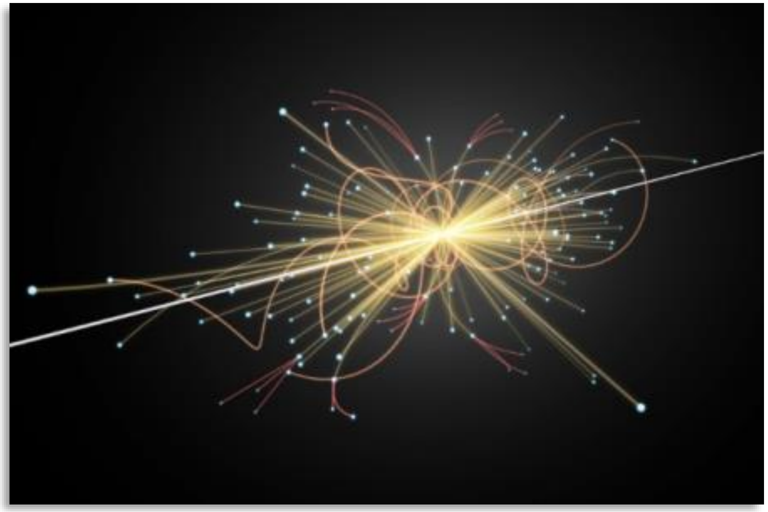


LHC – Large Hadron Collider – CERN – Suiça

https://home.cern/science/accelerators/large-hadron-collider

- ❑ Colisões de Chumbo em Chumbo em energias próximas a da velocidade da luz. TeV = 10^{12} eV.
- ❑ A enorme energia cinética é transformada em massa de repouso de novas partículas.
- ❑ Essas partículas são detectadas por enormes detectores





Energia de ligação

- O núcleo de ^{12}C é composto de 6 prótons e seis nêutrons mantidos coesos e juntos por forças nucleares. As massas de repouso são:

$${}^{12}_{6}C = 12.000\,u \qquad \begin{matrix} p = 1.007\,825\ u \\ n = 1.008\,625\,u \end{matrix} \qquad u = u.m.a.$$

Quanto de energia temos que fornecer ao ^{12}C para separa-lo em 6p e 6n ?

$$\boxed{1\,u = 931{,}5\,\frac{MeV}{c^2}} \qquad \boxed{1\ \frac{MeV}{c^2} = 1{,}782 \times 10^{-30}\ kg}$$

$$m_n = 1.008625 \times 931{,}5\,\frac{MeV}{c^2} = 939{,}571\ \frac{MeV}{c^2}$$

$$m_p = 1.007825 \times 931{,}5\,\frac{MeV}{c^2} = 938{,}788\ \frac{MeV}{c^2}$$

$$6m_p + 6m_n = 11.270\ \frac{MeV}{c^2}$$

$$m_{12C} = 12.000 \times 931{,}5\,\frac{MeV}{c^2} = 11.178\ \frac{MeV}{c^2}$$

$$6m_p + 6m_n => m_{12C}$$

$$E_{ligação} = 11.270 - 11.178 = 92.2\ MeV$$

Quando fundimos 6p+6n ganhamos energia

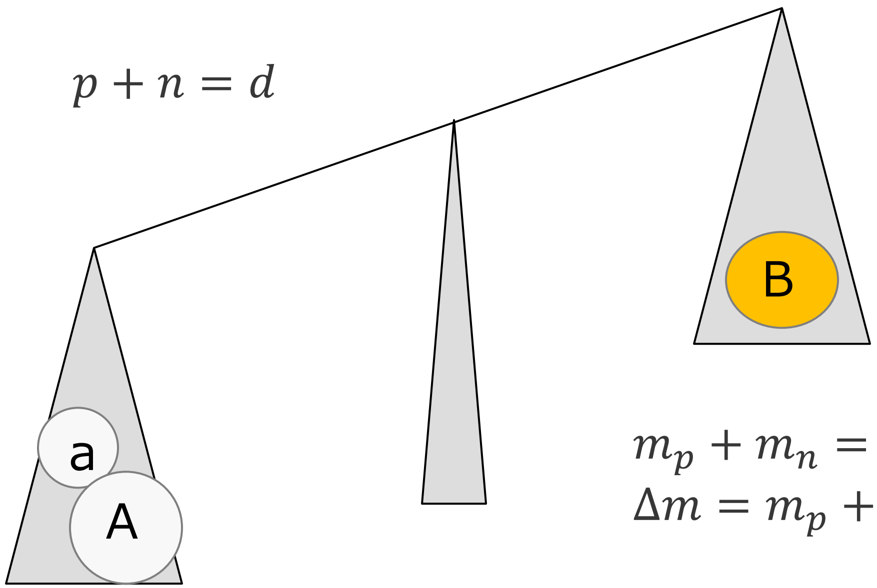
Energia ganha vem na forma de energia cinética

Geração de energia por fusão

$$A + a \Rightarrow B + Q_{reação}(\text{energia})$$

Diferença de massas entre antes e depois da reação nuclear gera energia

$$p + n = d$$

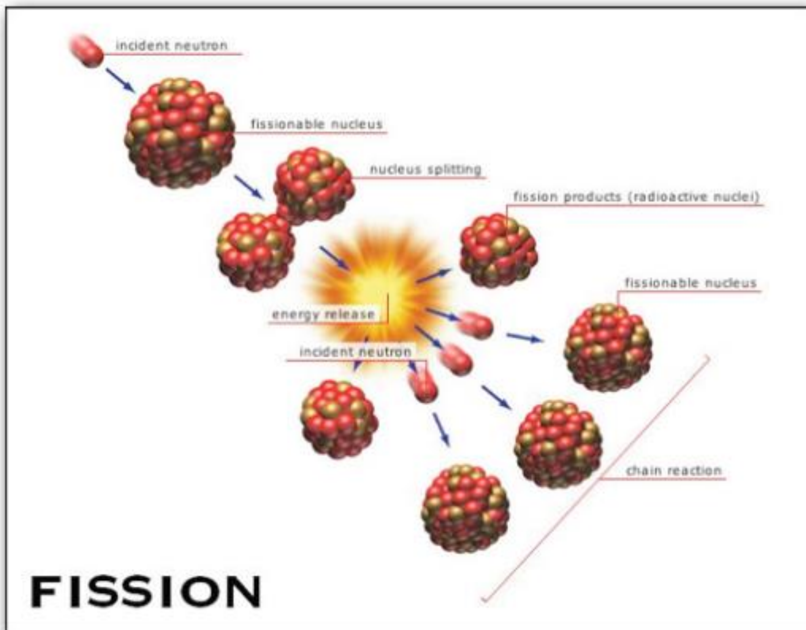


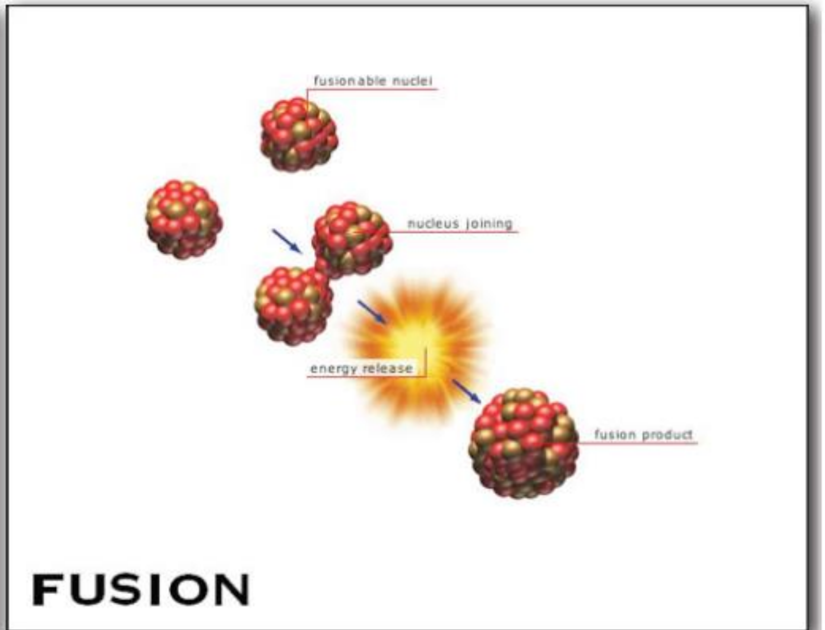
$$m_p + m_n = m_d + \Delta m$$
$$\Delta m = m_p + m_n - m_d$$

$$\Delta m = 1.007825u + 1.008625u - 2.013550u = 0.00240u$$

$$E = \Delta mc^2 = \left(0{,}0024u \times 931{,}5\,\frac{MeV}{c^2}\right) \times c^2 = 2{,}24\ MeV$$

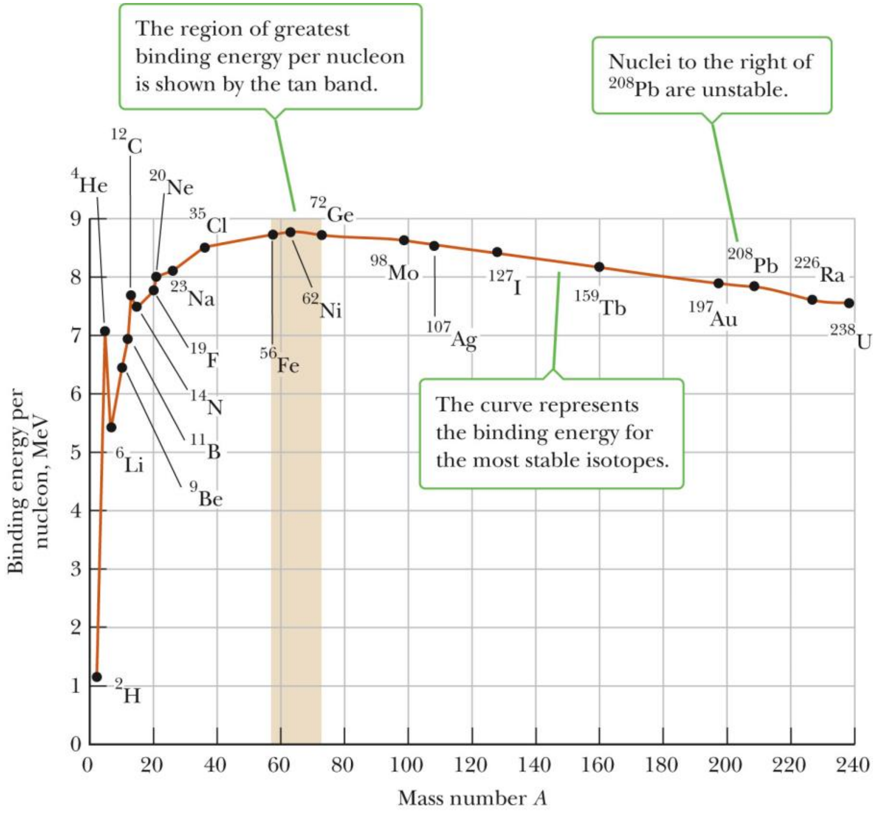
- Podemos gerar energia por fissão ou fusão
- Energia gerada por fissão é gerada numa reação em cadeia que pode ser controlada ou não.
- Energia gerada por fusão de dois núcleos ocorre no Sol e nas estrelas.
- Tokamaks são equipamentos que simulam reações que ocorrem no Sol.

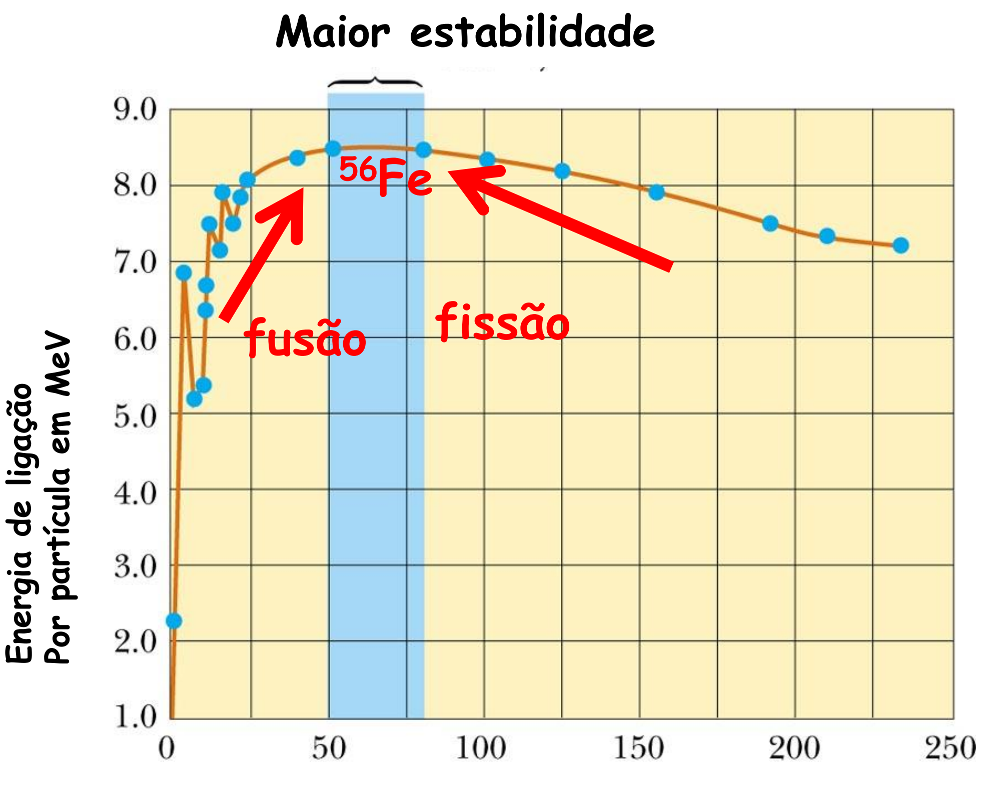




Balanço de energia

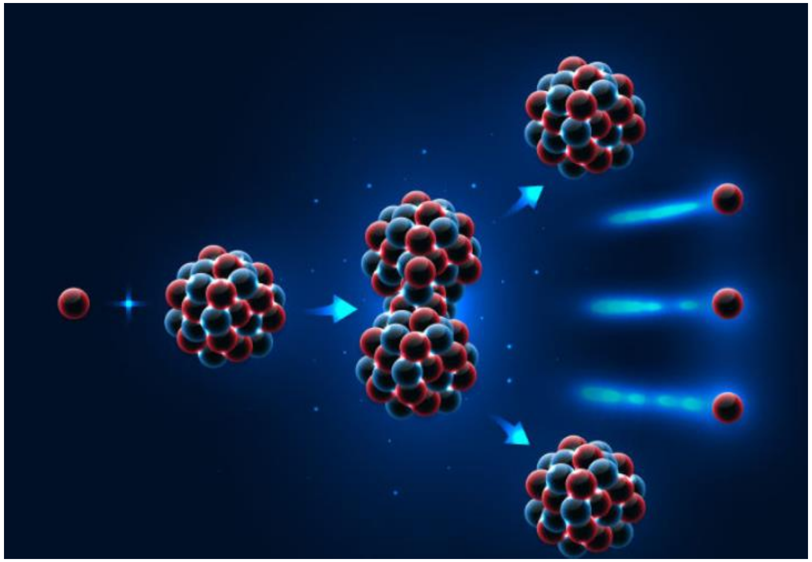
- Máximo próximo da massa A=56
- Se um núcleo situado a direta desse máximo for dividido por dois, os núcleos resultantes terão uma energia de ligação B/A maior, serão mais estáveis.
- Se dois núcleos a esquerda se juntarem o núcleo resultante terá B/A maior, será mais estável.

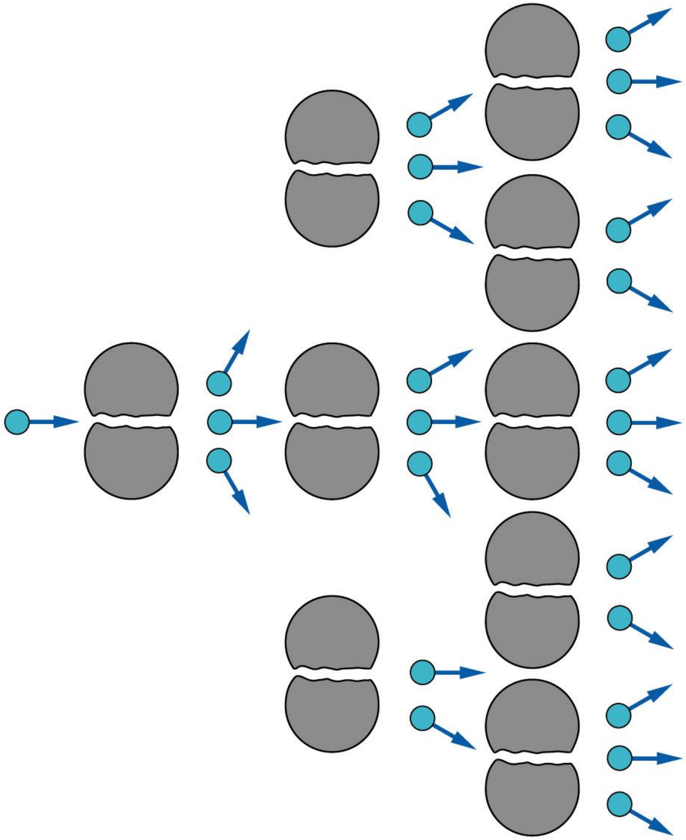




Geração de energia por fissão nuclear – reação em cadeia

- Reação em cadeia envolvendo fissão nuclear.
- Neutrons são produzidos em cada fissão de um element pesado , que por sua vez iniciam novas reações de fissão.





Queima de hidrogênio no Sol

Principal processo é fundir 4 prótons em Hélio e gerar energia

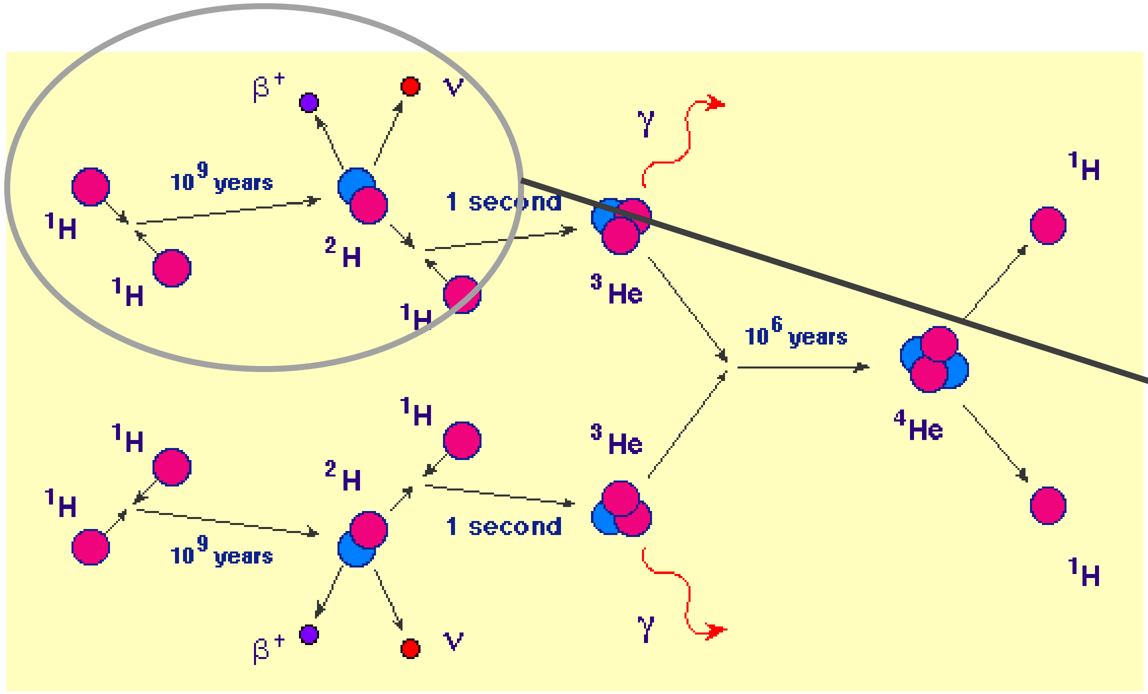
$$4 \times H^1 \rightarrow He^4 + fotons + neutrinos$$

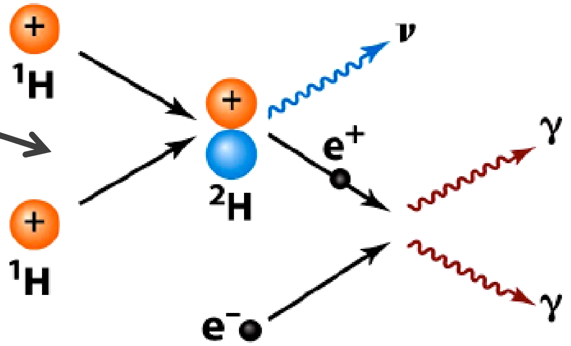
Massa total de 4 prótons = $4 \times 1.0081 = 4.0324u$ Massa de um Hélio = $4.0039u$

Diferença de massa = $0.0285u = 4.7 \times 10^{-26} g$

$$\Delta E = \Delta mc^2 = 4.3 \times 10^{-5} erg = 27 MeV$$

Essa é a energia gerada para cada reação de conversão de 4 prótons em um hélio





$4\times{}^1H$ é convertido em ^4He

$$\Delta E = \Delta mc^2 = 4.3 \times 10^{-5} erg = 27 MeV$$

Vamos supor que o Sol com uma massa total M_0= 1.989x10^{30} kg consuma 10% de sua massa para brilhar com uma luminosidade L_0=4x10^{26} J/s.

$E_{nuclear}$ = 0,1 × (27 MeV/4.00) × M_0c^2 = 1.3×10^{44} J

Tempo = $E_{nuclear}/L_0$=1.0x10^{10} anos