

# Física IV

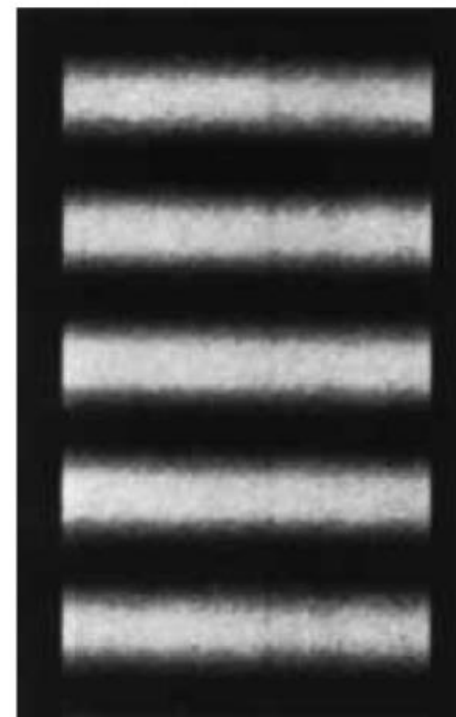
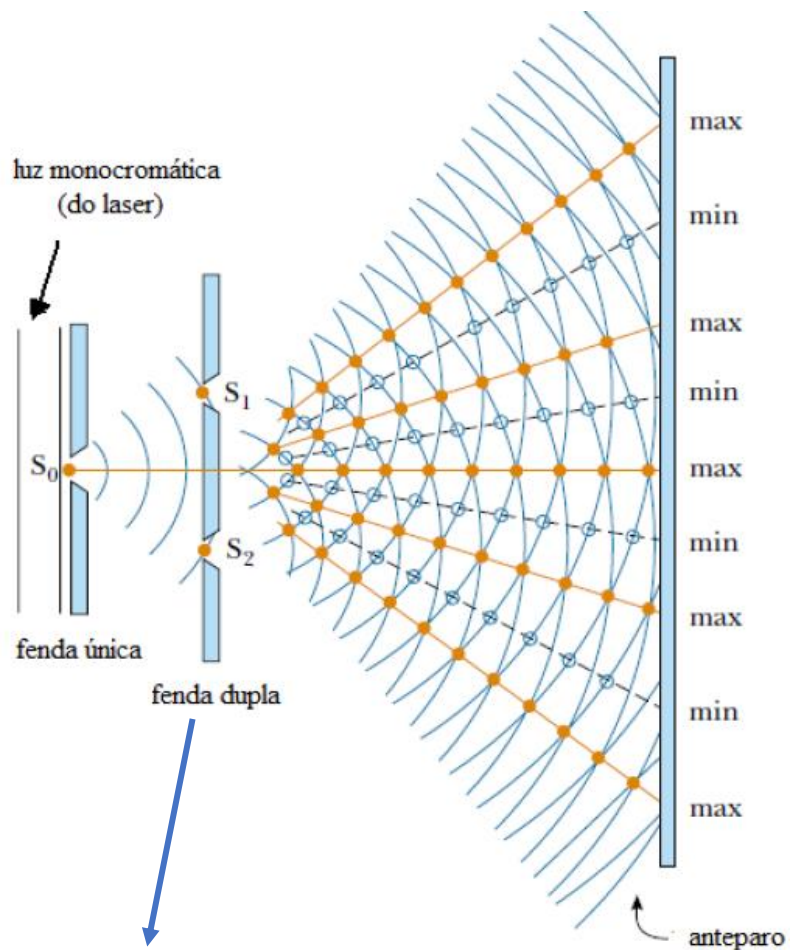
Instituto de Física - Universidade de São Paulo

Professor: Valdir Guimarães

E-mail: [valdir.guimaraes@usp.br](mailto:valdir.guimaraes@usp.br)

Aula: difração

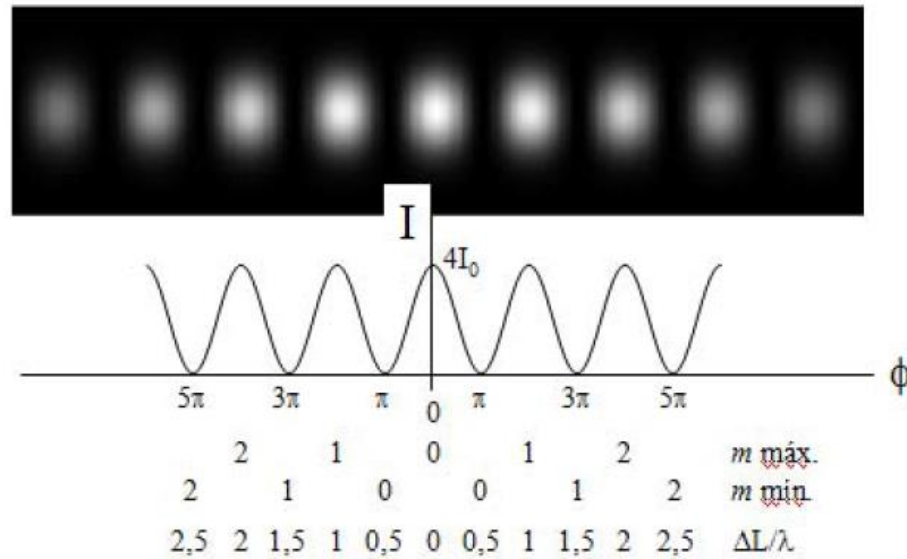
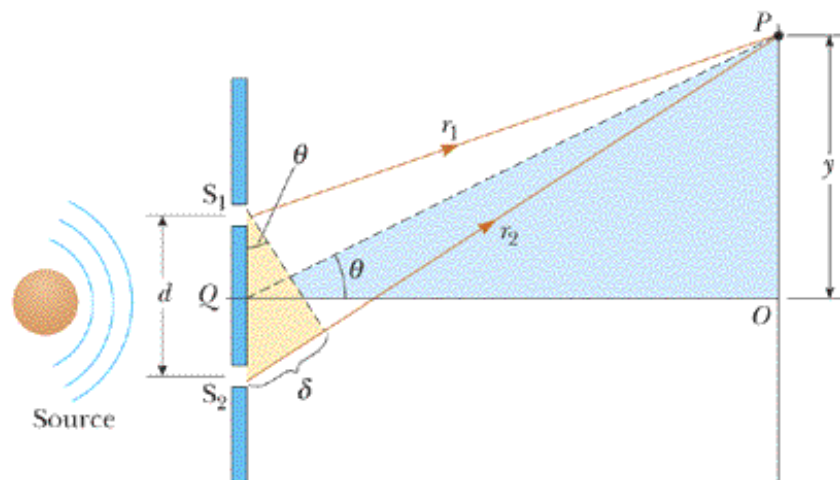
# Interferência da luz



Para garantir que as ondas saindo de  $S_1$  e  $S_2$  sejam coerentes.

Franjas de interferência com máximos e mínimos de intensidade

Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e  
Figure 27.3



Diferença de caminho  $\delta = r_2 - r_1$

Aproximação de que  $L \gg d$

$$\text{sen}\theta \approx \text{tg}\theta = \frac{y}{L}$$

Interferência construtiva  $\delta = d \text{sen}\theta_{\text{brilhante}} = m\lambda$

$$y_{\text{brilhante}} = m \frac{\lambda L}{d}$$

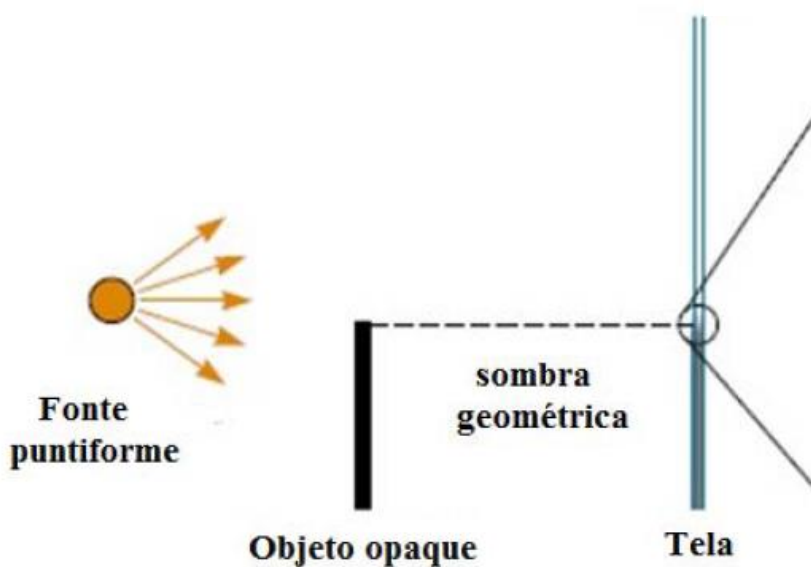
$$(m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

Interferência destrutiva  $\delta = d \text{sen}\theta_{\text{escuro}} = (m + \frac{1}{2})\lambda$

$$y_{\text{escuro}} = (m + \frac{1}{2}) \frac{\lambda L}{d}$$

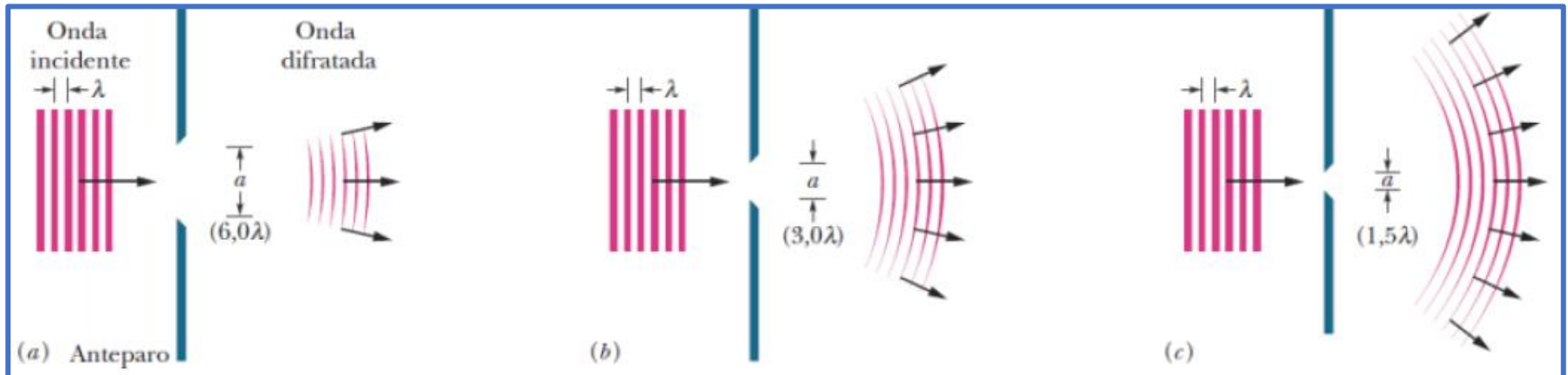
# Difração da luz

Difração da luz é o fenômeno que ocorre quando a luz é distorcida devido a obstáculos (fendas e bordas) com dimensões comparáveis ao seu comprimento de onda.



# Difração da luz

Difração da luz é o fenômeno que ocorre quando a luz é distorcida devido a obstáculos (fendas e bordas) com dimensões comparáveis ao seu comprimento de onda.



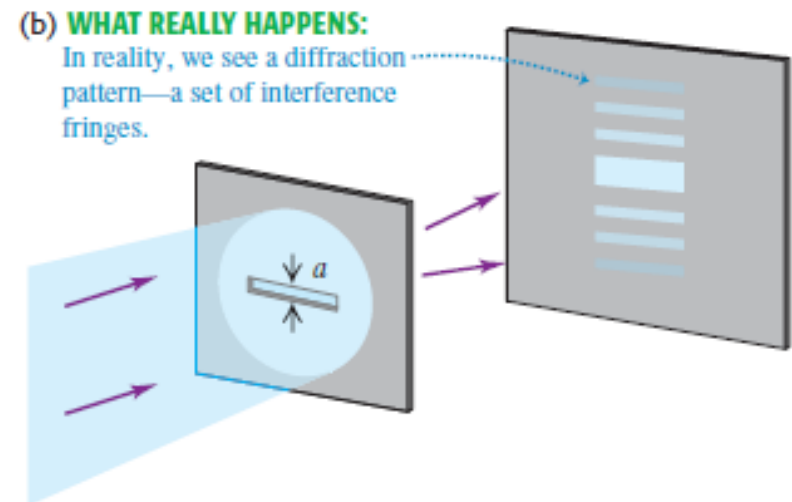
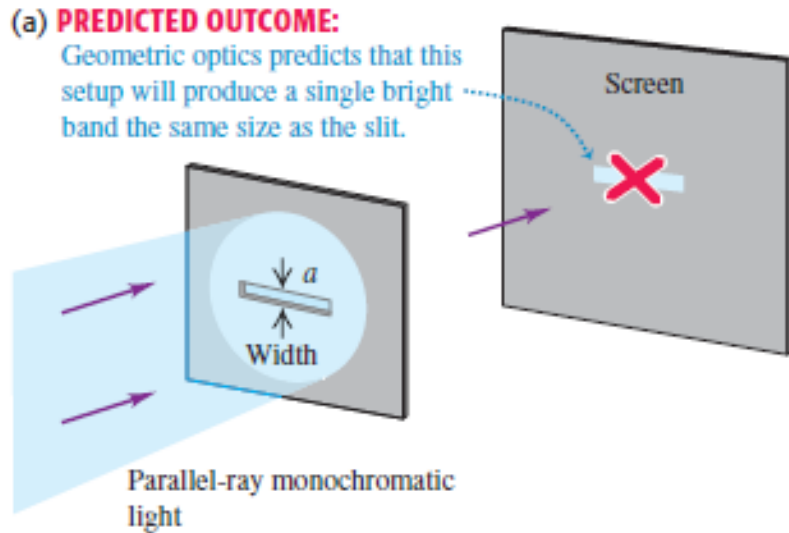
Para que ocorra difração:

$\lambda \gg a$  (Comprimento de onda maior que abertura da fenda)

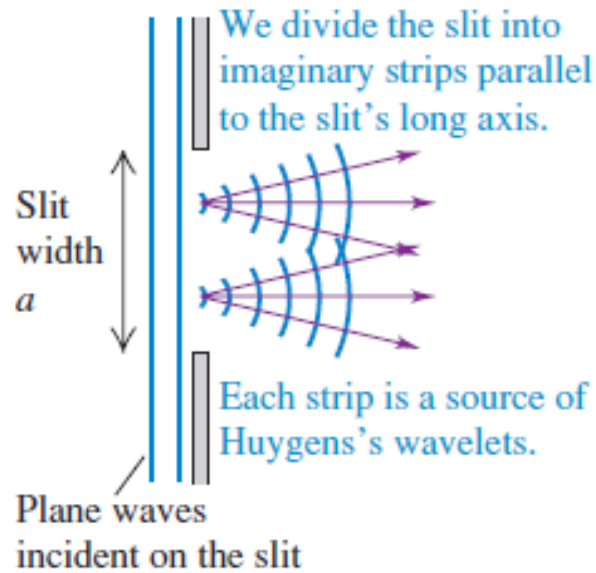
Séc. XVII – Francesco Grimaldi –  
“diffractio” – desvio da luz a partir de  
sua propagação retilínea

O que era previsto

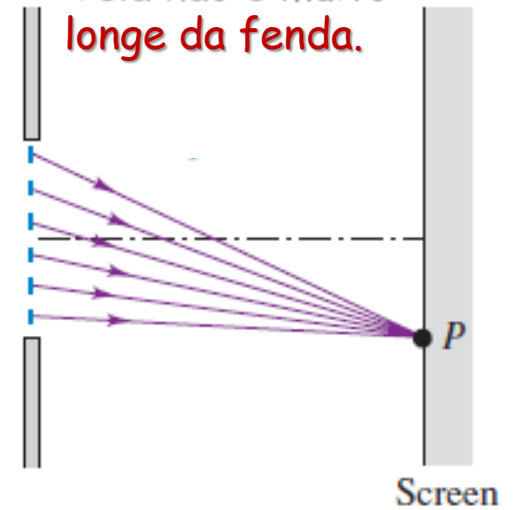
O que realmente acontece



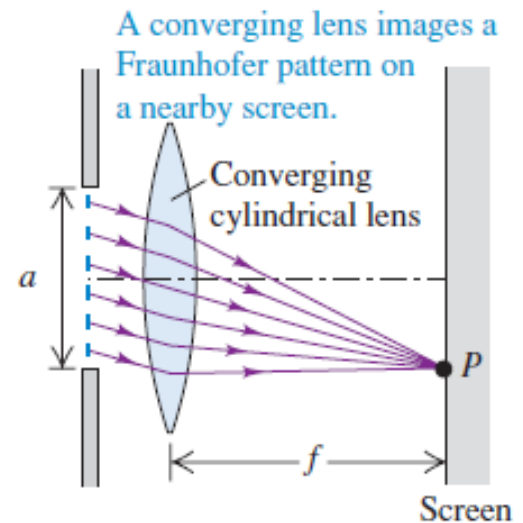
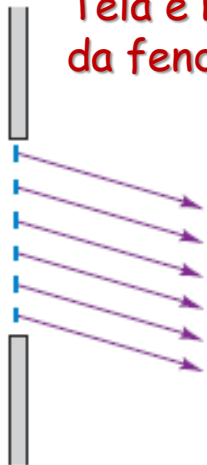
## Difração por fenda simples



## Difração de Fresnel Tela não é muito longe da fenda.

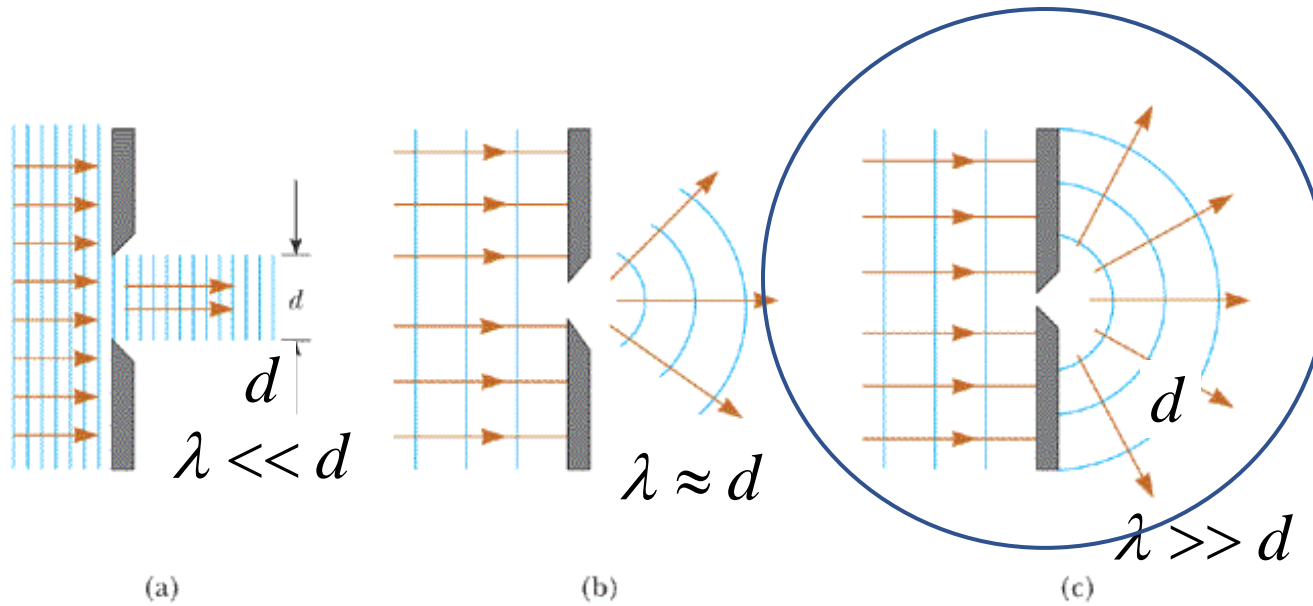


## Difração de Fraunhofer Tela é muito longe da fenda



# Difração de Fraunhofer - Fenda única - Tela longe

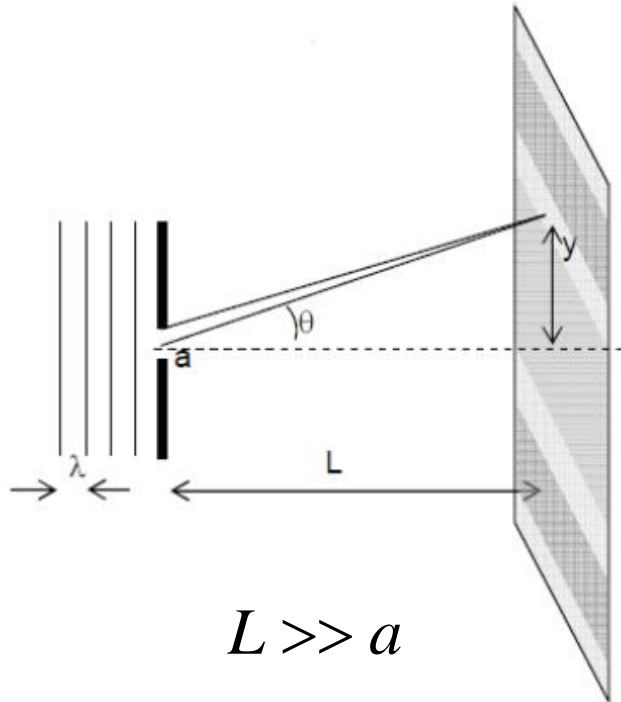
□ Fenda muito estreita.  $d \ll \lambda$



□ Anteparo longe da fenda para garantir que os raios incidam paralelos no anteparo.  $L$  grande  $\gg a$

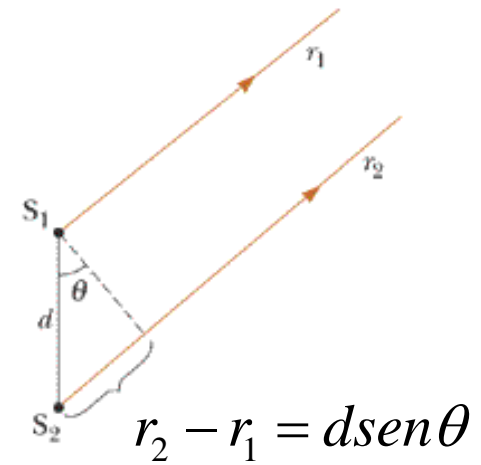


# Padrão de difração de Fraunhofer - Fenda única



$$L \gg a$$

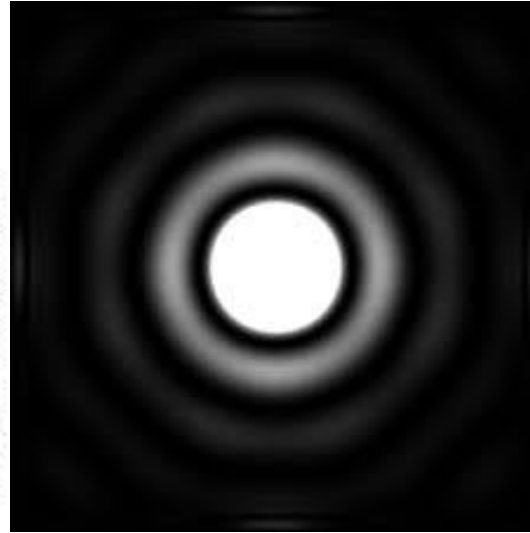
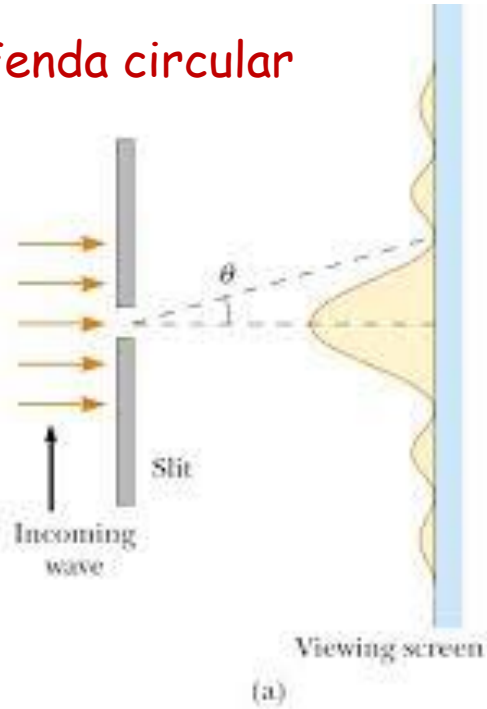
$$\lambda \gg a$$



(b)

# Padrão de difração de Fraunhofer - Fenda única

## Fenda circular

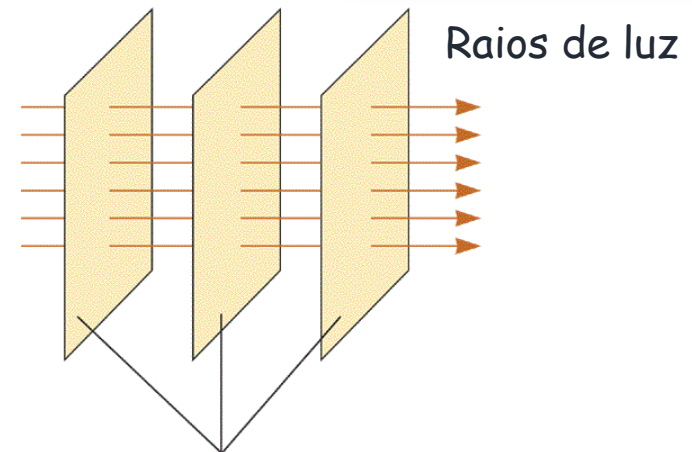
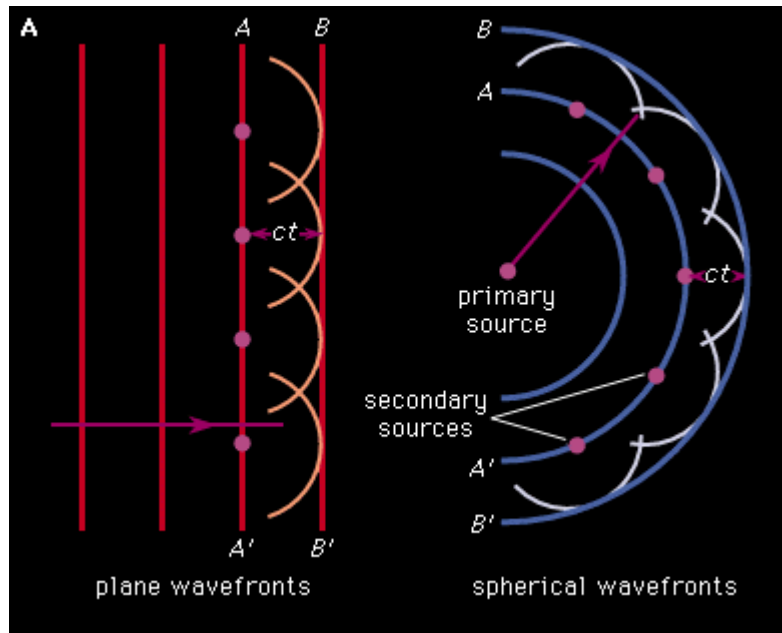




# Ótica geométrica - Princípio de Huygens

## O princípio de Huygens Frente de onda

Cada ponto de uma frente de onda se comporta como uma fonte puntiforme de ondas esféricas

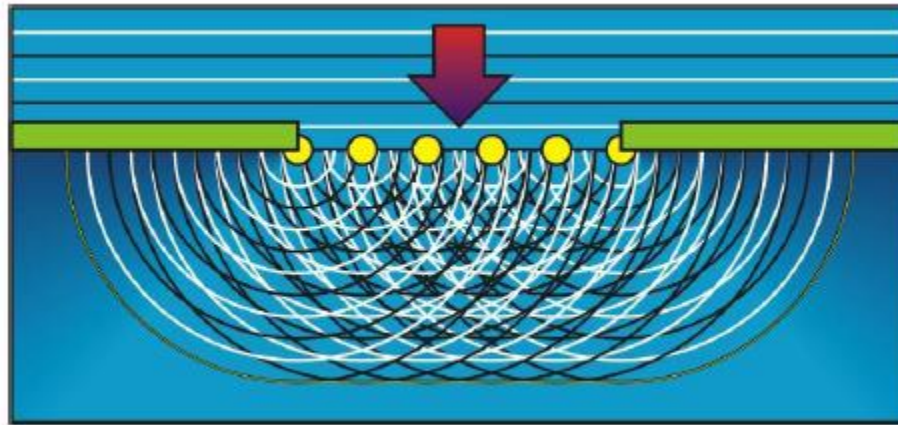


Onda Plana na óptica geométrica

Vamos aplicar o princípio de Huygens para o problema da fenda simples

## Princípio de Huygens

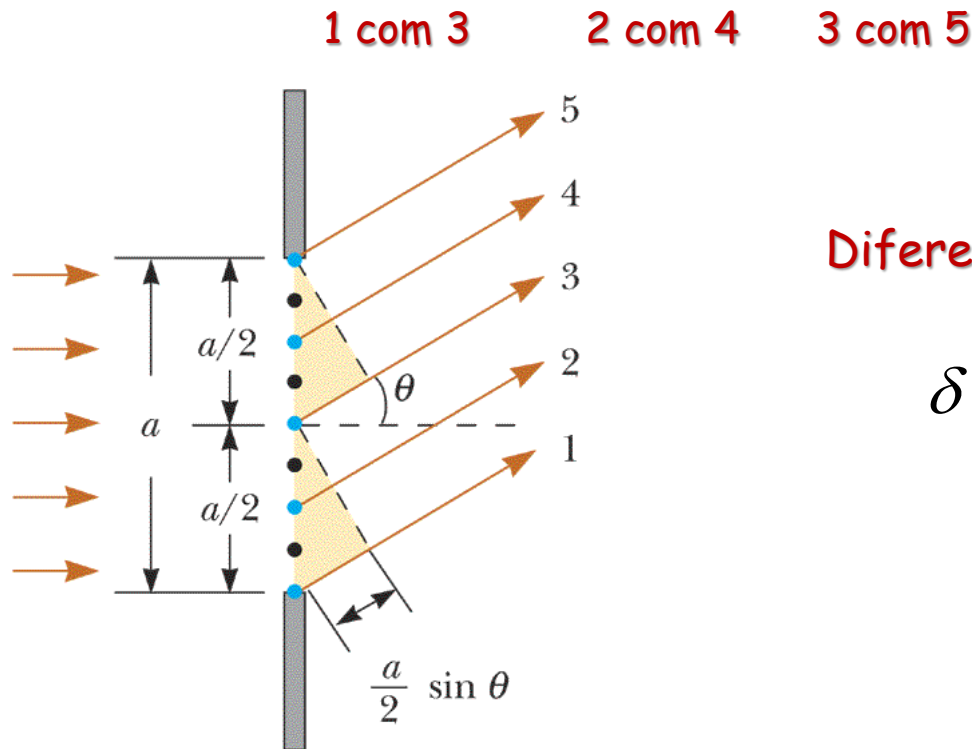
- Todos os pontos de uma frente de onda se comportam como fontes pontuais para ondas secundárias.



# Padrão de difração de Fraunhofer - Fenda única

- Aproximação de Huygens: cada ponto na fenda emite raios de luz como se fosse uma fonte puntual

Raios vindo da metade inferior interferem com raios da metade superior:



Diferença de caminho:

$$\delta = \frac{a}{2} \sin \theta$$

# Difração de Fraunhofer - Máximos e Mínimos

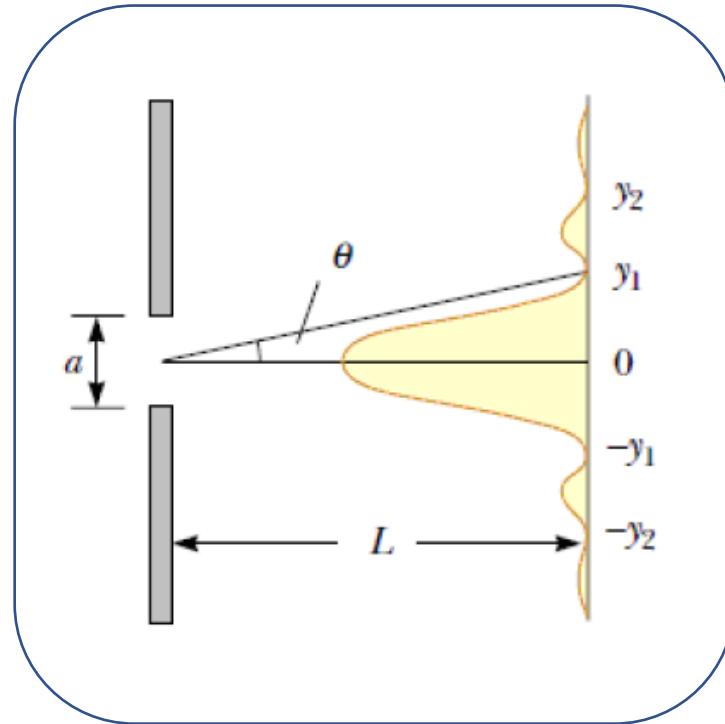
Interferência destrutiva = mínimos

$$\delta = \frac{a}{2} \operatorname{sen} \theta = \frac{\lambda}{2}$$

$$a \operatorname{sen} \theta_m = m \lambda$$

$$\operatorname{sen} \theta_{\text{escuro}} = m \frac{\lambda}{a}$$

$$(m = \pm 1, \pm 2, \dots)$$



$m=0$  não define um mínimo



$\theta_0 = 0$  Primeiro máximo

Só vale para  $m > 0$ .

# Difração de Fraunhofer - posição linear dos mínimos

Se a distância entre a fenda e a tela "L" for muito maior que a distância entre os mínimos adjacentes:

$$L \gg a$$

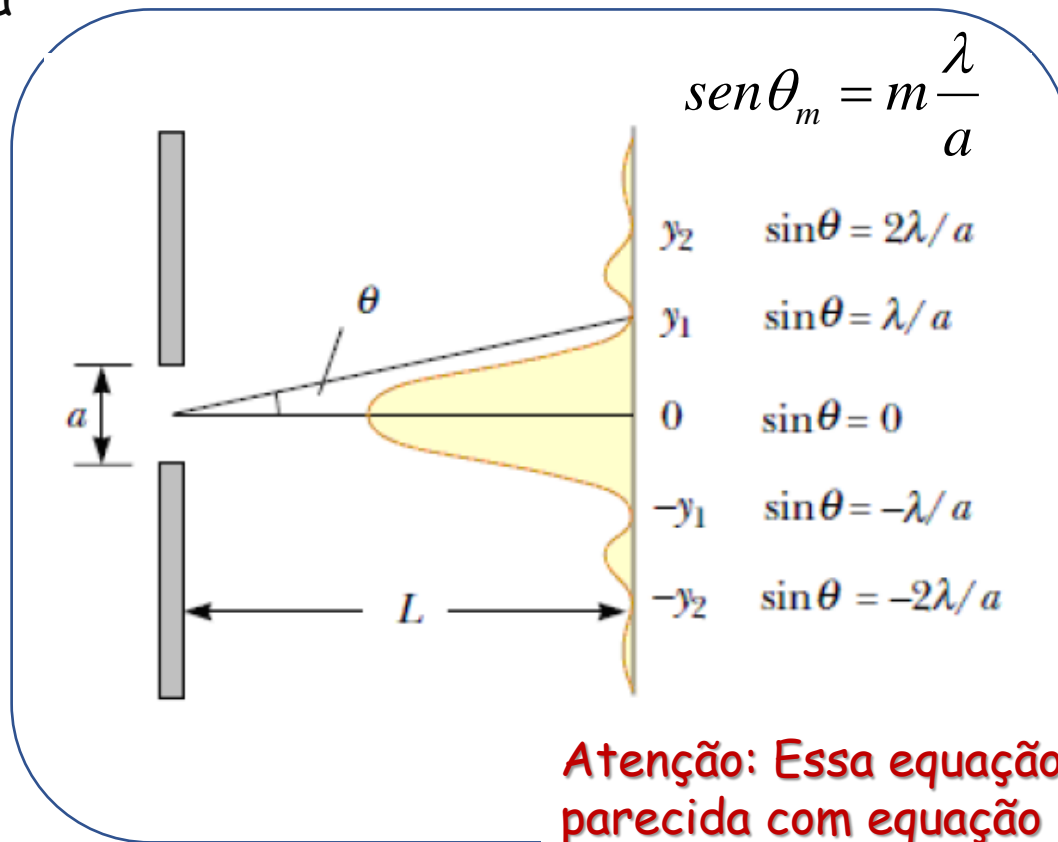


Ângulos são pequenos para as primeiras franjas

$$\text{sen } \theta_m \approx \text{tg } \theta_m = \frac{y_m}{L}$$

$$a \text{sen } \theta_m = a \frac{y_{\text{min}}}{L} = m\lambda$$

posições lineares das franjas  
Posição dos mínimos !!!



Atenção: Essa equação é parecida com equação dos máximos da fenda dupla. Mas aqui é a posição dos mínimos.

$$y_m = m \cdot L \cdot \frac{\lambda}{a}$$

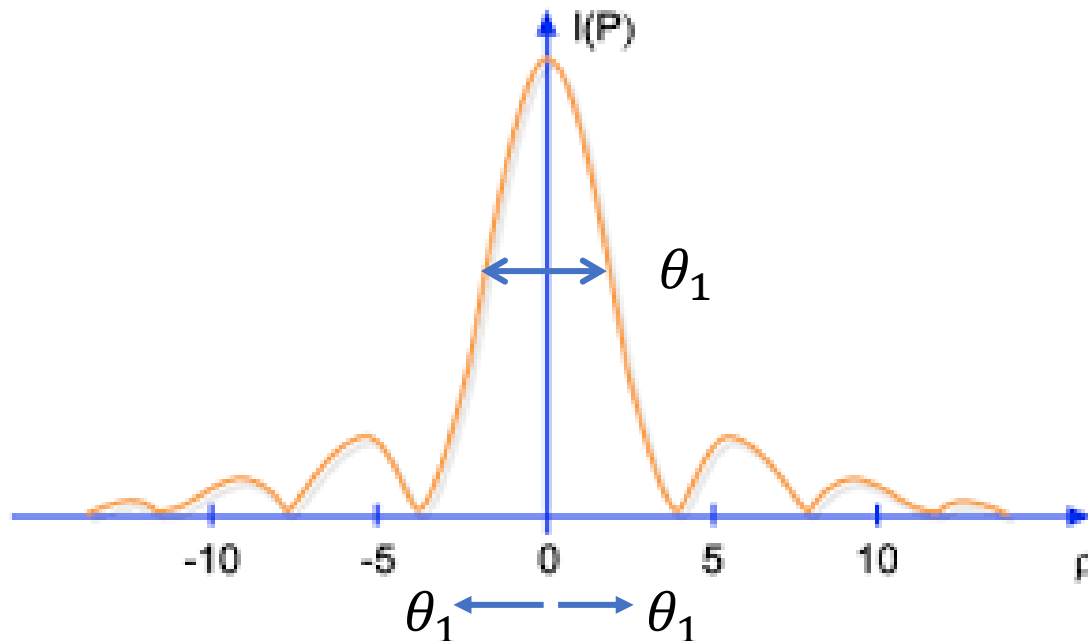
$$(m = \pm 1, \pm 2, \dots)$$



# Difração de Fraunhofer - Largura da distribuição

$$\text{sen}\theta_m = \theta_m = m \frac{\lambda}{a} \quad \theta_1 = \frac{\lambda}{a} \quad \text{O valor de } \theta_1 \text{ determina a metade da largura do máximo central.}$$

$$m = 1$$



# Difração de Fraunhofer - Largura da distribuição

$$\sin\theta_m = \theta_m = m \frac{\lambda}{a} \quad \theta_1 = \frac{\lambda}{a}$$

O valor de  $\theta_1$  determina a metade da largura do máximo central.

$$a \gg \lambda$$

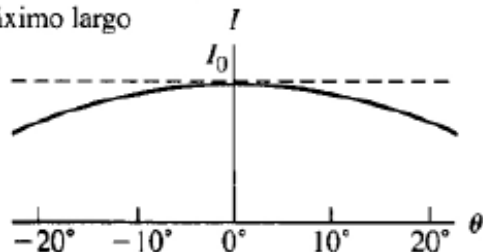
Nesse caso o ângulo  $\theta_1$  é muito pequeno (praticamente zero). Raios de luz praticamente não se desviam. Podemos usar ótica geométrica. Ex. (portas e janelas)

$$a \geq \lambda$$

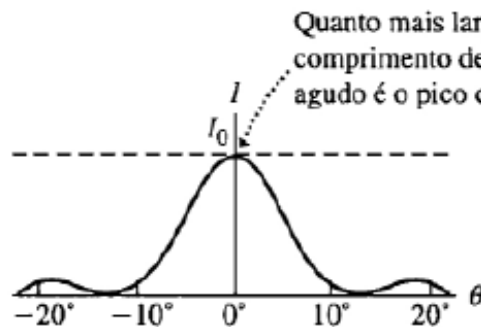
**Efeitos da difração:**  
**Diminuição da abertura causa alargamento do máximo central.**

(a)  $a = \lambda$ .

Se a largura da fenda é igual ao comprimento de onda ou menor do que ele, forma-se apenas um máximo largo

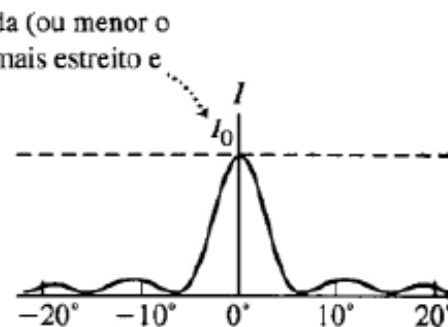


(b)  $a = 5\lambda$ .



Quanto mais larga a fenda (ou menor o comprimento de onda), mais estreito e agudo é o pico central

(c)  $a = 8\lambda$ .



Produzimos uma figura de difração em uma tela iluminando uma fenda longa e estreita com luz azul.

A figura:

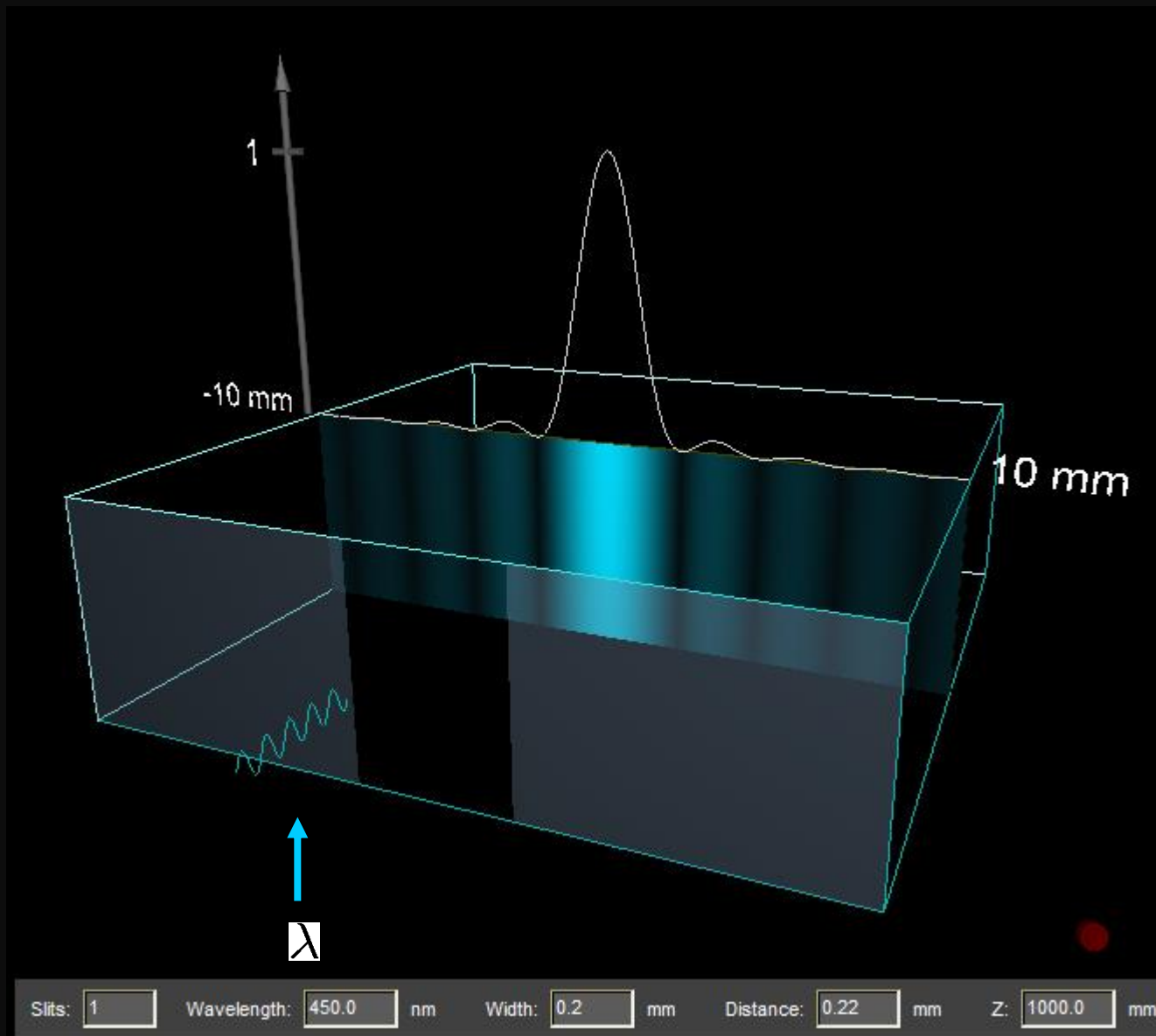
se dilata (os máximos e mínimos se afastam do centro)  $\theta_1 = \frac{\lambda}{a}$

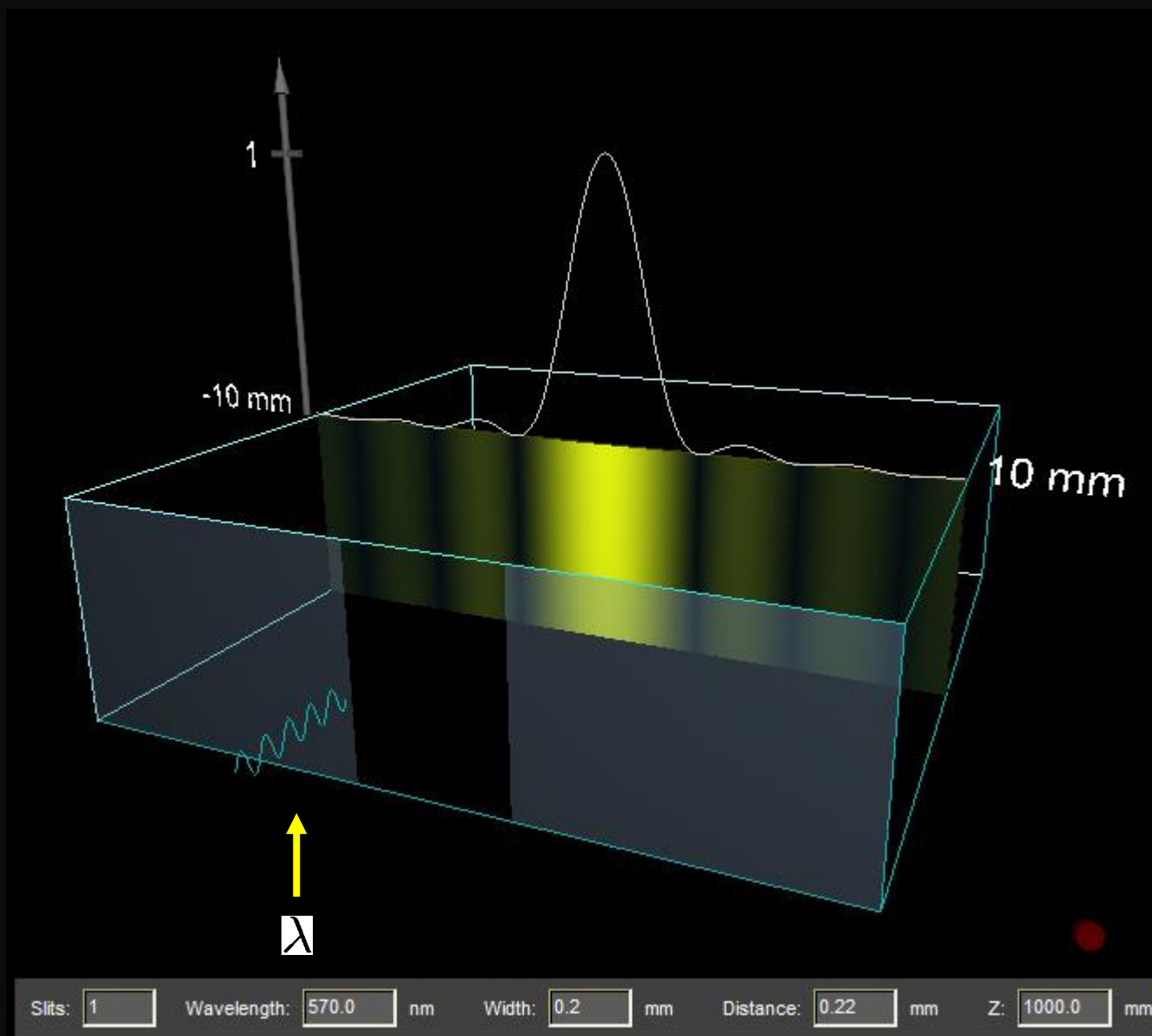
quando:

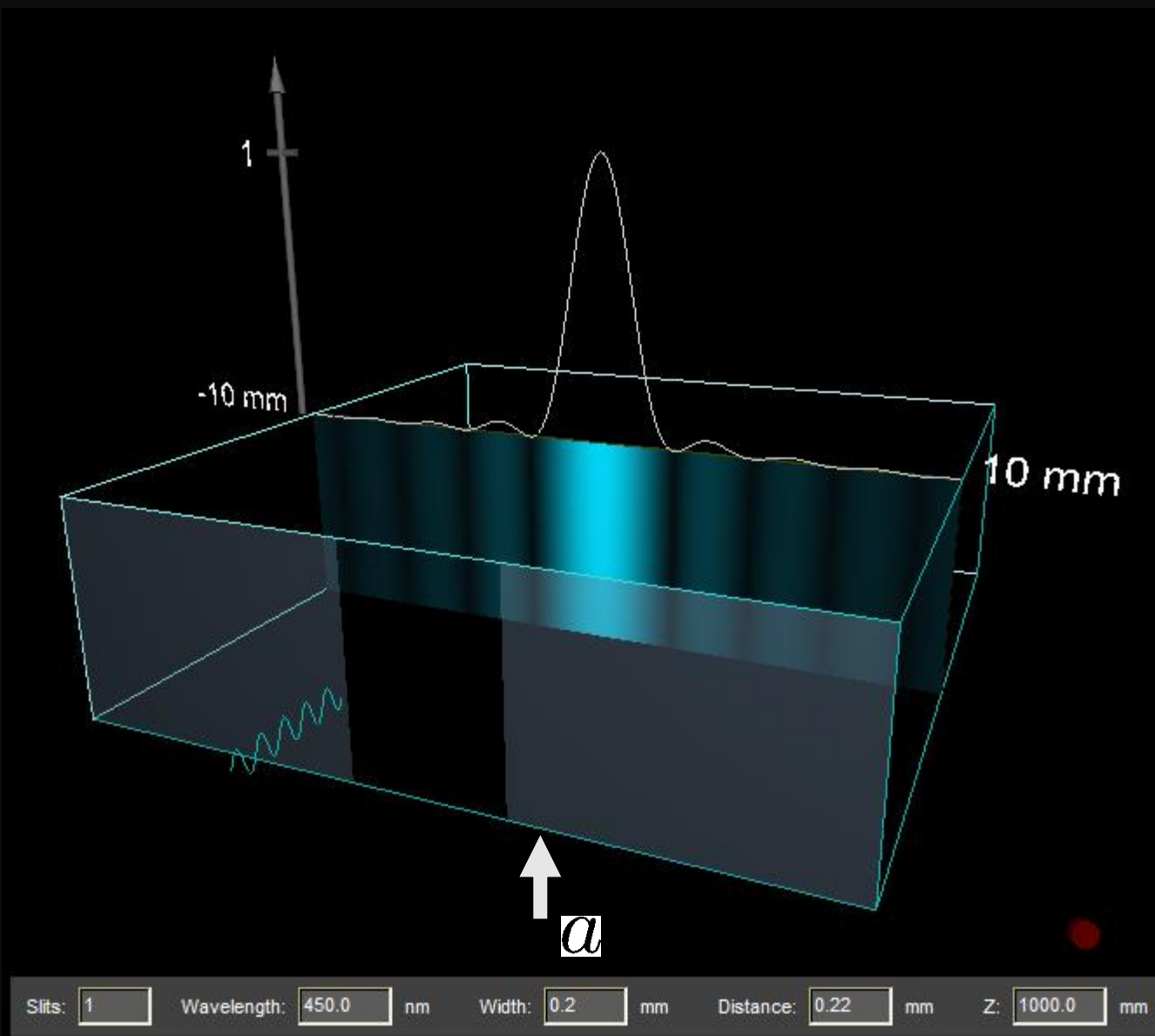
(a) substituimos a luz azul por uma luz amarela ( $\lambda_{\text{azul}} < \lambda_{\text{amarelo}}$ )

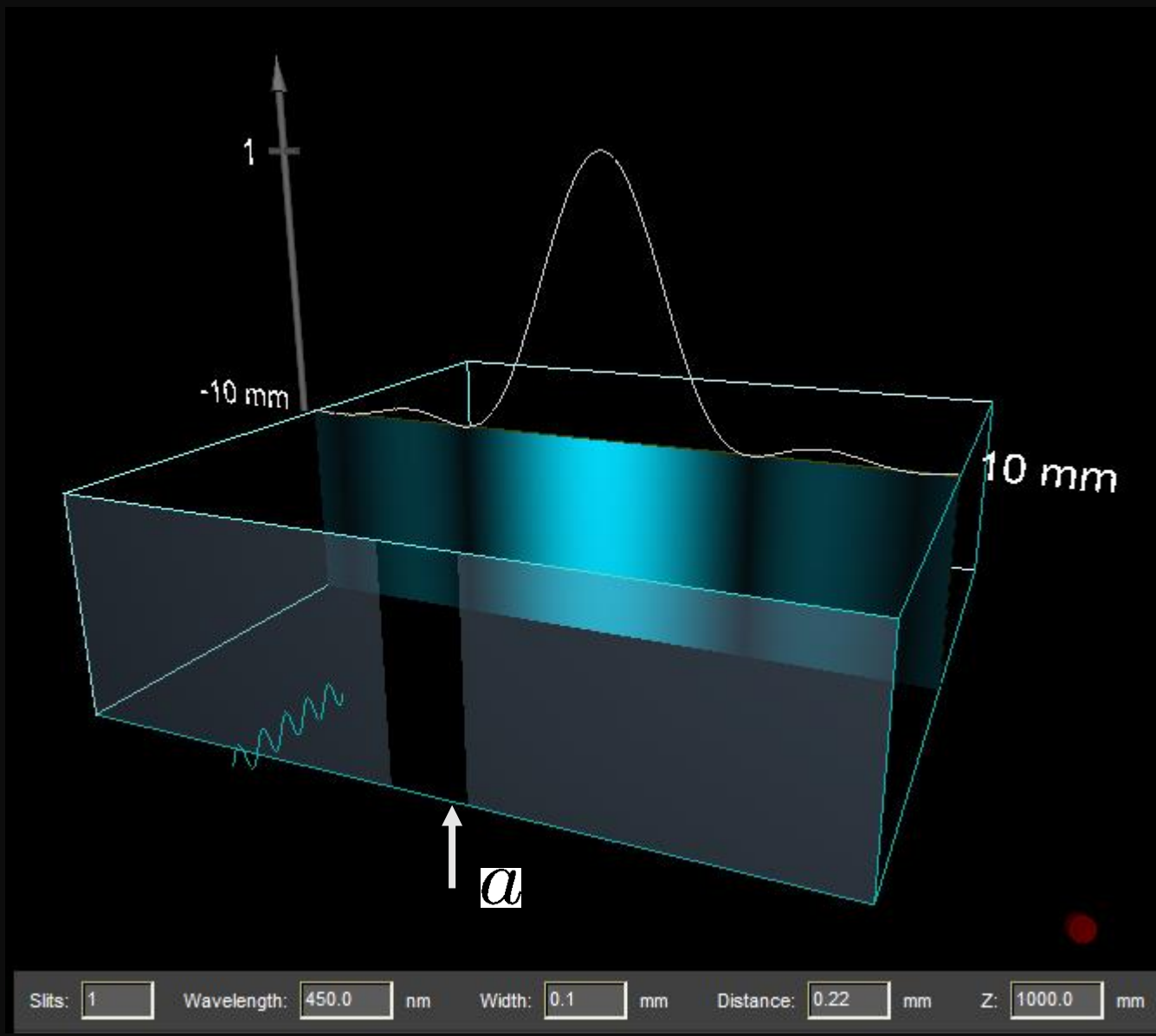
(b) diminuimos a largura da fenda

The Optics project: <http://webtop.msstate.edu/index.html>

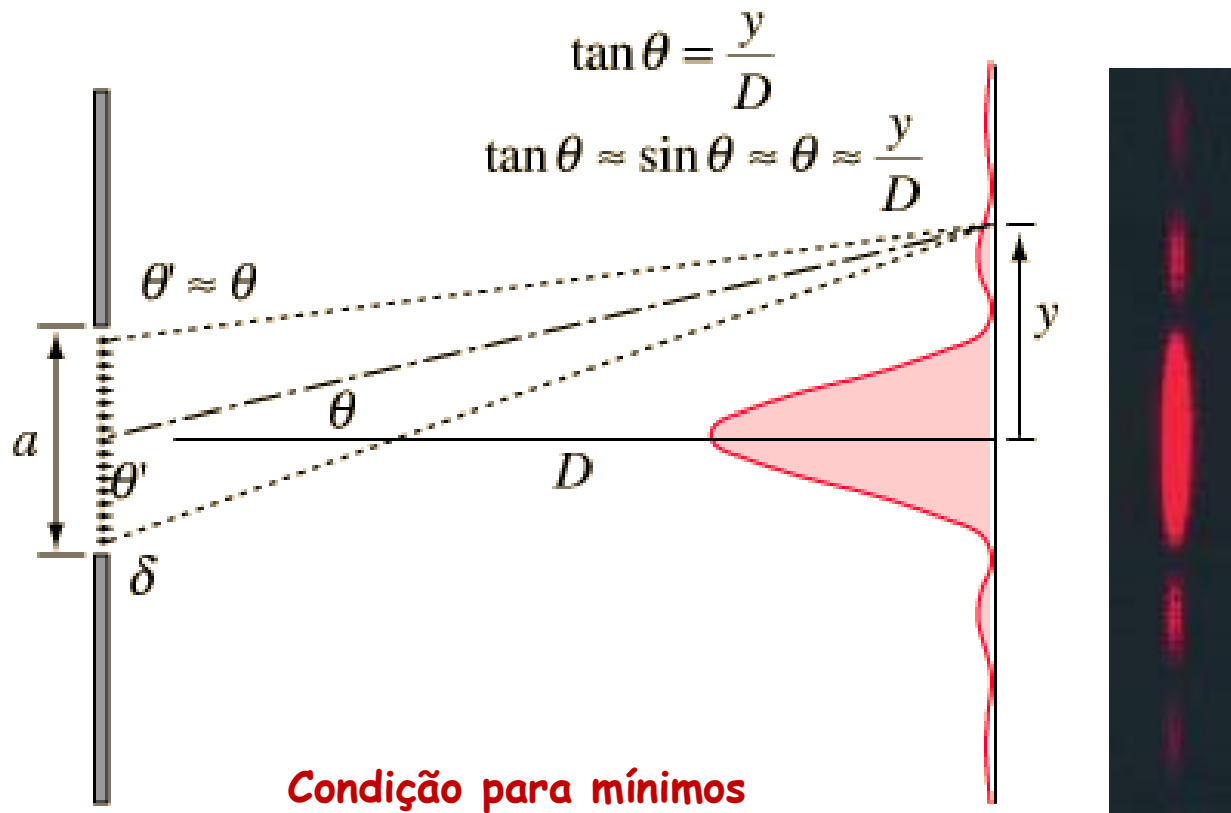








# Padrão de difração de Fraunhofer - Intensidade



$$I(\theta) = ?$$

$m=0$  não define um mínimo



$$\theta_0 = 0$$

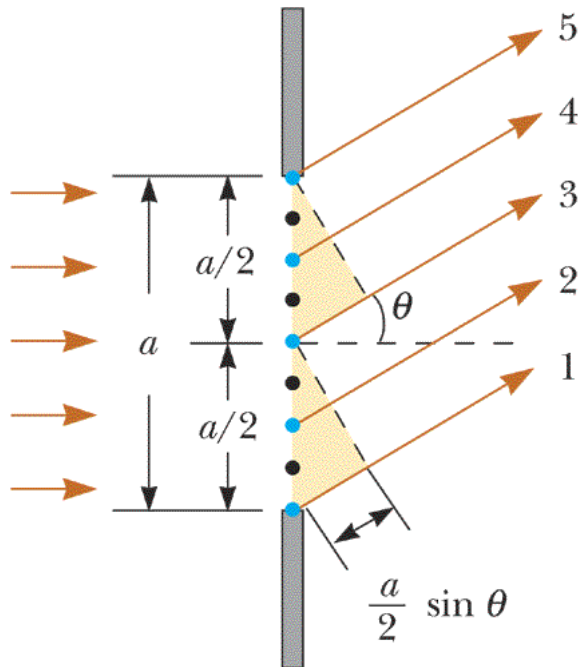
Primeiro máximo



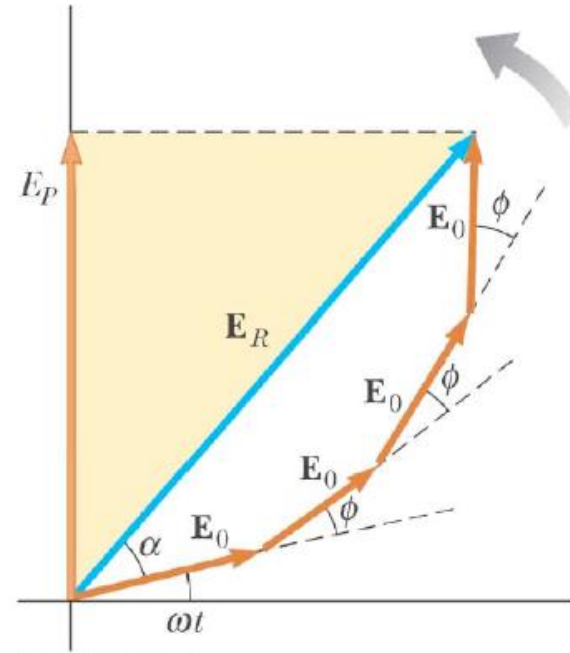
# Fasores

Cada ponto gera uma onda (campo) que interfere no ponto P

Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e  
Figure 27.15



Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.



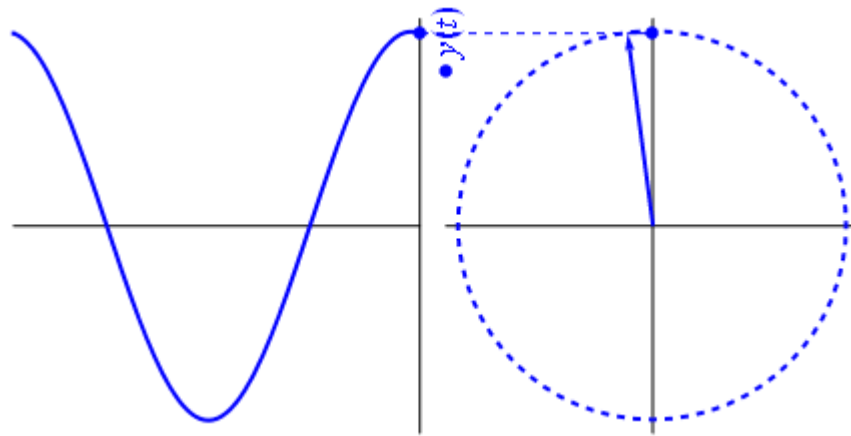
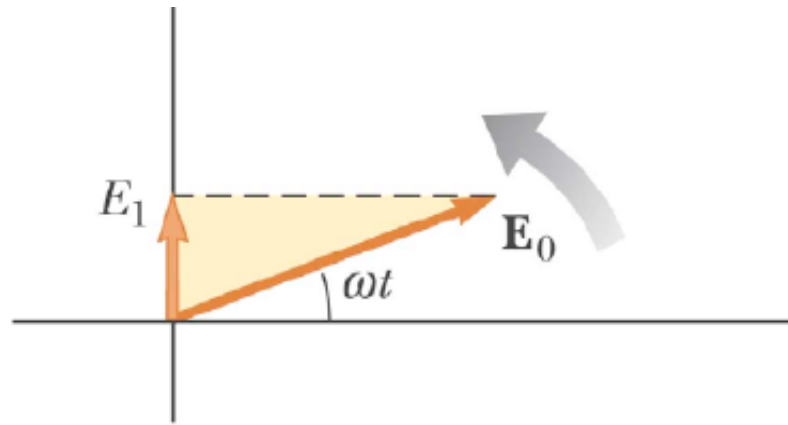
$$E_1 = E_0 \text{sen}(\omega t)$$

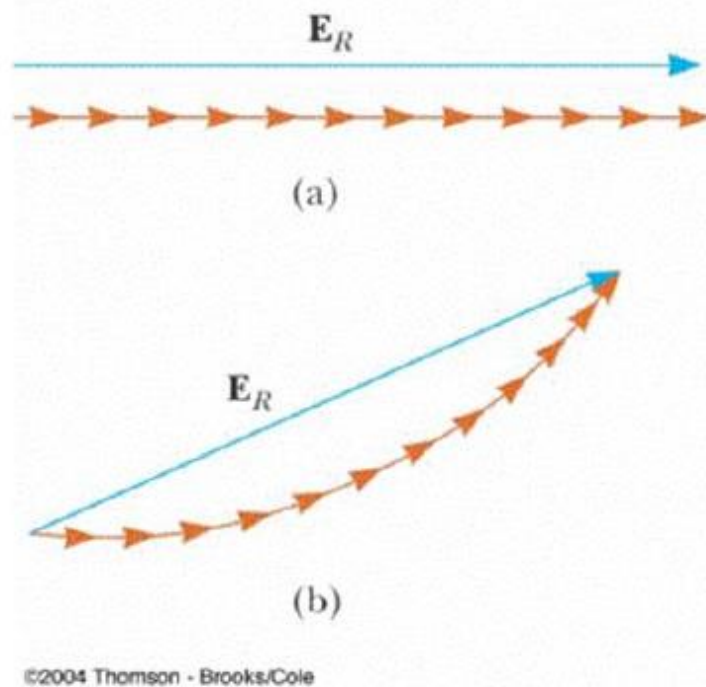
$$E_2 = E_0 \text{sen}(\omega t + \phi)$$

$$E_3 = E_0 \text{sen}(\omega t + 2\phi)$$

$$E_4 = E_0 \text{sen}(\omega t + 3\phi)$$

$$E_1 = E_0 \text{sen}(\omega t)$$

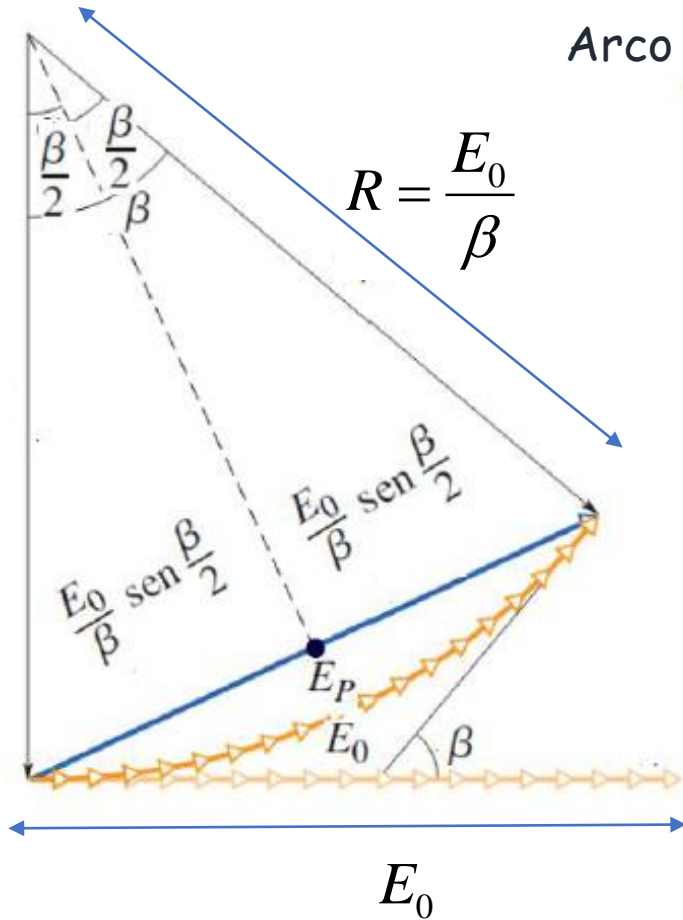




**Figura 10.15:** Diagrama de fasores para determinar a amplitude do campo resultante  $E_R$ . Cada fasor representa o campo elétrico de uma única faixa da abertura da fenda.

(a) Diagrama quando todos os fasores estão em fase (ponto  $R$  no centro da tela).

(b) Diagrama quando cada fasor possui uma pequena diferença de fase em relação ao fasor adjacente (ponto  $R$  afastado do centro da tela,  $\theta \neq 0$ ).



Arco de comprimento  $E_0$

$$\begin{cases} \Delta S = R\Delta\theta \\ E_0 = R\beta \end{cases}$$

$$R \sin\left(\frac{\beta}{2}\right) = \frac{E_p}{2}$$

$$E_p = 2R \cdot \sin\left(\frac{\beta}{2}\right) = \frac{E_0}{\frac{1}{2}\beta} \cdot \sin\left(\frac{\beta}{2}\right)$$

$$\frac{I}{I_0} = \frac{E_p^2}{E_0^2}$$

$$I = I_0 \left[ \frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right]^2$$

$\beta$  é a diferença de fase total entre a onda que sai do topo da fenda e a que sai da parte inferior

$I_0$  é a intensidade para  $\theta=0$ , isto é para intensidade do máximo central

$\beta$  é a diferença de fase total entre a onda que sai do topo da fenda e a que sai da parte inferior

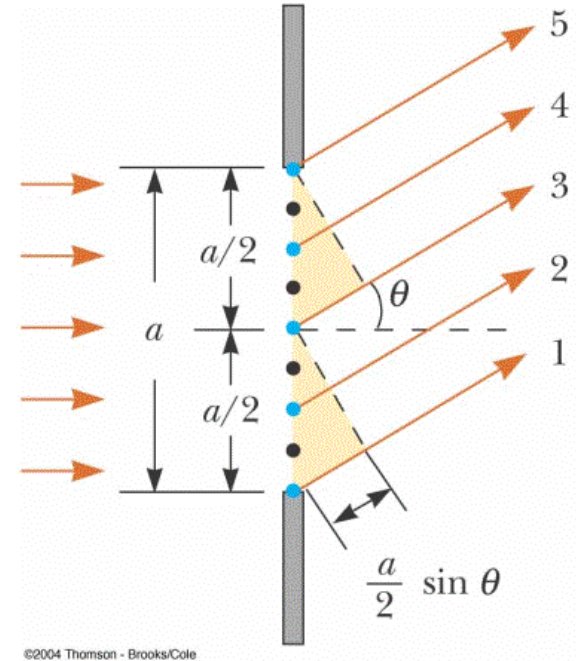
diferença de fase  $\alpha = \frac{\beta}{2}$

para uma diferença de caminho  $\delta = \frac{a}{2} \text{sen}\theta$

Uma diferença de caminho  $\lambda$  corresponde a uma diferença de fase de  $2\pi$ .

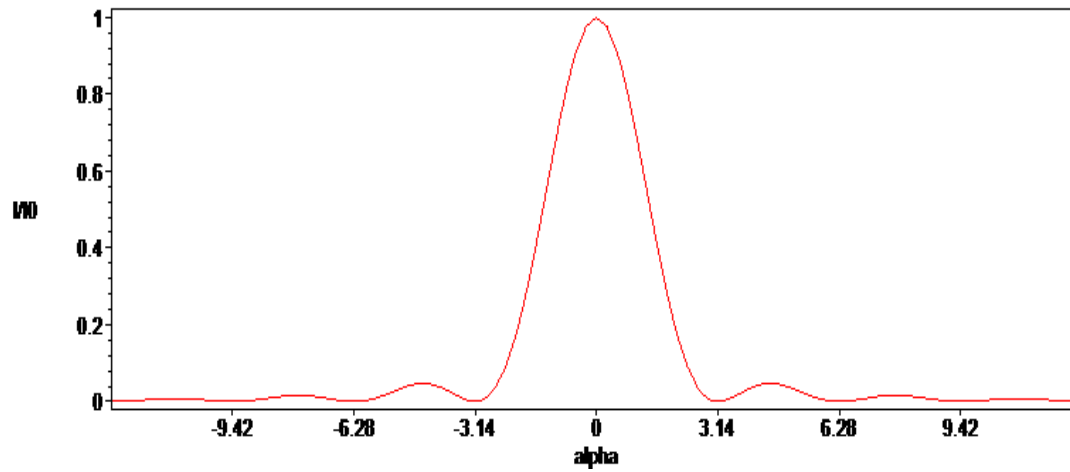
$$\frac{\delta}{\beta/2} = \frac{\lambda}{2\pi}$$

➔  $\alpha = \beta/2 = \frac{\pi}{\lambda} a \text{sen}\theta$



$$I = I_0 \left[ \frac{\text{sen}(\beta/2)}{\beta/2} \right]^2$$

$$I = I_0 \left[ \frac{\text{sen}(\alpha)}{\alpha} \right]^2$$



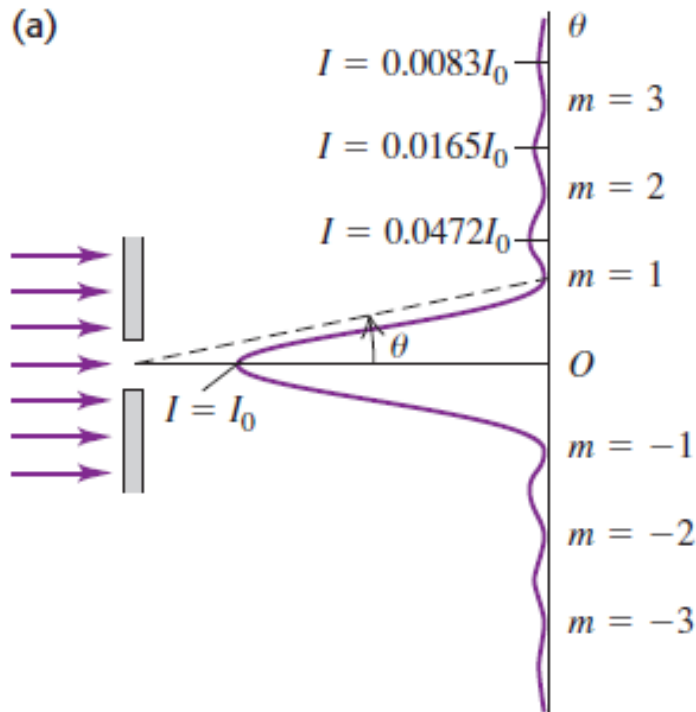
$$I(\theta) = I_m \left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$$



Os mínimos ocorrem para:

$$\alpha = m\pi \quad m = 1, 2, 3$$

Os máximos secundário ocorrem para :  $\alpha = \left(m + \frac{1}{2}\right)\pi \quad m = 1, 2, 3$



$$I(\theta) = I_m \left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$$

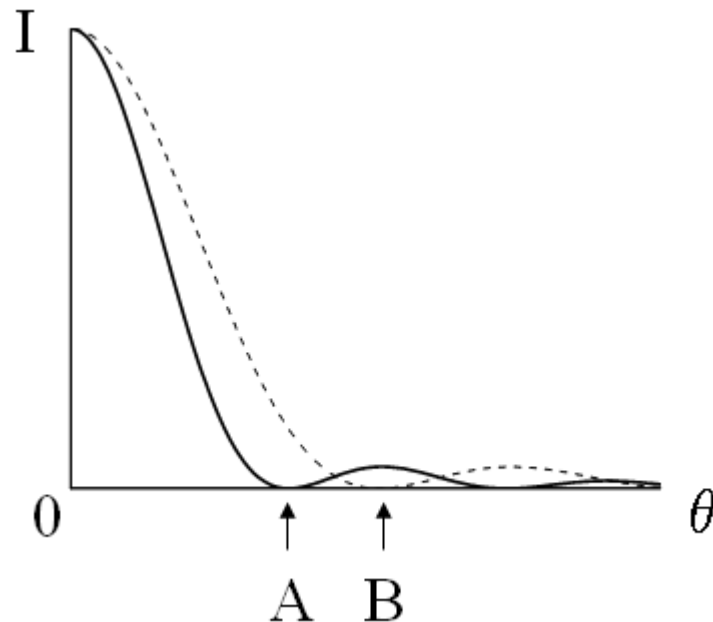
$\theta_0 = 0$  Primeiro máximo

## Exercício

Dois comprimentos de onda, 650 nm (vermelho) e 430 nm (azul), são usados separadamente em um experimento de difração por uma fenda. A figura mostra os resultados na forma de gráficos da intensidade  $I$  em função do ângulo  $\theta$  para as duas figuras de difração. Se os dois comprimentos de onda forem usados simultaneamente, que cor será vista na figura de difração resultante

(a) para o ângulo A e

(b) para o ângulo B?



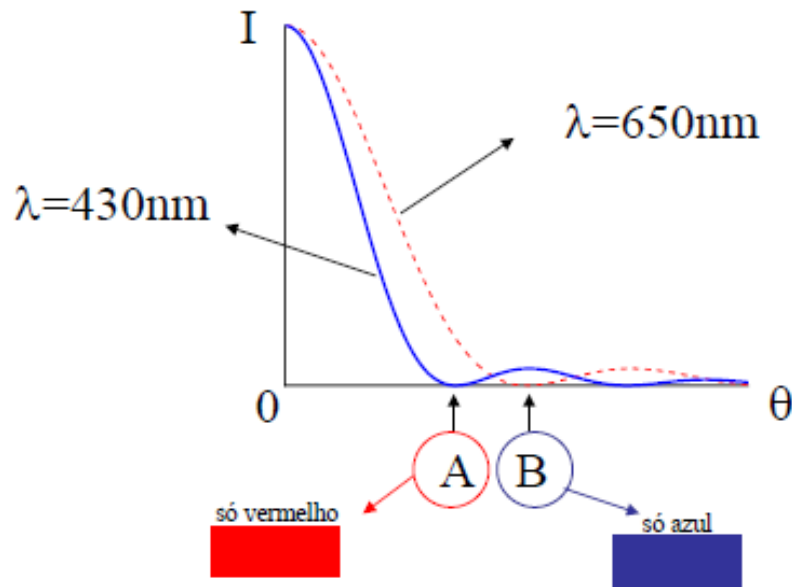


Lembrando:

$$a \sin \theta = m \lambda, m = 1, 2, 3, \dots (\text{min. - franja ecuras})$$

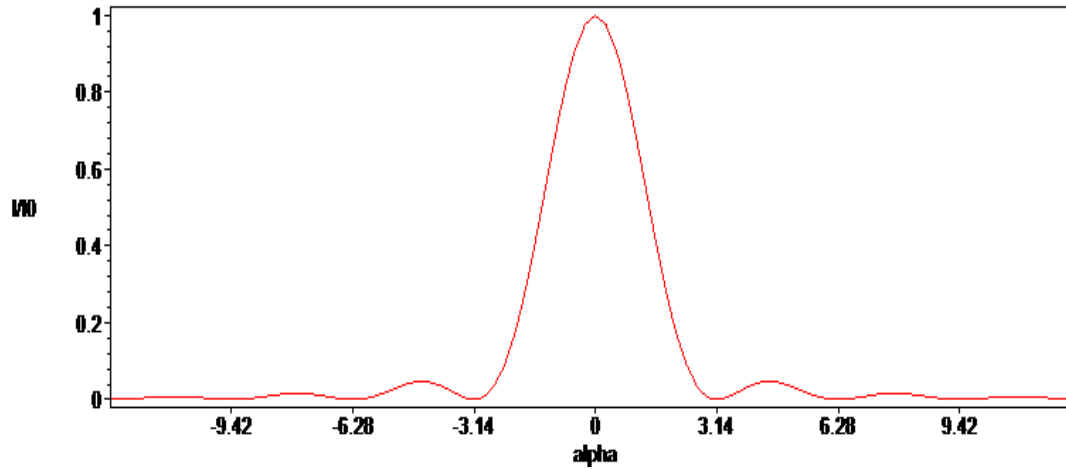
Portanto:

$$\theta_1 = \frac{\lambda}{a}$$



# Exercício

Determine as intensidades dos três primeiros máximos secundários da figura de difração de uma fenda expressas como porcentagens da intensidade do máximo central.



Os máximos secundário ocorrem para :  $\alpha = \left(m + \frac{1}{2}\right)\pi$        $m = 1,2,3$

$$I(\theta) = I_m \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha}\right)^2$$

$$\theta_0 = 0 \text{ Primeiro máximo}$$

O primeiro máximo secundário corresponde a  $m = 1$  e sua intensidade relativa é

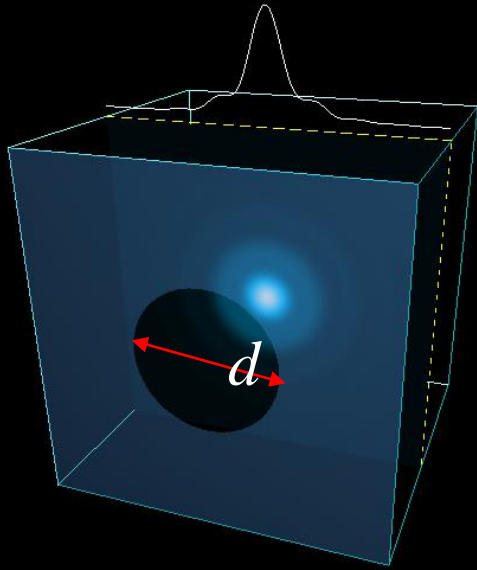
$$\frac{I_1}{I_0} = \left( \frac{\text{sen}(1 + \frac{1}{2})\pi}{(1 + \frac{1}{2})\pi} \right)^2 = \left( \frac{\text{sen } 1,5\pi}{1,5\pi} \right)^2$$
$$= 4,50 \times 10^{-2} \approx 4,5\%. \quad (\text{Resposta})$$

Para  $m = 2$  e  $m = 3$ , obtemos:

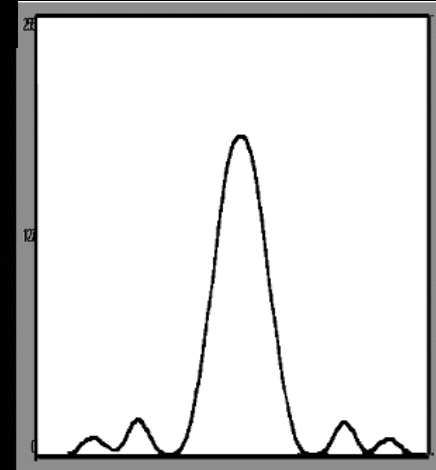
$$\frac{I_2}{I_0} = 1,6\% \quad \text{e} \quad \frac{I_3}{I_0} = 0,83\%. \quad (\text{Resposta})$$

Como mostram esses resultados, a intensidade dos máximos secundários é muito menor que a do máximo principal; a fotografia da Fig. foi deliberadamente superexposta para torná-los mais visíveis.

# Difração por uma abertura circular



Disco de Airy:



Wavelength: 450.0 nm Diameter: 0.4 mm Z: 89.0 mm

Mínimos para fenda única:

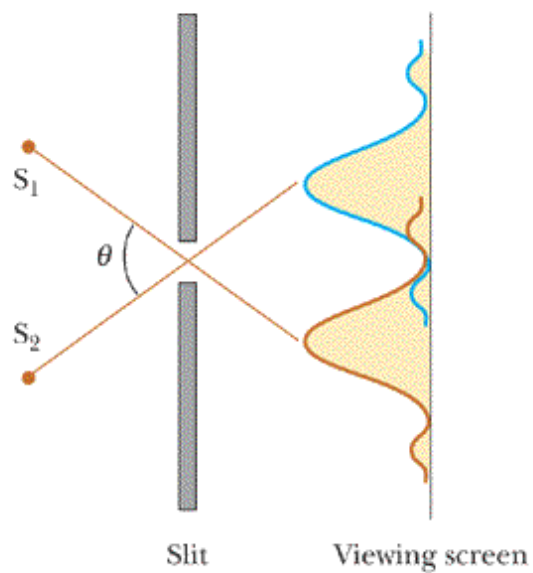
$$a \sin \theta_m = m \lambda$$



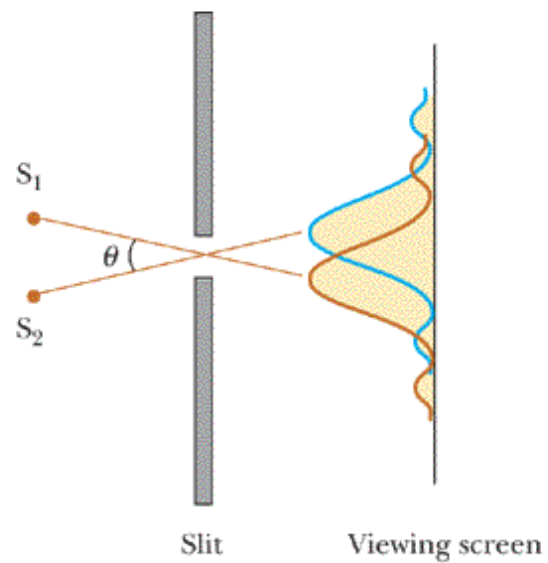
Primeiro mínimo para fenda única:

$$\sin \theta_1 = \frac{\lambda}{a}$$

Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e  
Figure 27.17

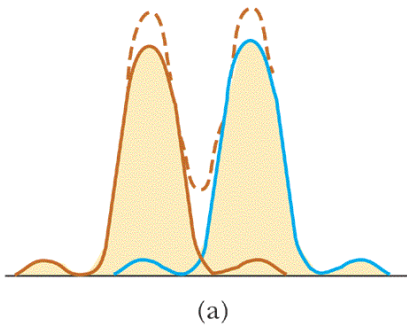


(a)



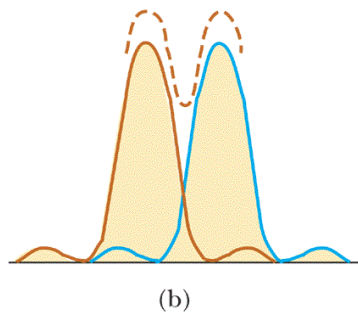
(b)

Serway/Jewett: Principles of Physics, 3/e  
Figure 27.18a (top)



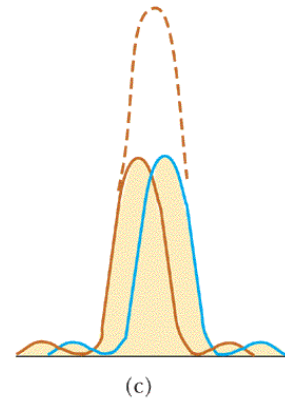
Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

Principles of Physics, 3/e  
top)

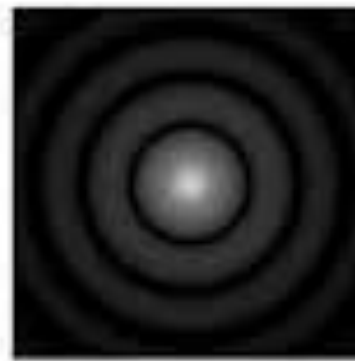
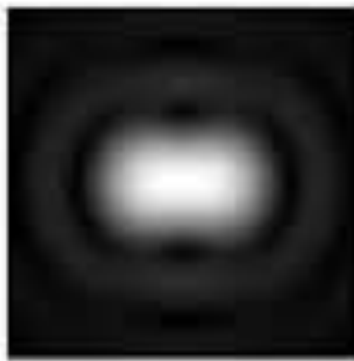
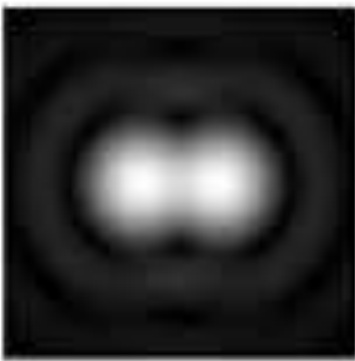


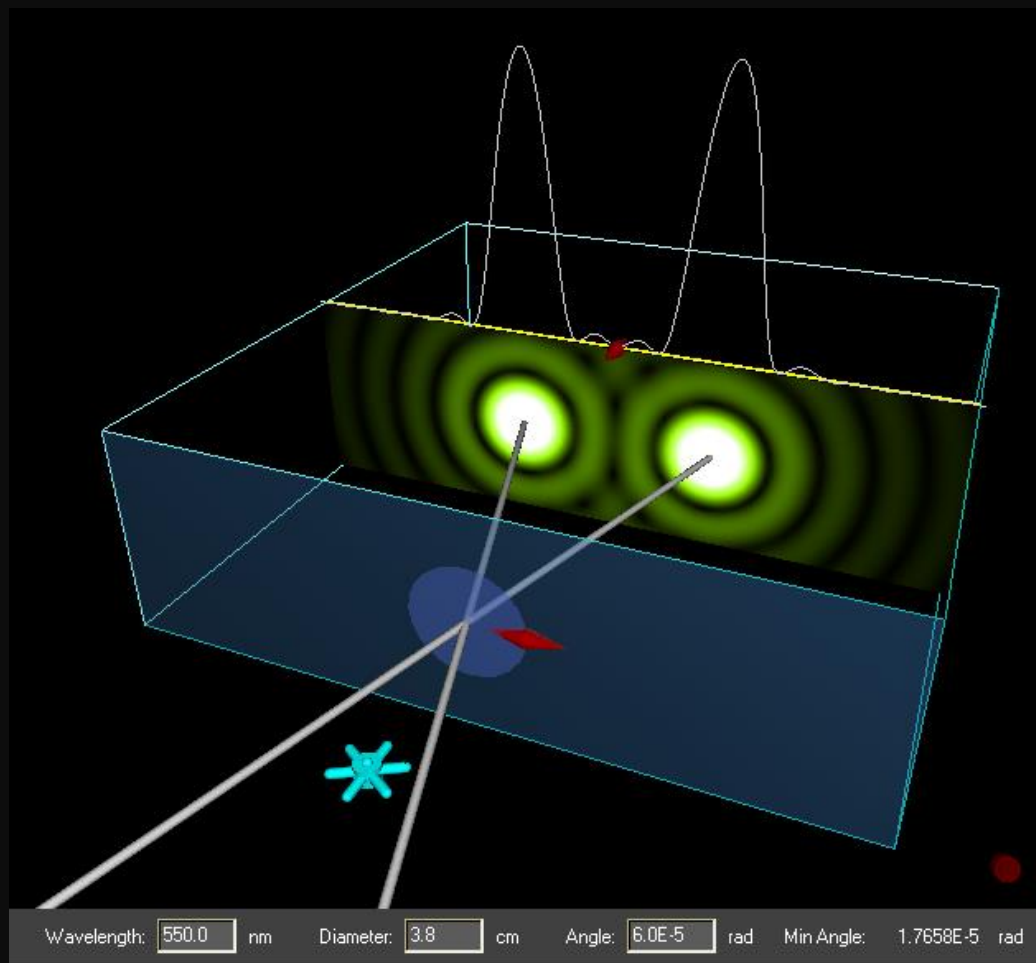
Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

Serway/Jewett: Principles of Physics, 3/e  
Figure 27.18c (top)

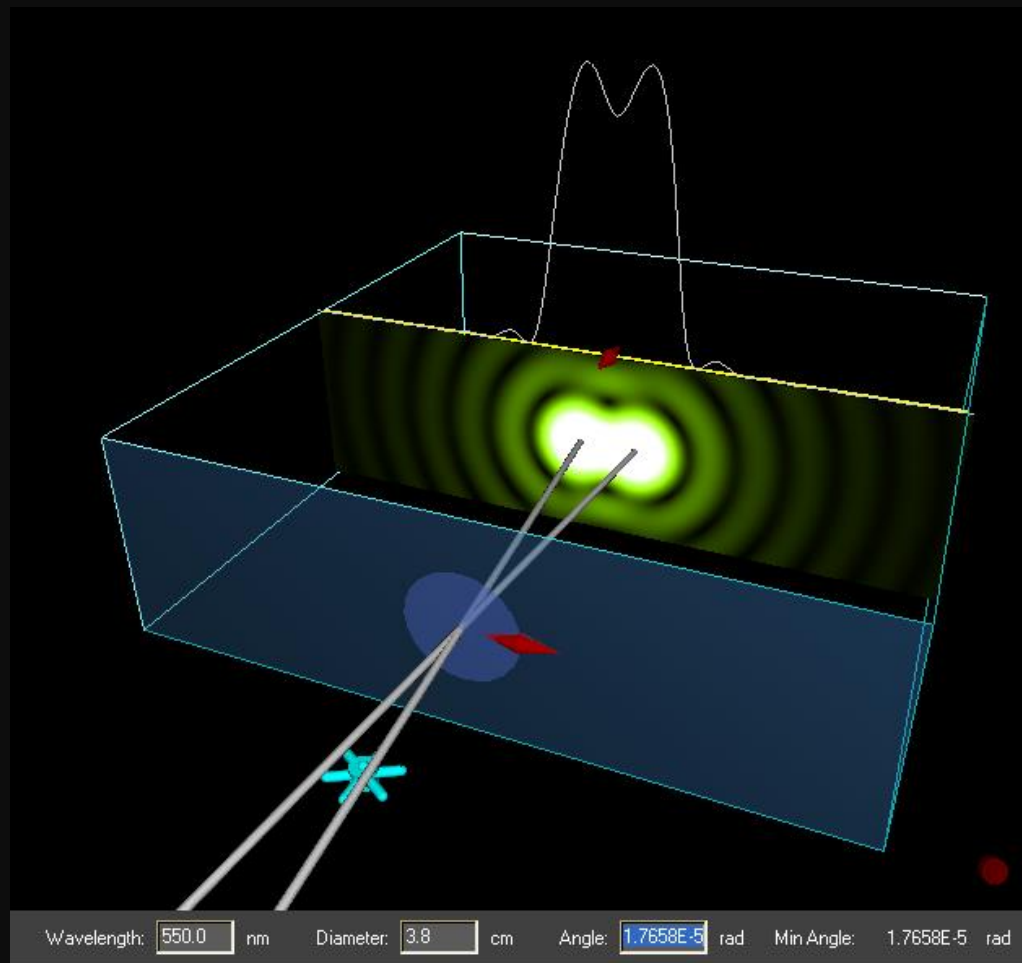


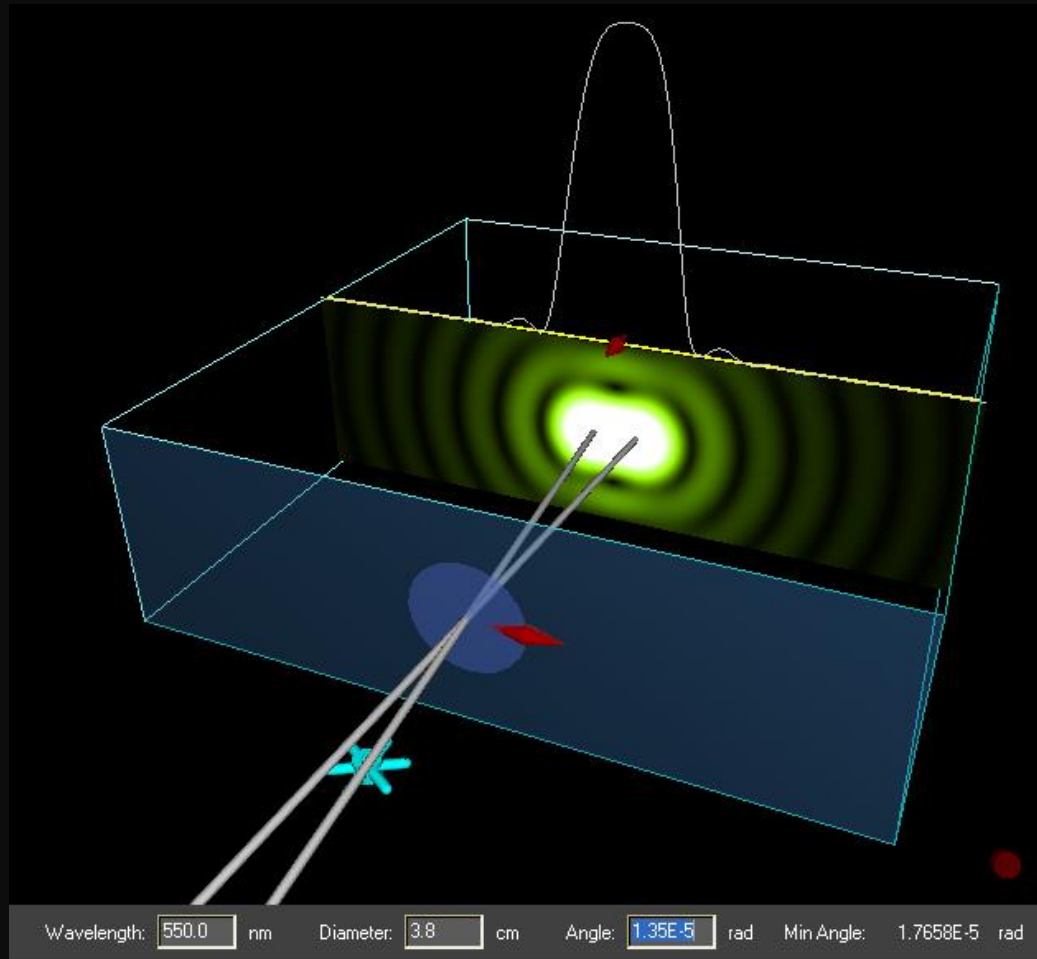
Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.





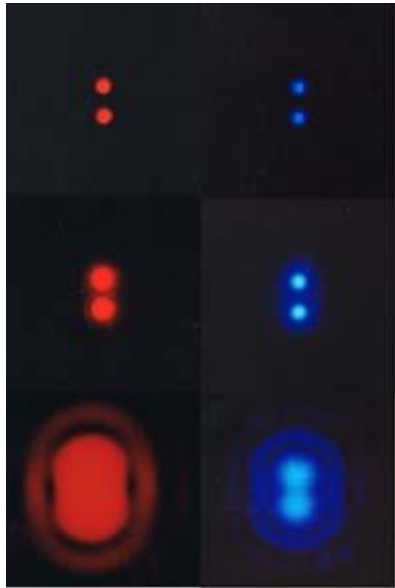




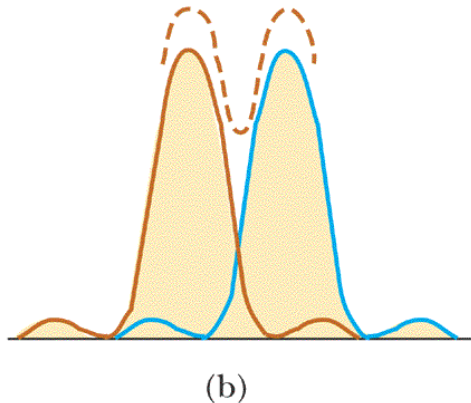


# Critério de resolução de Rayleigh

*A mínima separação angular possível de ser resolvida ou o limite angular de resolução*



/Jewett; Principles of Physics, 3/e  
27.18b (top)



Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

máximo do disco de Airy de uma das fontes coincide com o primeiro mínimo do padrão de difração da outra fonte.

Como ângulos são pequenos:

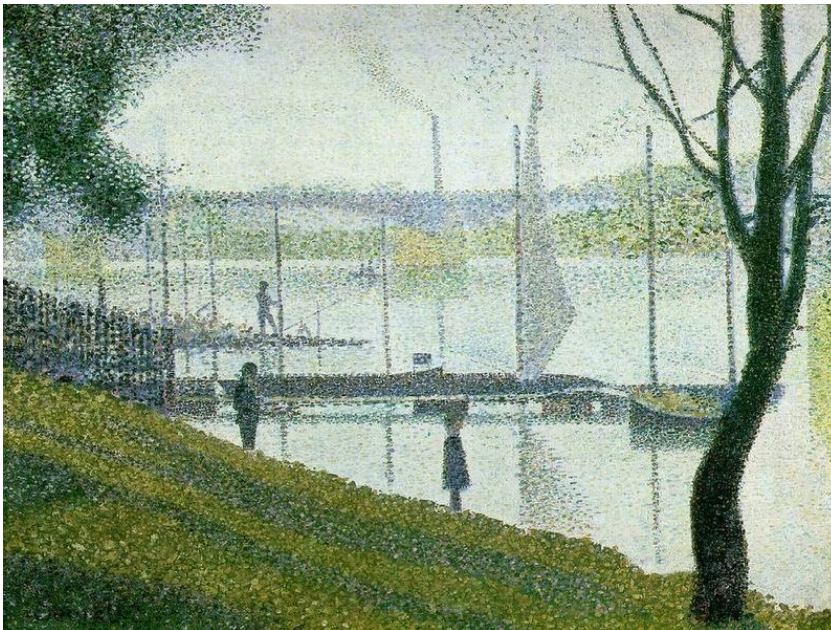
Primeiro mínimo (difração)  
para abertura circular:

$$\theta_R = 1,22 \frac{\lambda}{d}$$

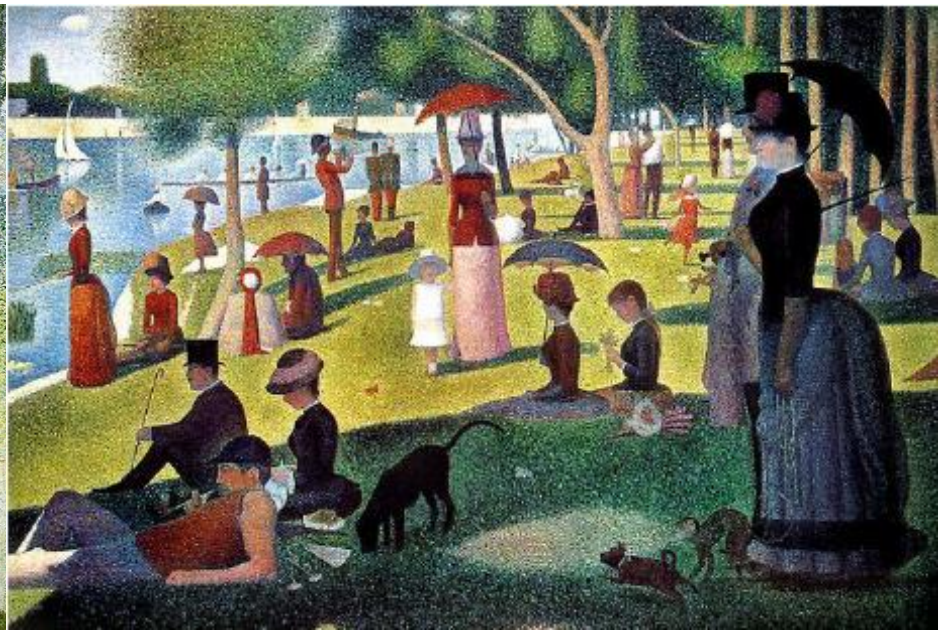
**Critério de Rayleigh**

## Exercício

O pintor neoimpressionista *Georges Seurat* (final do século XIX) pertencia à escola do pontilhismo. Suas obras consistiam em um enorme número de pequenos pontos igualmente espaçados (aprox. 2,00 mm) de pigmento puro. A idéia era ter cores como vermelho e verde próximas uma das outras para formar uma tela cintilante. A ilusão da mistura de cores é produzida somente nos olhos do observador.



Le Pont de Courbevoie 1886-1887

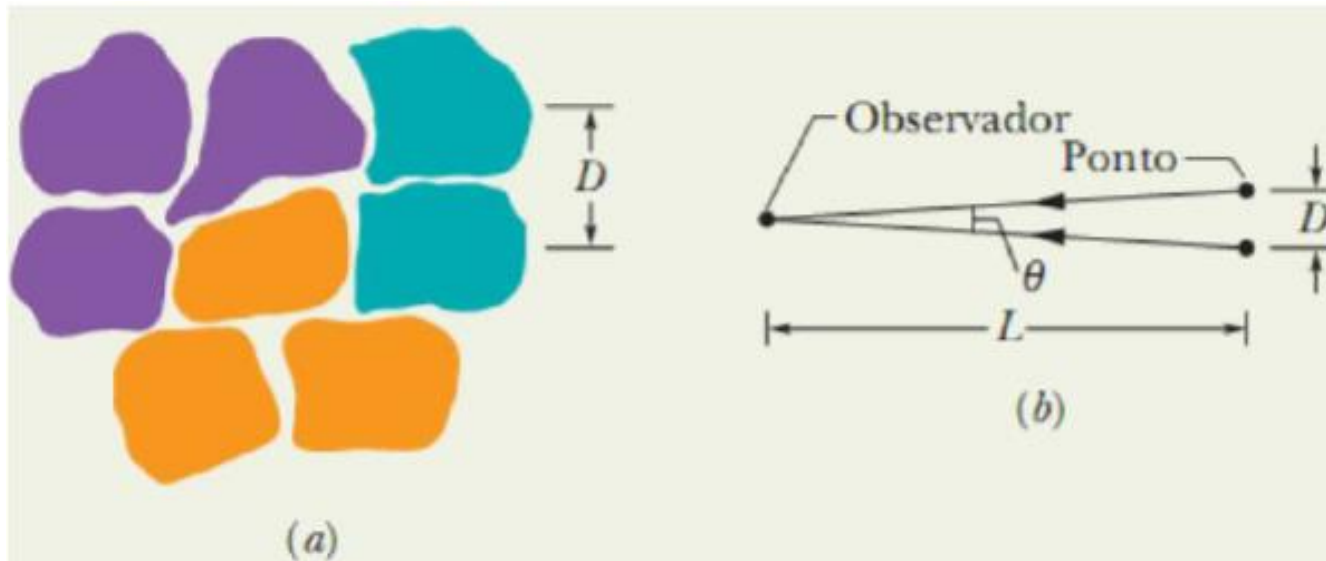


**Georges Seurat (French, 1859-1891)**

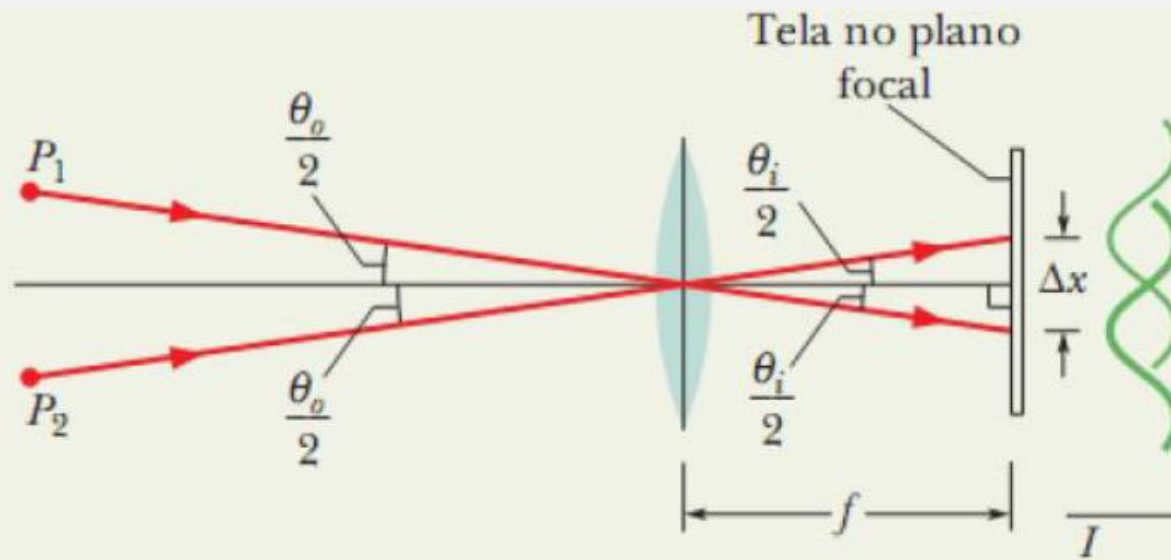
A Sunday on La Grande Jatte -- 1884, 1884-86

Oil on canvas, 81 3/4 x 121 1/4 in. (207.5 x 308.1 cm)



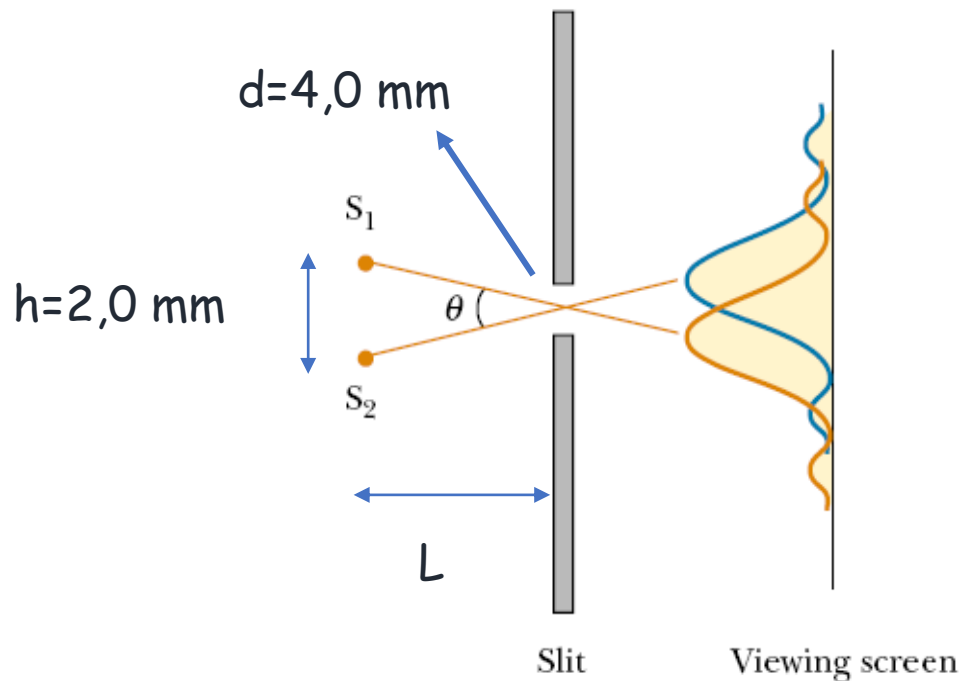


**Figura 36-13** (a) Representação de alguns pontos de uma pintura pontilhista; a distância média entre os centros dos pontos é igual a  $D$ . (b) Diagrama mostrando a distância  $D$  entre dois pontos, a separação angular  $\theta$  e a distância de observação  $L$ .



A que distância mínima de uma pintura como esta deveria o observador estar para observar a mistura desejada de cores?

Suponha comprimento de onda de 500 nm e que o diâmetro da pupila é de  $d=4,00$  mm



$$\theta_R = 1,22 \frac{\lambda}{d}$$

$$\theta = 152,5 \times 10^{-6} \text{ rad}$$

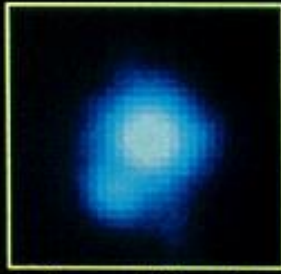
$$\theta = \text{tg } \theta \cong \frac{h}{L}$$

$$L = 13,1 \text{ m}$$

Metade das estrelas no céu são sistemas binários. No entanto nossa pupila não consegue distinguir.

O telescópio Hale no Monte Palomar tem um diâmetro de 200 in. Qual é o seu ângulo limite de resolução para uma luz de 600nm ?

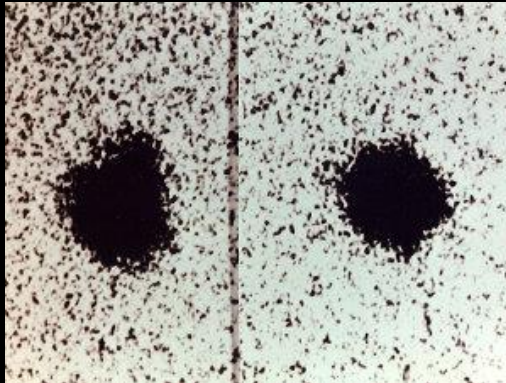
### Descoberta da lua Caronte em Plutão.



Ground Based



HST / FOC



Pluto and Charon

Hubble Space Telescope  
Faint Object Camera

$$\theta = 1,4 \times 10^{-7} \text{ rad}$$
$$= 0.03s$$

Devido atmosfera conseguimos apenas 1 s de arco



## Exercício

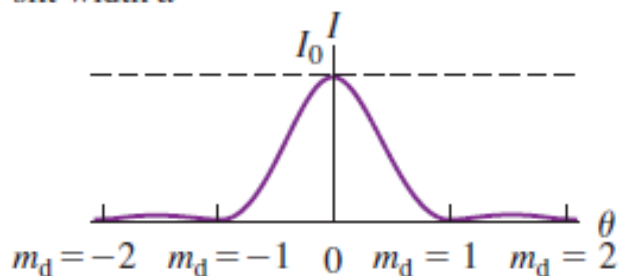
Um satélite espião consiste em um espelho côncavo de grande diâmetro que forma uma imagem sobre um detector de câmera de TV e envia imagem para um receptor no solo por ondas de rádio. Com efeito, é um telescópio astronômico em órbita, olhando para baixo em vez de para cima. Um satélite espião pode ler a placa de um carro ?

- O espelho côncavo desses satelites tem no máximo 5 m de abertura
- A altura do satélite deve ser em torno de 200 km.

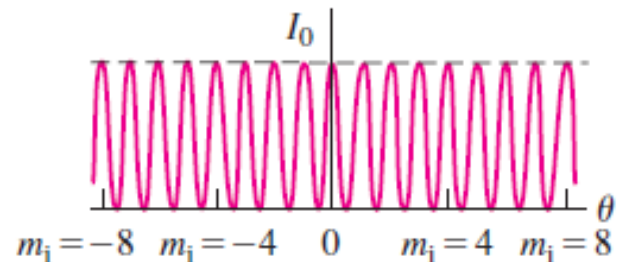
$$\theta_R = 1.22 \frac{\lambda}{d}$$

$$\theta = \text{tg } \theta \cong \frac{\Delta x}{L}$$

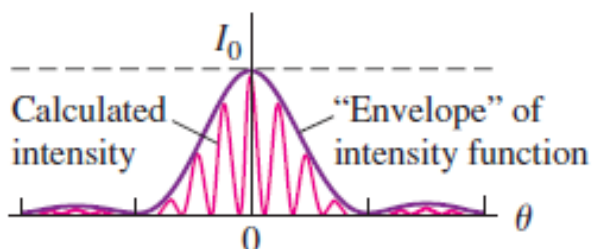
(a) Single-slit diffraction pattern for a slit width  $a$



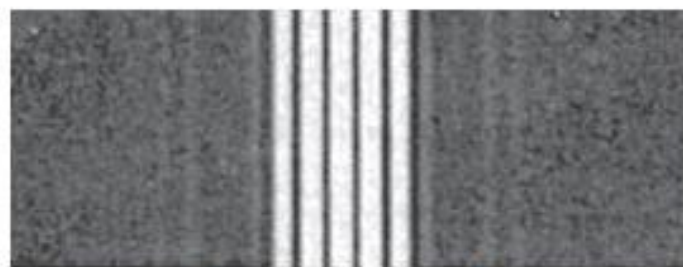
(b) Two-slit interference pattern for narrow slits whose separation  $d$  is four times the width of the slit in (a)



(c) Calculated intensity pattern for two slits of width  $a$  and separation  $d = 4a$ , including both interference and diffraction effects



(d) Actual photograph of the pattern calculated in (c)



For  $d = 4a$ , every fourth interference maximum at the sides ( $m_i = \pm 4, \pm 8, \dots$ ) is missing.