

Física IV

2020

Professor: Valdir Guimarães

E-mail: valdir.guimaraes@usp.br

Aula-2: Interferência

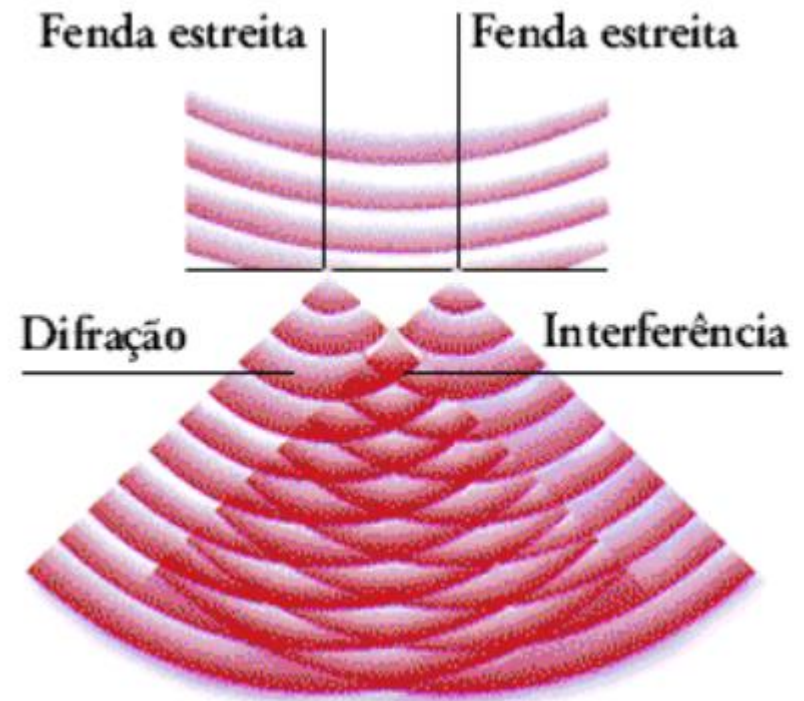
Objetivos:

Nessa aula vamos:

- ❑ Ver o que acontece quando duas ondas se combinam ou interferem no espaço
- ❑ Entender a figura de interferência formada pela combinação de duas ondas coerentes.
- ❑ Calcular a intensidade em vários pontos de uma figura de interferência.
- ❑ Entender como a interferência ocorre quando a luz reflete em uma película fina.
- ❑ Entender como a interferência possibilita medir distâncias muito pequenas

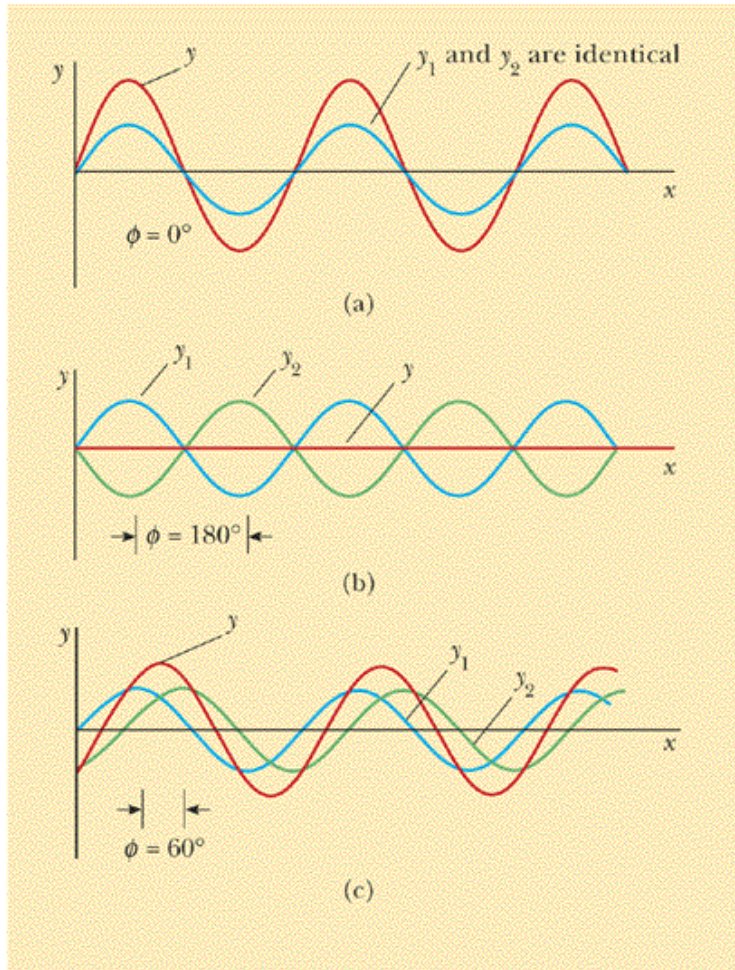
Objetivos:

Interferência da luz é o fenômeno onde dois raios de luz coerentes interferem de forma construtiva ou destrutiva formando a figura de franjas de interferência regiões mais claras e escuras.



Ondas unidimensionais (onda mecânica numa corda)

Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 14.3



Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

Ondas são caracterizadas por

- ❑ Amplitude (A)
- ❑ Frequência (ν)
- ❑ Comprimento de onda (λ)
- ❑ Fases (ϕ)

Equação de onda:

$$y = y_0 \sin(kx - \omega t + \Phi_0)$$

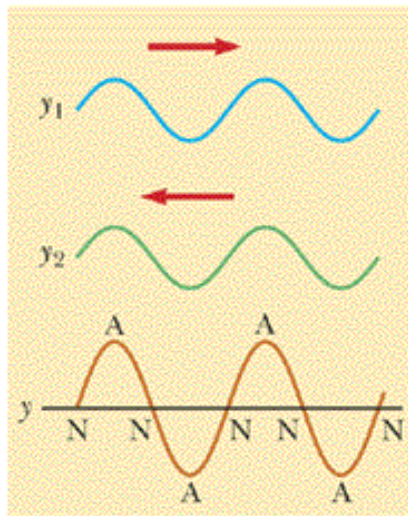
Numero de onda $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

Frequência angular $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$

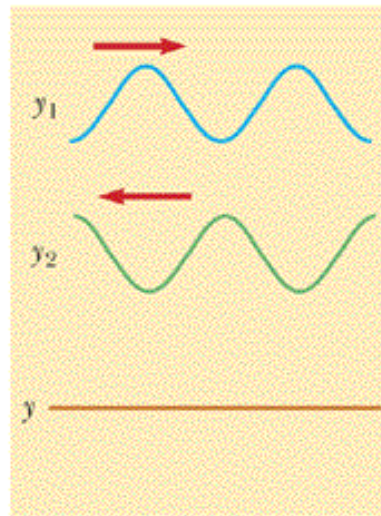
fase Φ_0

Interferência de ondas unidimensionais

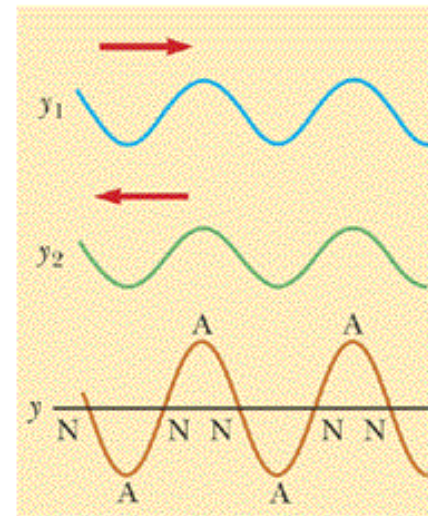
- ❑ Mesma amplitude
- ❑ Mesma frequência
- ❑ Mesmo comprimento de onda
- ❑ Diferentes fases



(a) $t = 0$



(b) $t = T/4$



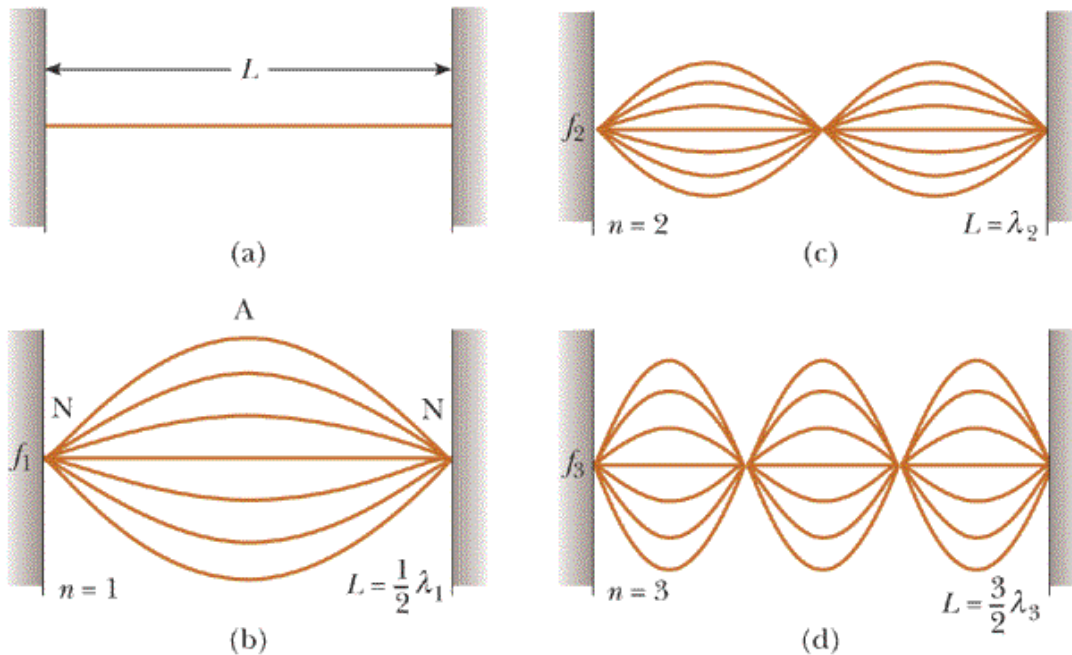
(c) $t = T/2$

Ondas estacionárias

- Mesma amplitude
- Mesma frequência
- Mesmo comprimento de onda
- Reflexão

Ondas estacionárias

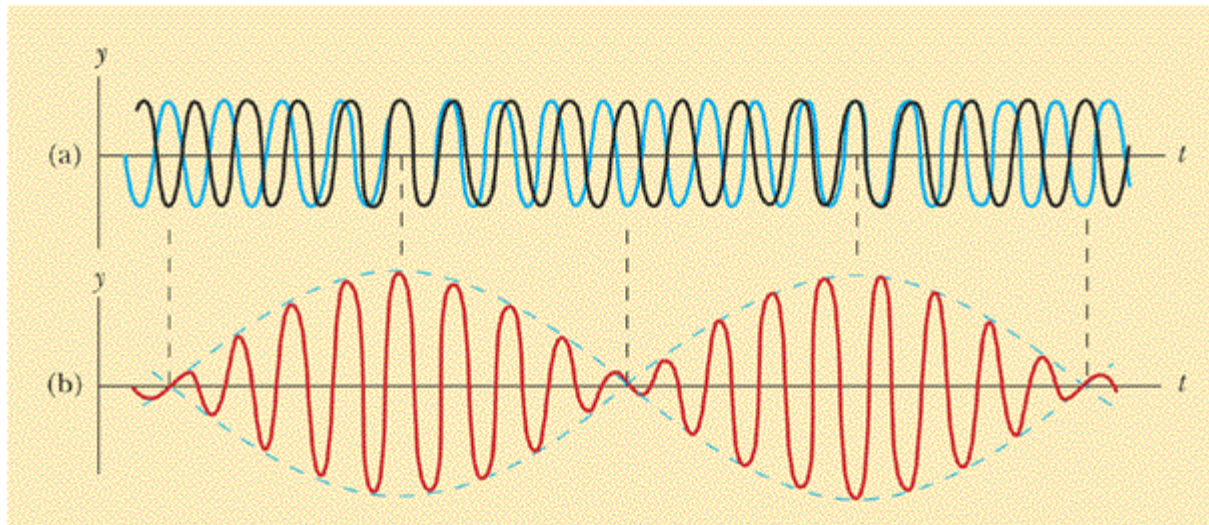
Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 14.8



Interferência de ondas unidimensionais

- Mesma amplitude
- Mesma frequência
- Mesmo comprimento de onda
- Fases diferentes

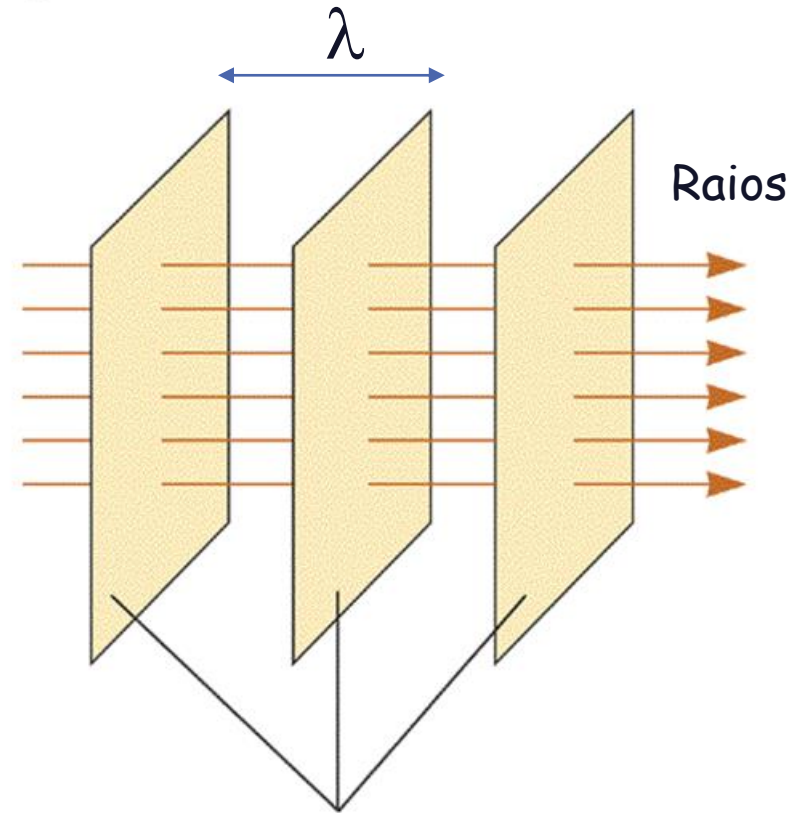
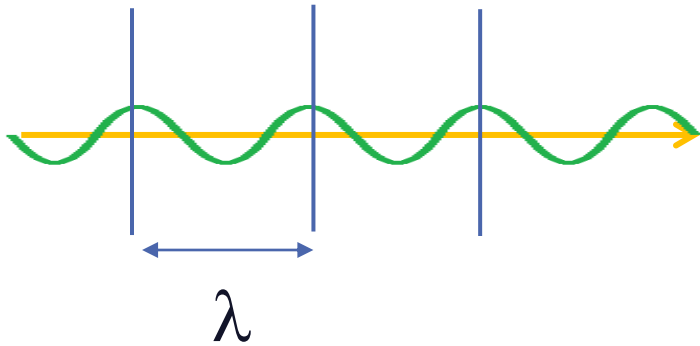
Figuras de batimento



Frentes de onda plana

Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 25.1

Frentes de onda



Frentes de onda

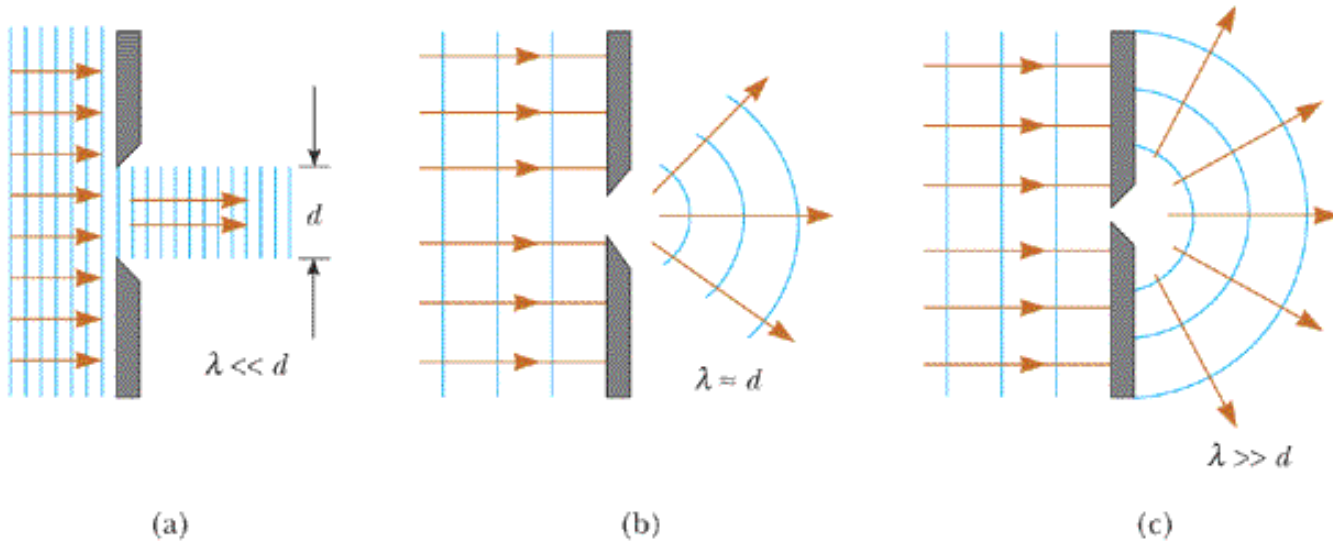
Modelo de raio na óptica geométrica

Uma onda plana com comprimento de onda λ incide sobre uma barreira na qual há uma abertura com diâmetro d :

a) $\lambda \ll d$ aproximação retilínea continua válida.

b) $\lambda \approx d$ a difração se torna significativa e a onda emergente é esférica

c) $\lambda \gg d$ abertura se comporta como uma fonte pontual emitindo ondas esféricas

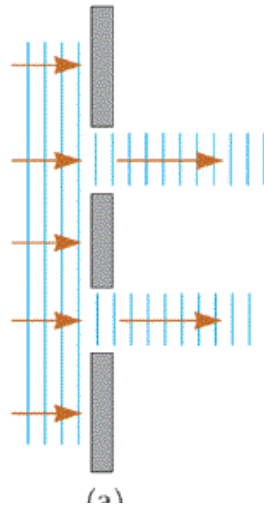


Importante: relação entre comprimento de onda e dimensão da fenda

Modelo de raio na óptica geométrica e óptica física

Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 27.11

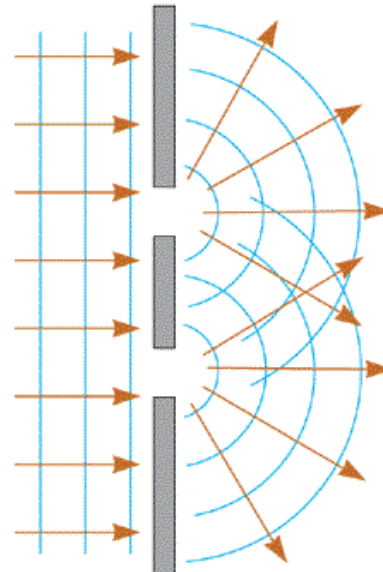
Óptica geométrica
Raios de luz,
Reflexão,
refração



$$\lambda \ll d$$

aproximação retilínea
continua válida.

Óptica ondulatória
Interferência
difração



$$\lambda \gg d$$

abertura se comporta como uma fonte
pontual emitindo ondas esféricas.
Aproximação retilínea não é mais válida

Porque não vemos interferência luminosa quando duas fontes de luz são colocadas próximas ?

Os efeitos de interferência em ondas eletromagnéticas não são fáceis de observar por causa do curto comprimento de onda luminosa (10^{-7} m).

Para que o fenômeno de interferência ocorra são necessárias duas fontes produzindo ondas de comprimento de ondas idênticos e em fase.

- ❑ Fontes coerentes: a diferença de fase não varia com o tempo
- ❑ Fonte incoerentes: a diferença de fase varia com o tempo

- ❑ A coerência temporal deve ser da ordem de 10^{-8} s.
- ❑ Nesse tempo as ondas sofrem variações que o olho humano não percebe.
- ❑ Luz é emitida de forma randômica com diferentes fases.

Vamos considerar ondas monocromáticas e coerentes

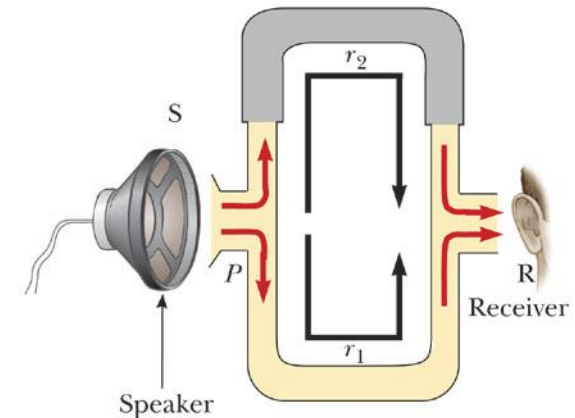
Ondas Coerentes

Ondas coerentes são mais fáceis de serem alcançadas com ondas sonoras.

Um exemplo de ondas coerentes é uma onda sonora produzida pelo mesmo amplificador mas enviada a diferentes receptores.

Podemos obter ondas de luz coerente se conseguirmos dividi-las em duas.

Diferença de caminho



Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

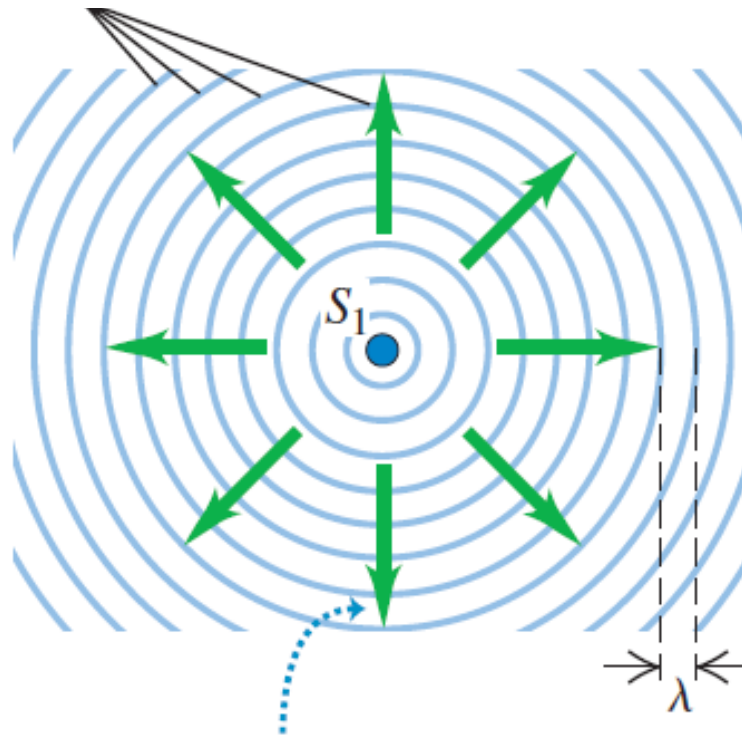
Frentes de onda esféricas:

Ondas podem ser bidimensionais ou tridimensionais.

Ondas na superfície da água são bidimensionais

Ondas luminosas são tridimensionais.

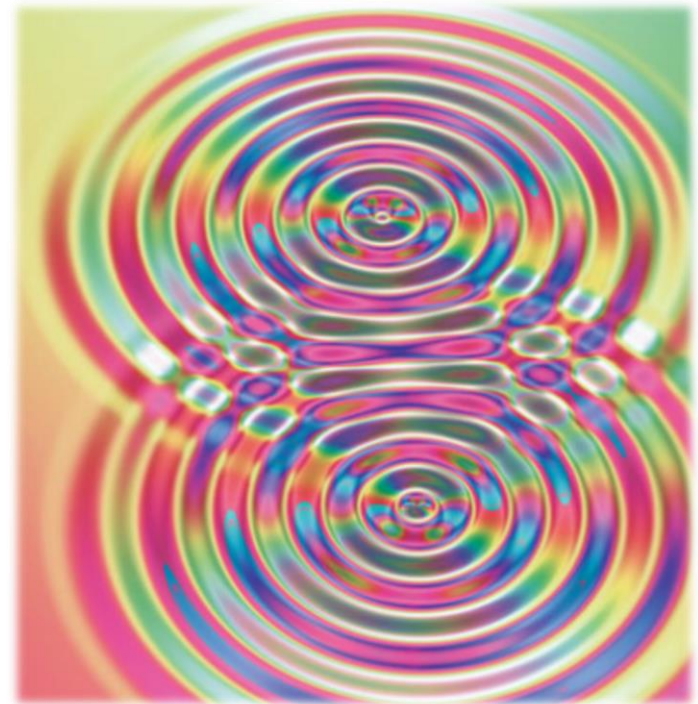
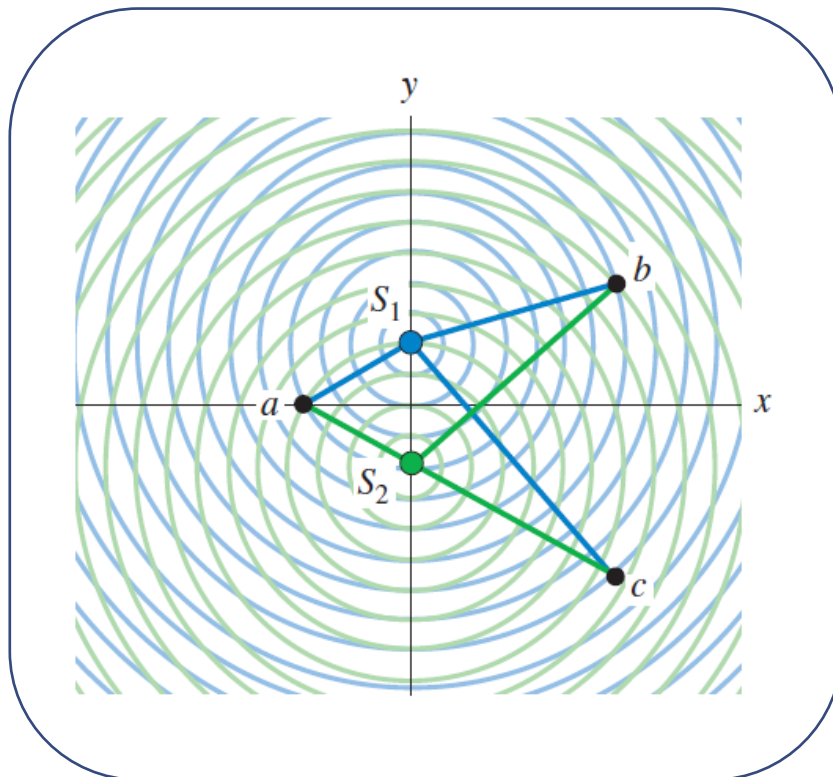
cristas de ondas distanciadas por um comprimento de onda



Interferência frente de onda esférica

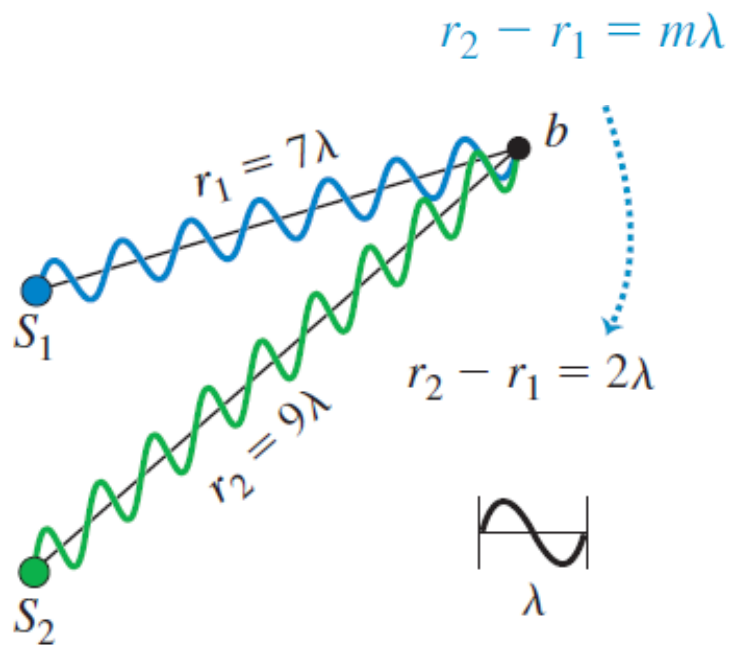
Interferência produzida por duas fontes

Interferência por ondas de água na superfície ou ondas luminosas

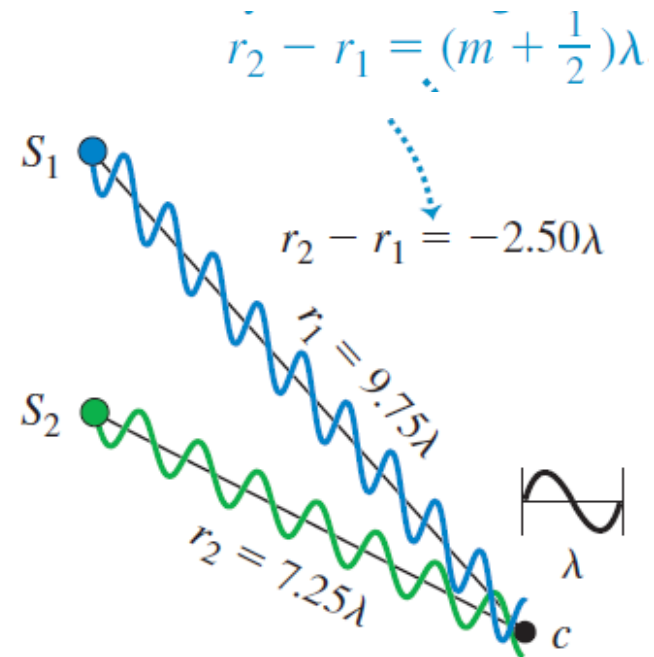


- ❑ Interferência se dá devido a superposição de ondas.
- ❑ Superposição -> relação entre diferença de caminho e comprimento de onda

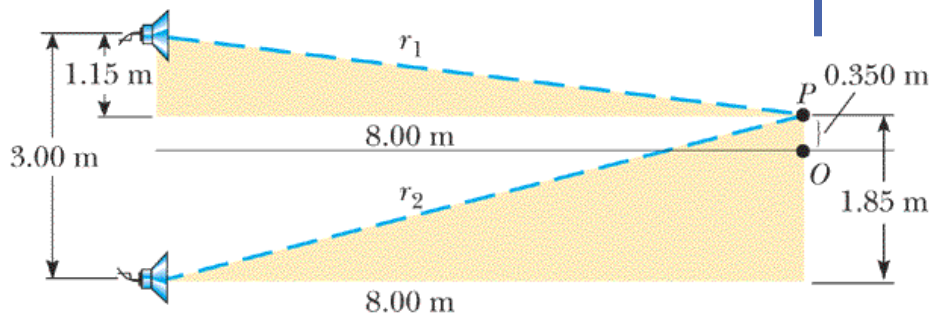
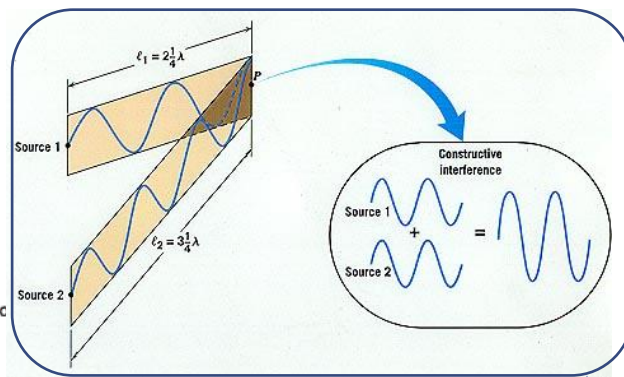
Interferência construtiva



Interferência destrutiva



Serway/Jewett; Principles of Physics
Figure 14.5



Diferença de caminho

$$\delta = r_2 - r_1$$

Interferência construtiva

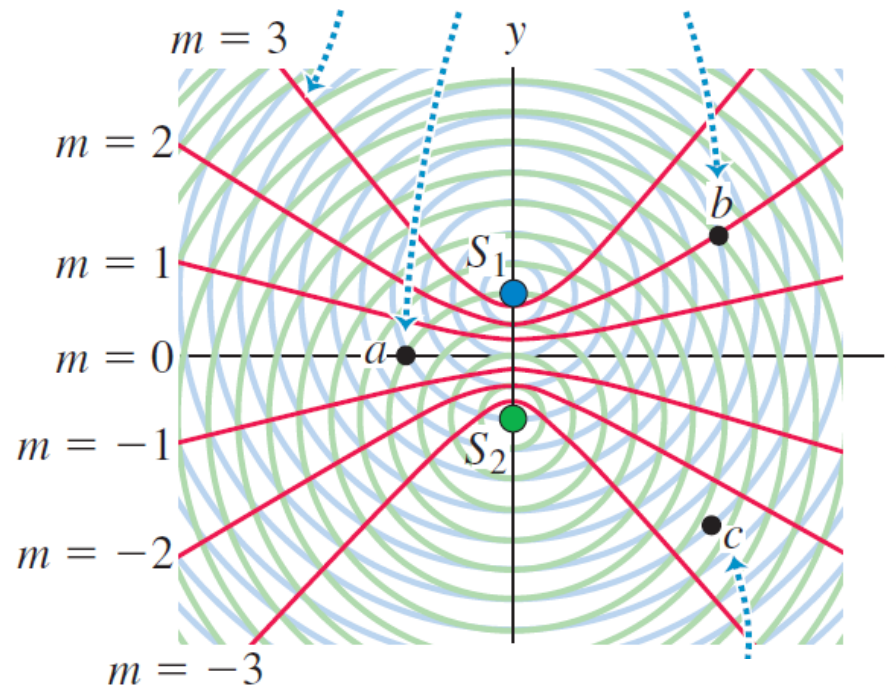
$$\delta = m\lambda$$

Interferência destrutiva

$$\delta = (m + \frac{1}{2})\lambda$$

Curvas anti-nodais
Interferencia construtiva

a e b ondas chegam em fase
e interferem construtivamente



$m = \dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \dots$ múltiplos de comprimentos de onda que os caminhos diferem

Importante -> Apesar da semelhança os nós não são ondas estacionárias.

Nas ondas estacionais não há fluxo de energia. Na interferência a energia ainda é propagada

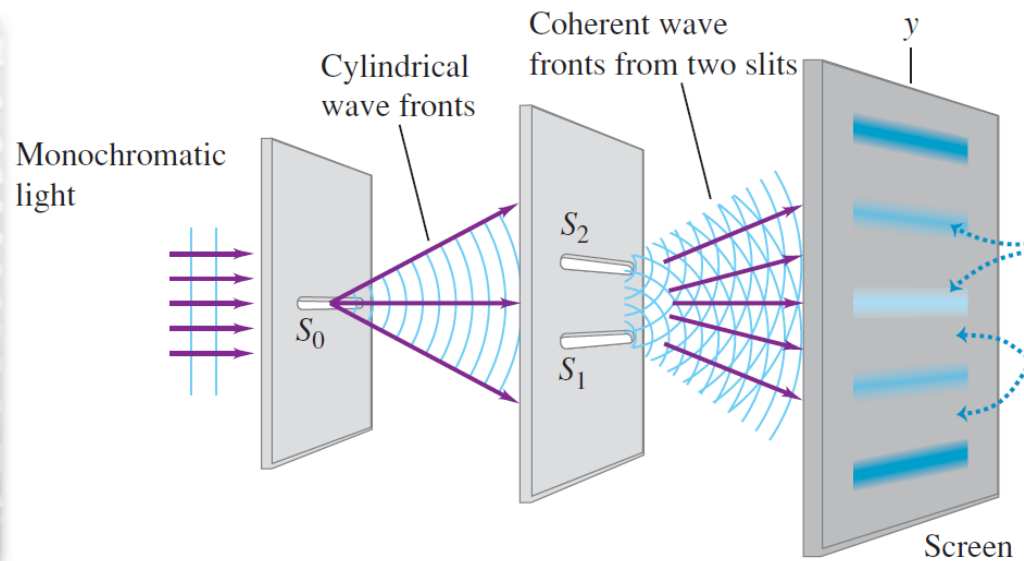
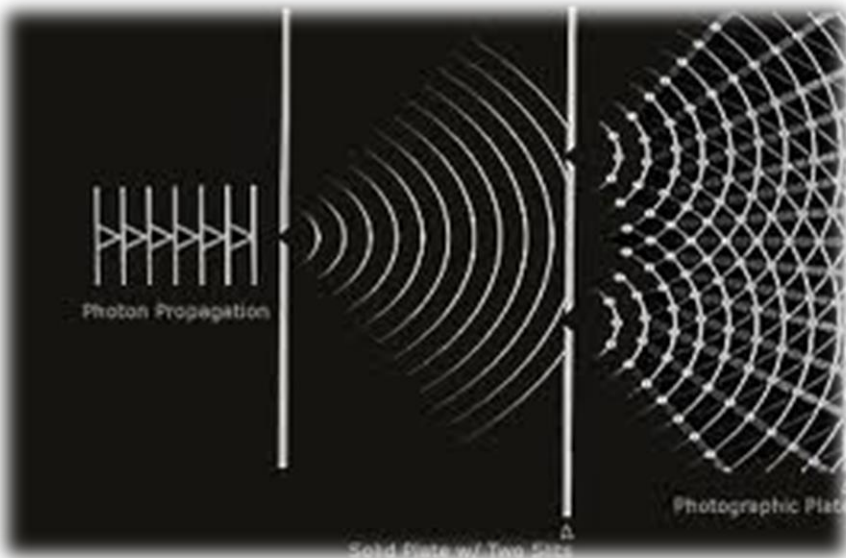
Experiência de Young da dupla fenda

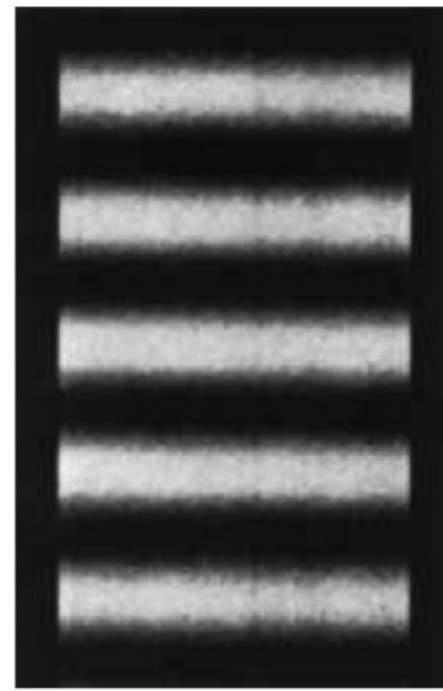
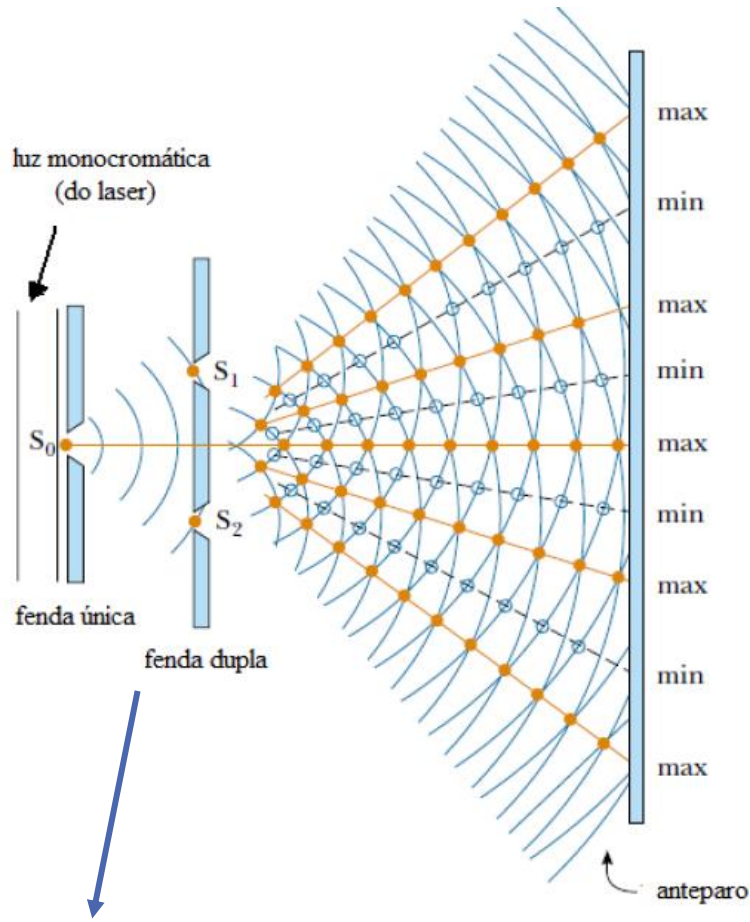
Interferência produzida por duas fendas

Uma das primeiras experiências quantitativas para revelar a interferência de luz proveniente de duas fontes foi realizada pelo cientista Thomas Young.

Abertura S_0 da ordem de $1\mu\text{m}$

A fenda dupla S_1 e S_2 serve para dividir a luz.



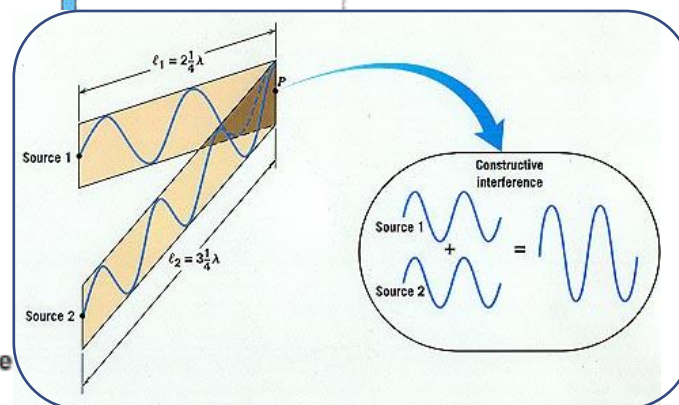
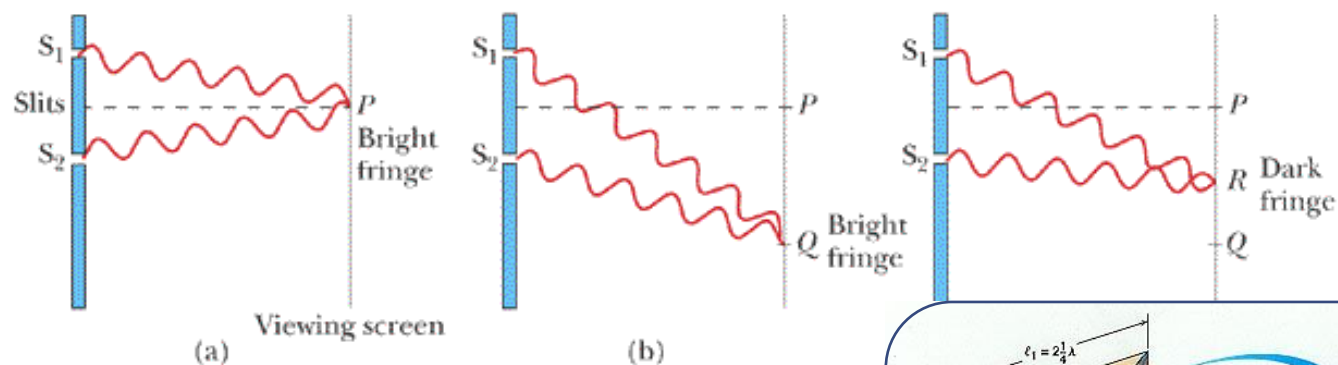


Para garantir que as ondas saindo de S_1 e S_2 sejam coerentes.

Franjas de interferência com máximos e mínimos de intensidade

Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 27.2

Condição de interferência no ponto em que as ondas se encontram.



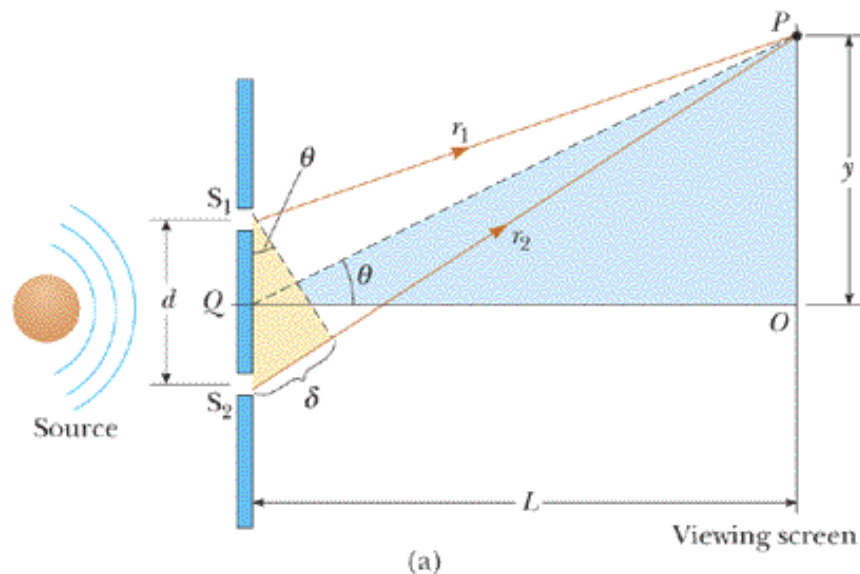
Condições para interferência de fenda dupla

a = largura da fenda

d = separação entre as fendas

$d \gg a$ separação entre as fendas maior que a largura (fenda estreita)

$\lambda \gg a$ Comprimento de onda maior que abertura da fenda

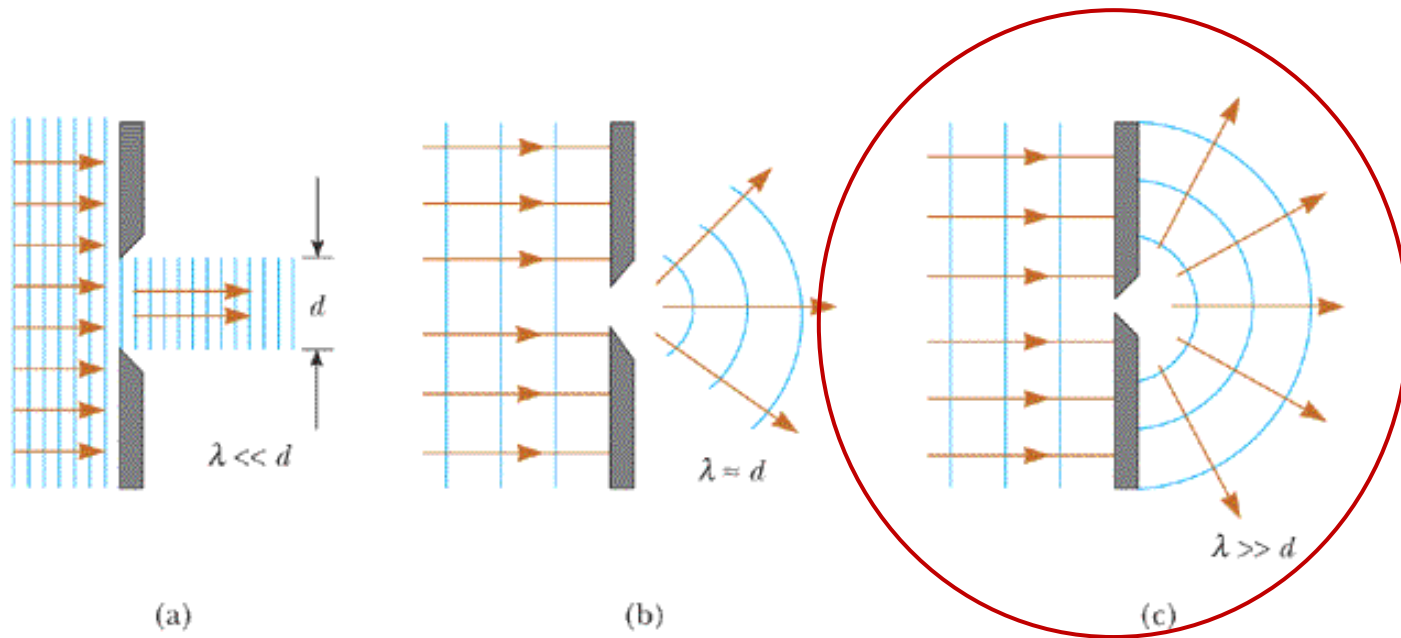


$L \gg d$ Anteparo longe da fenda para garantir que os raios incidam paralelos no anteparo. (**L grande**)

Modelo de raio na óptica geométrica

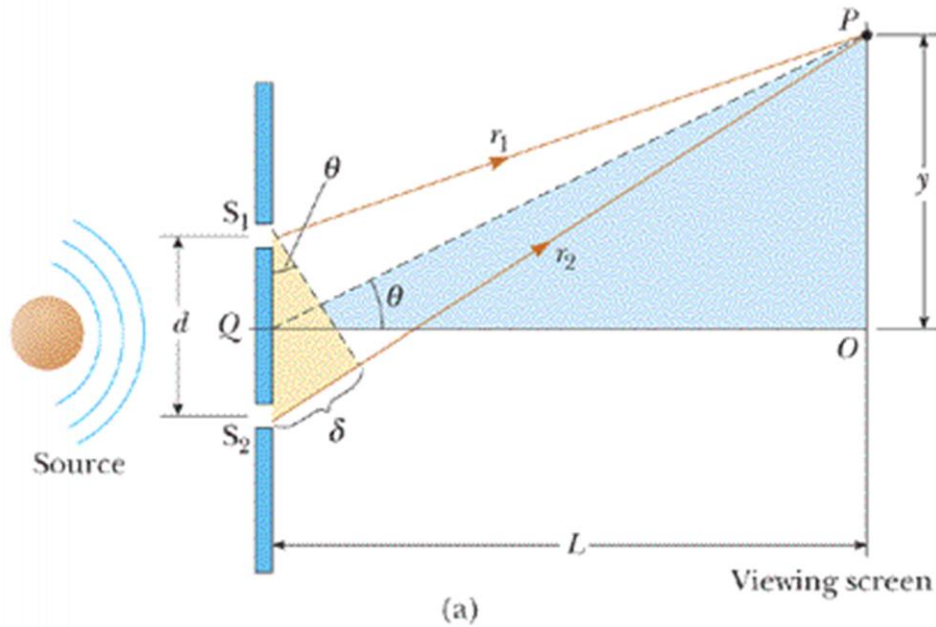
$\lambda \gg a$ abertura se comporta como uma fonte pontual emitindo ondas esféricas

Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 25.2

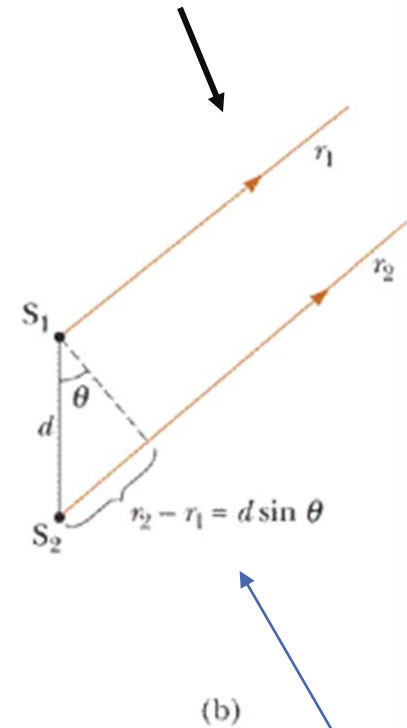


$L \gg d$ Tela longe da fonte

Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 27.3

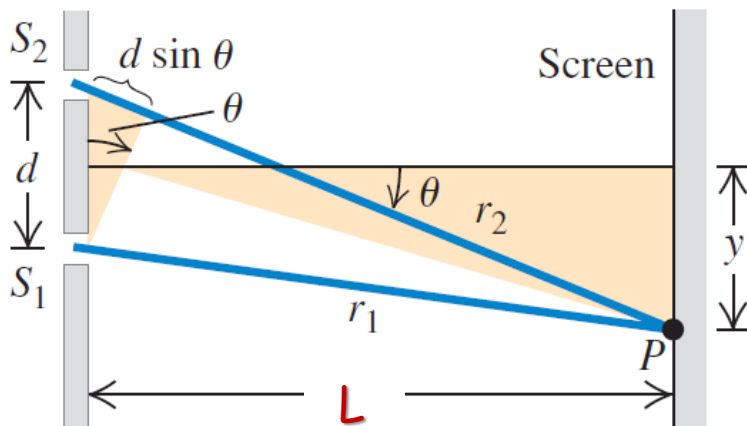


Aproximação de que $L \gg d$



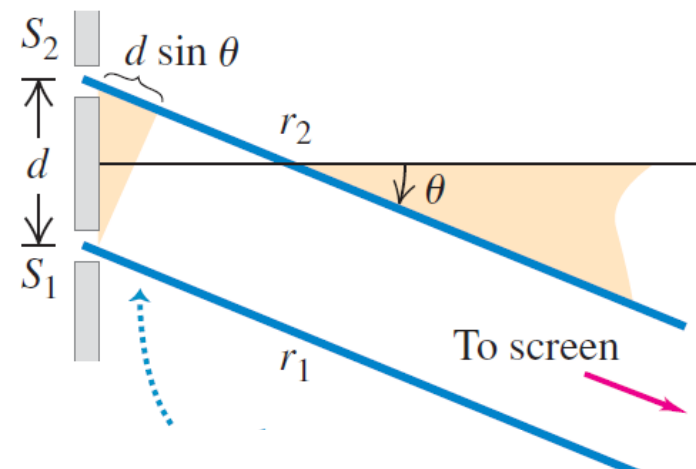
Diferença de caminho = $d \sin(\theta)$

Geometria real



Se a distância L até a tela é muito maior que a distância d entre as fendas

Aproximação $L \gg d$

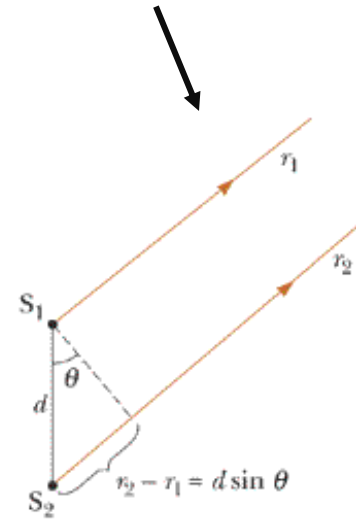
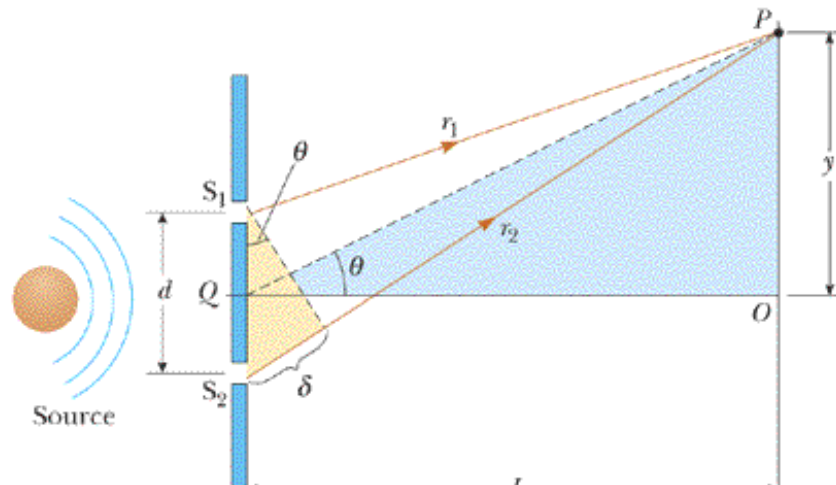


... Nesse caso podemos tratar os raios de luz como paralelos, e então a diferença de caminhos é:

$$\delta = r_2 - r_1 = d \sin \theta$$

Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 27.3

Aproximação de que $L \gg d$

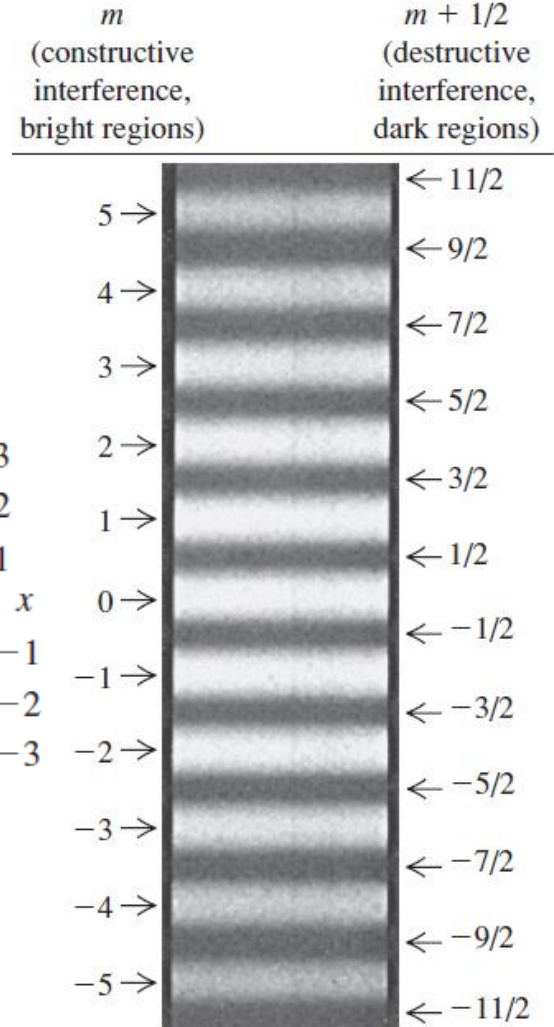
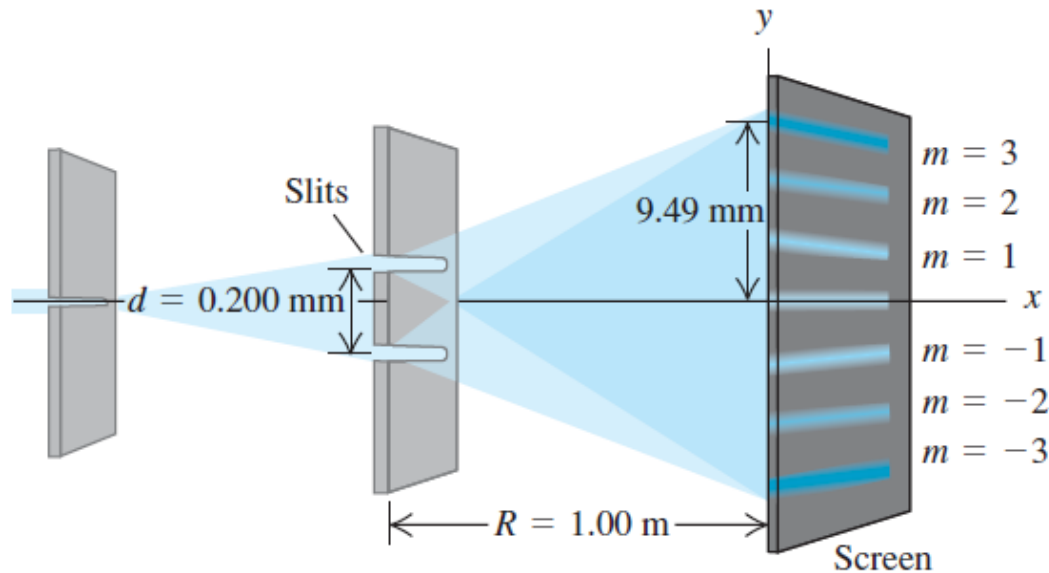


Diferença de caminho $\delta = r_2 - r_1$

Interferência construtiva $\delta = d \sin \theta_{\text{brilhante}} = m \lambda$

Interferência destrutiva $\delta = d \sin \theta_{\text{escuro}} = (m + \frac{1}{2}) \lambda$
($m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$)

Franjas de interferência



Interferência construtiva $\delta = d \sin \theta_{\text{brilhante}} = m \lambda$

Interferência destrutiva $\delta = d \sin \theta_{\text{escuro}} = (m + \frac{1}{2}) \lambda$

($m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$)

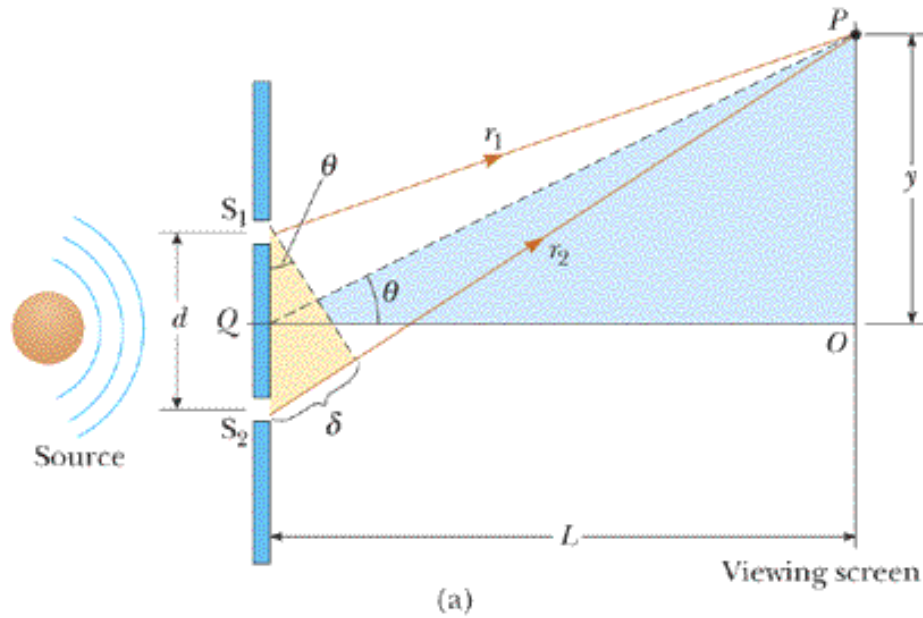
Como determinar a posição Y?

$$L \gg d$$

L é da ordem de 1 m,
 d é fração de milímetros
 λ é da ordem de micrometro

$$d \gg \lambda$$

Ângulos são pequenos
para as primeiras franjas



$$\text{sen}\theta \approx \text{tg}\theta = \frac{y}{L}$$

Condições para interferência

$$\text{sen } \theta \approx \text{tg } \theta = \frac{y}{L}$$

$$d \text{sen } \theta = m\lambda \quad \Rightarrow \quad d \frac{y}{L} = m\lambda \quad \Rightarrow$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$$

Interferência construtiva

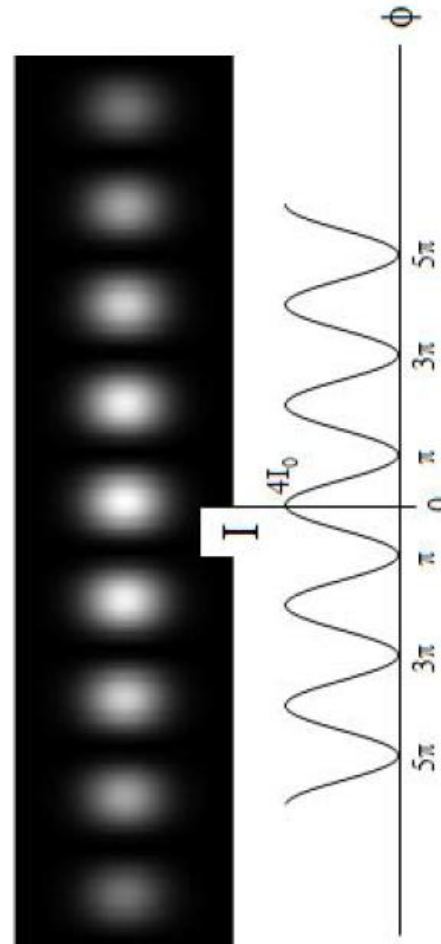
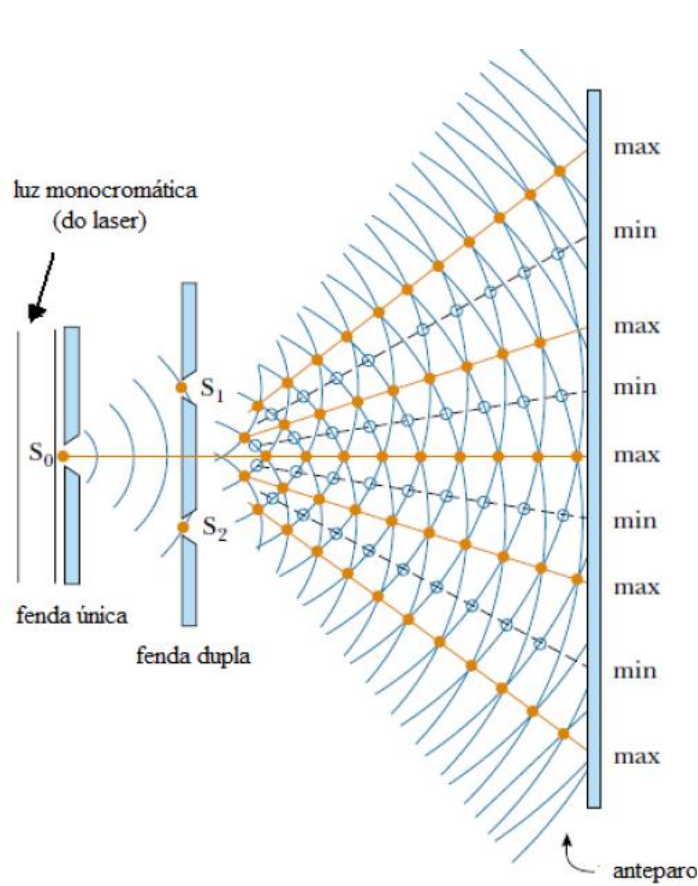
$$y_{\text{brilhante}} = m \frac{\lambda L}{d}$$

Interferência destrutiva

$$y_{\text{escuro}} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda L}{d}$$

Método utilizado por Young para medir comprimento de onda luminosa

Intensidade na difração de duas fendas (interferência)



$$I(\varphi) = ?$$

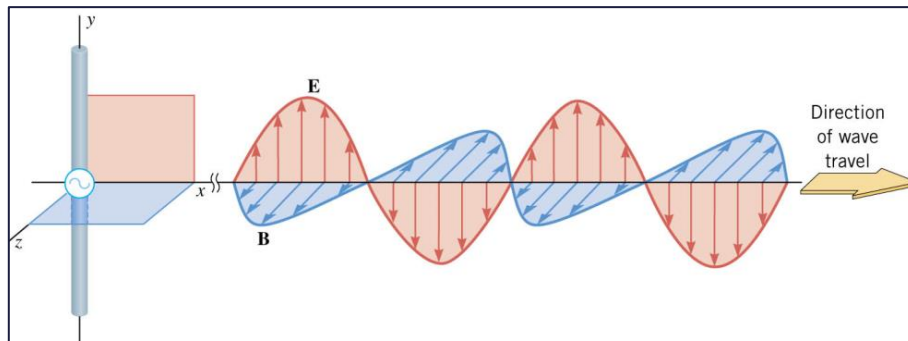
ou

$$I(y) = ?$$

Natureza da Luz - Eletromagnetismo - James Clerk Maxwell

James Clerk Maxwell 1831 - 1879

- ❑ Em 1860 um matemático, físico e produtor de café escocês James Clerk Maxwell conseguiu descrever todas as propriedades básicas da eletricidade e magnetismo em quatro equações.
- ❑ Com isso ele mostrou que a eletricidade e magnetismo são na realidade o mesmo fenômeno, eletromagnetismo.
- ❑ Ondas eletromagnéticas: ondas transversais que viajam sem a necessidade de um meio material.



$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2 \cdot 4\pi \times 10^{-7} \text{ T m/A}}} = 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Forma derivada

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{\vec{j}}{\epsilon_0 c^2}$$

Ondas planas e esféricas

Considerando apenas o campo elétrico (que satisfaz equação da onda)

$$E(\vec{x}, t) = E_0 e^{i(\vec{k}\vec{x} - \omega t + \phi)} \quad \text{Onda plana}$$

$$E(\vec{x}, t) = \frac{E_0}{|\vec{x}|} e^{i(\vec{k}\vec{x} - \omega t + \phi)} \quad \text{Onda esférica}$$

Para onda esférica a amplitude cai com $1/r$ para poder manter o fluxo constante

$$E(\vec{x}, t) = \frac{A_0}{|\vec{x}|} e^{i(\vec{k}\vec{x} - \omega t + \phi)} = \left(\frac{A_0}{|\vec{x}|} e^{i\vec{k}\vec{x}} e^{i\phi} \right) e^{-i\omega t} = v(\vec{x}) e^{-i\omega t}$$

com $\phi = \vec{k}\vec{x} - \omega t + \varphi$ fase

$\varphi =$ fase inicial

$$E(\vec{x}, t) = v(\vec{x}) e^{-i\omega t} = v(\vec{x}) \operatorname{Re}[\cos \omega t - i \operatorname{sen} \omega t]$$

Soma de campos magnéticos no ponto P método algébrico

Considerando ondas senoidais

$$E_1 = E_0(x) \text{sen}(\omega t + \varphi_1)$$

$$E_1 = E_0 \sin \omega t$$

$$E_2 = E_0(x) \text{sen}(\omega t + \varphi_2)$$

ou

$$E_2 = E_0 \sin(\omega t + \phi)$$

$\phi = \varphi_2 - \varphi_1$ é a diferença de fase

$$E_p = E_1 + E_2 = E_0 [\sin \omega t + \sin(\omega t + \phi)]$$

$$\sin A + \sin B = 2 \sin\left(\frac{A+B}{2}\right) \cos\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

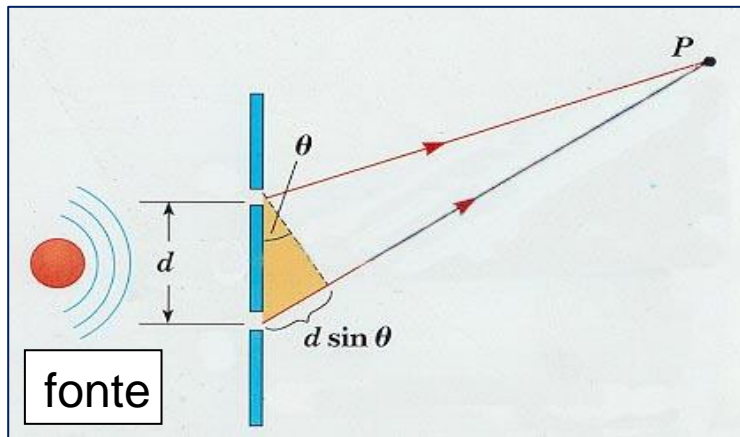
$$E_p = E_1 + E_2 = 2E_0 \cos\frac{\phi}{2} \sin\left(\omega t + \frac{\phi}{2}\right)$$

Intensidade

$$I \approx E_p^2 = 4E_0^2 \cos^2\left(\frac{\phi}{2}\right) \text{sen}^2\left(\omega t + \frac{\phi}{2}\right)$$

Relação entre fase e diferença de caminho

Suponha que as duas fendas representam fontes luminosas coerentes (mesma fase)



Fase em P depende da diferença de caminho

$$\delta = r_2 - r_1 = d \sin \theta = \lambda$$

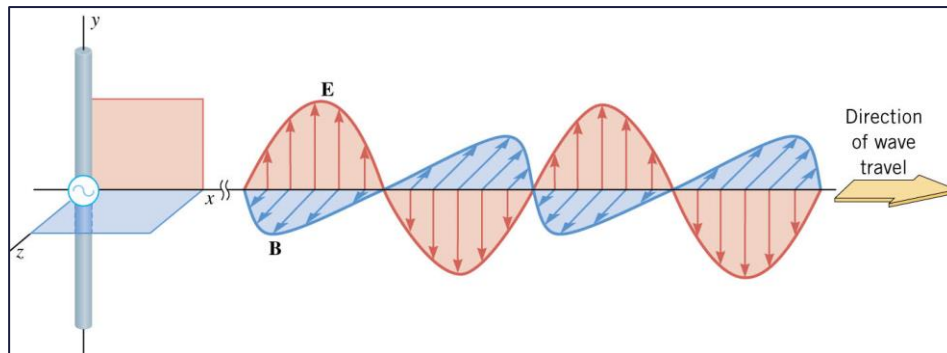
Uma diferença de caminho λ corresponde a uma diferença de fase de 2π .

$$\frac{\delta}{\phi} = \frac{\lambda}{2\pi}$$

diferença de fase devido a diferença de caminho

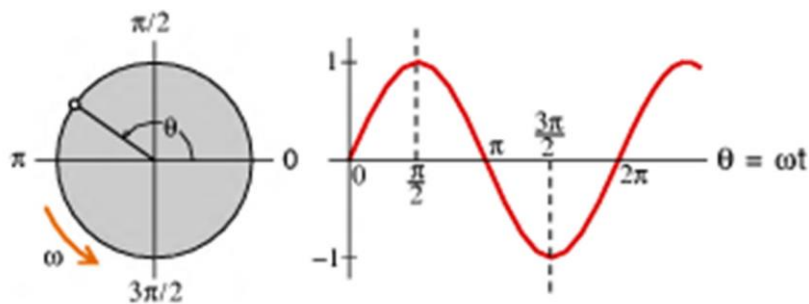
$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta = k \cdot d \sin \theta$$

Fasores -> fase



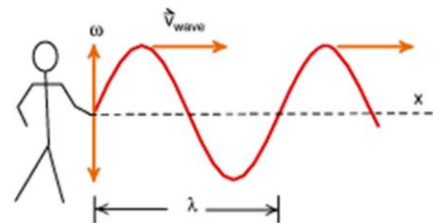
Vamos considerar apenas a componente E (campo elétrico)

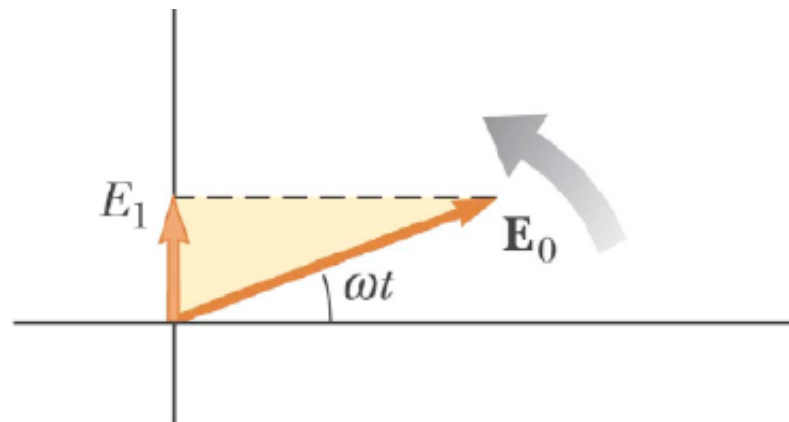
Fasores



Onda seria uma projeção no eixo x ou y dos fasores

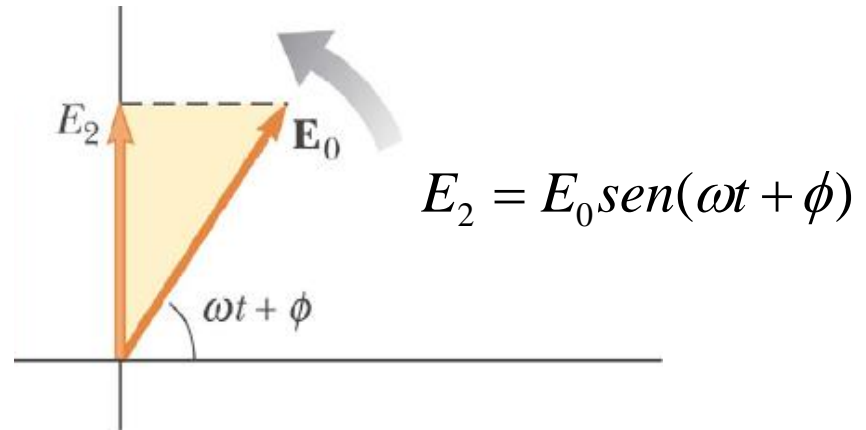
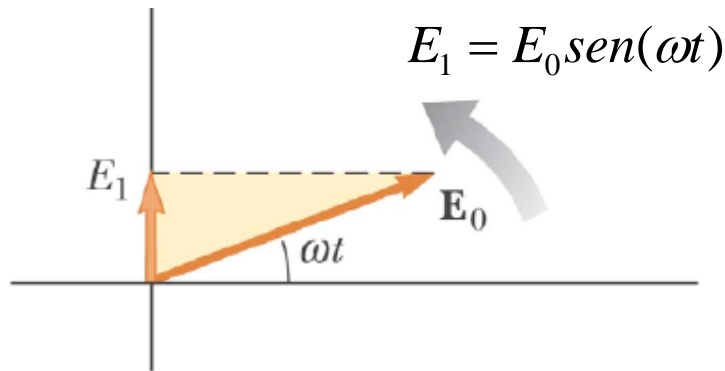
Onda criada numa corda a partir da oscilação periódica de uma de suas extremidades:



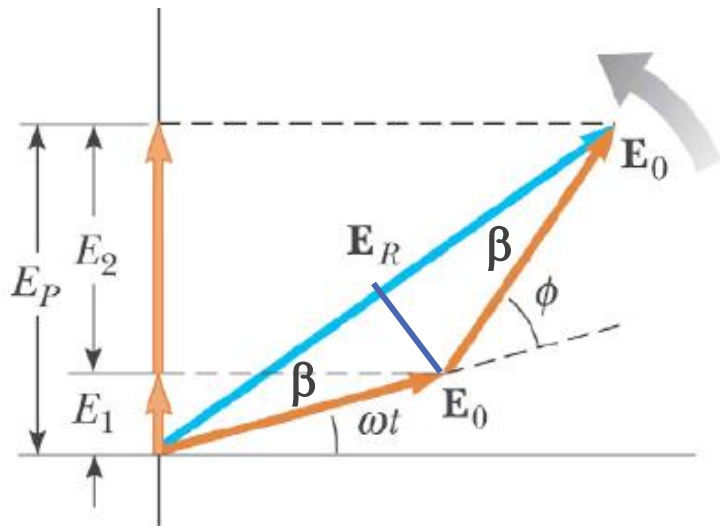


$$E_1 = E_0 \text{sen}(\omega t)$$

Soma de campos magnéticos no ponto P com fasores



$$E_P = E_1 + E_2 = E_0 \text{sen}(\omega t) + E_0 \text{sen}(\omega t + \phi)$$



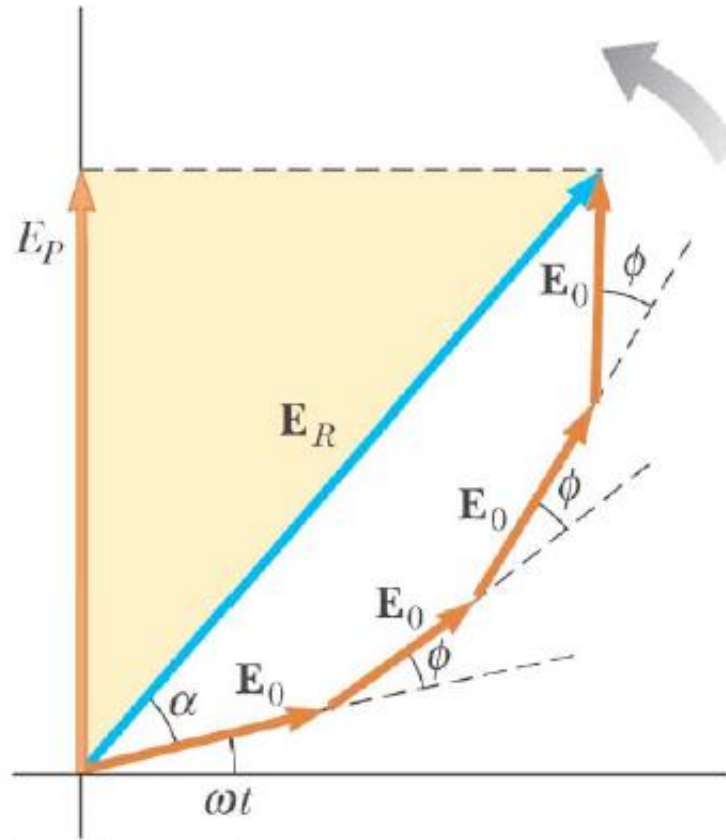
$$E_P = E_R \text{sen}(\omega t + \beta)$$

$$2\beta = \phi \quad \Rightarrow \quad \beta = \frac{\phi}{2}$$

$$E_R = 2E_0 \cos(\beta)$$

$$E_P = 2E_0 \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \text{sen}\left(\omega t + \frac{\phi}{2}\right)$$

E mais de 2 ondas ?



$$E_1 = E_0 \text{sen}(\omega t)$$

$$E_2 = E_0 \text{sen}(\omega t + \phi)$$

$$E_3 = E_0 \text{sen}(\omega t + 2\phi)$$

$$E_4 = E_0 \text{sen}(\omega t + 3\phi)$$

$$E_P = E_1 + E_2 + E_3 = E_0 \text{sen}(\omega t) + E_0 \text{sen}(\omega t + \phi) + E_0 \text{sen}(\omega t + 2\phi)$$

Intensidade da soma das ondas no ponto P

$$I \approx E_p^2 = 4E_0^2 \cos^2\left(\frac{\phi}{2}\right) \text{sen}^2\left(\omega t + \frac{\phi}{2}\right)$$

$$I \propto E^2 \Rightarrow \frac{I}{I_0} = \frac{E^2}{E_0^2}$$

$$I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\phi}{2}\right) \text{sen}^2\left(\omega t + \frac{\phi}{2}\right)$$

Intensidade da onda é dada pela média temporal do campo ao quadrado num ciclo

$$\left\langle \text{sen}^2\left(\omega t + \frac{\phi}{2}\right) \right\rangle_{\text{temporal}} = \frac{1}{2}$$

$$\langle I \rangle = 2I_0 \cos^2\left(\frac{\phi}{2}\right)$$



$$\langle I \rangle = I_{\text{max}} \cos^2\left(\frac{\phi}{2}\right)$$

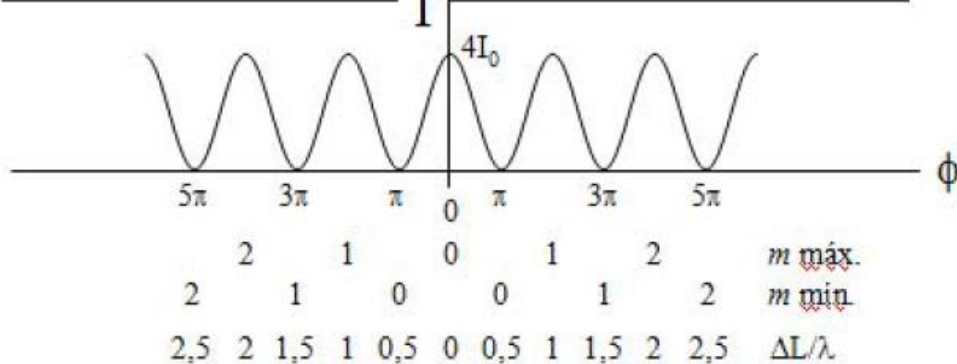
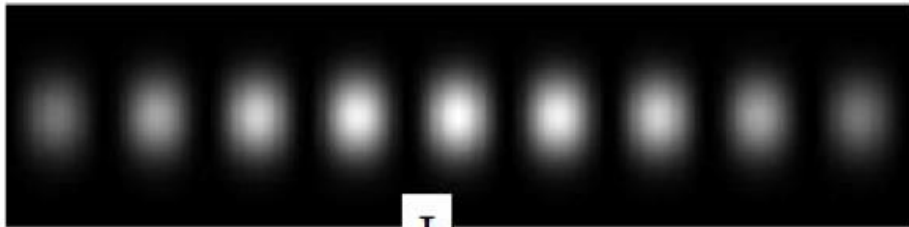
Distribuição de intensidade para interferência

$$I_{media} = I_{max} \cos^2\left(\frac{\phi}{2}\right)$$

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \text{sen} \theta = kd \text{sen} \theta$$

$$I_{media} = I_{max} \cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda} d \text{sen} \theta\right)$$

$$\text{sen} \theta \approx \frac{y}{L}$$



$$I_{media} = I_{max} \cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda L} y\right)$$

Interferência construtiva

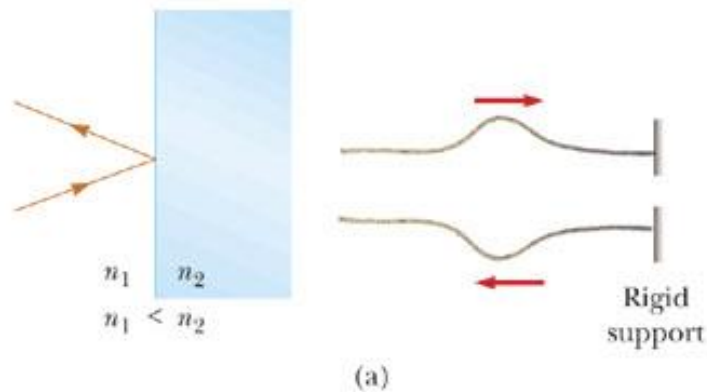
$$\frac{\pi d}{\lambda L} y = m\pi$$

$$y = m\left(\frac{\lambda L}{d}\right)$$

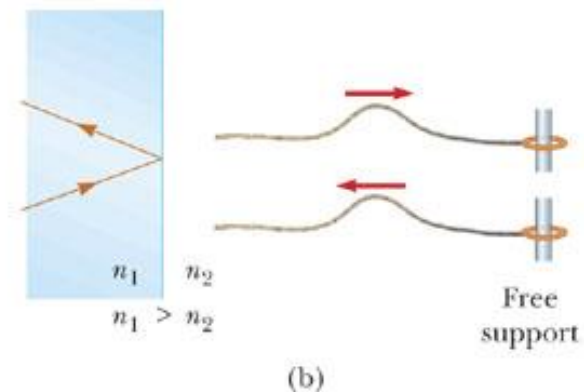
$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$$

Mudança de fase devido a reflexão

Mudança de fase 180 graus



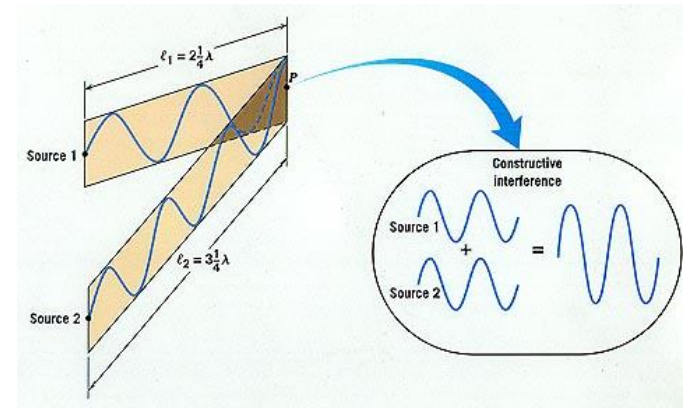
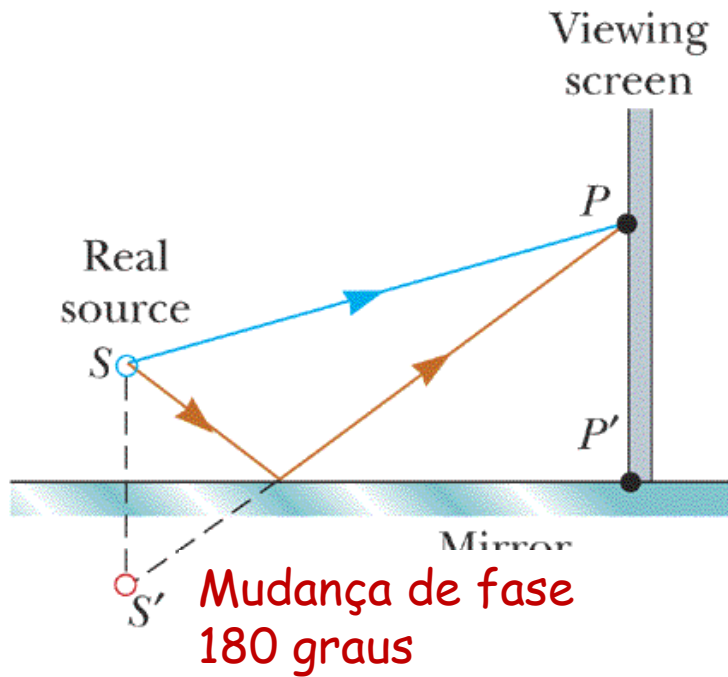
Sem mudança de fase



Uma onda eletromagnética sofre uma mudança de fase de 180 graus na reflexão por um meio com índice de refração maior do que aquele que está propagando

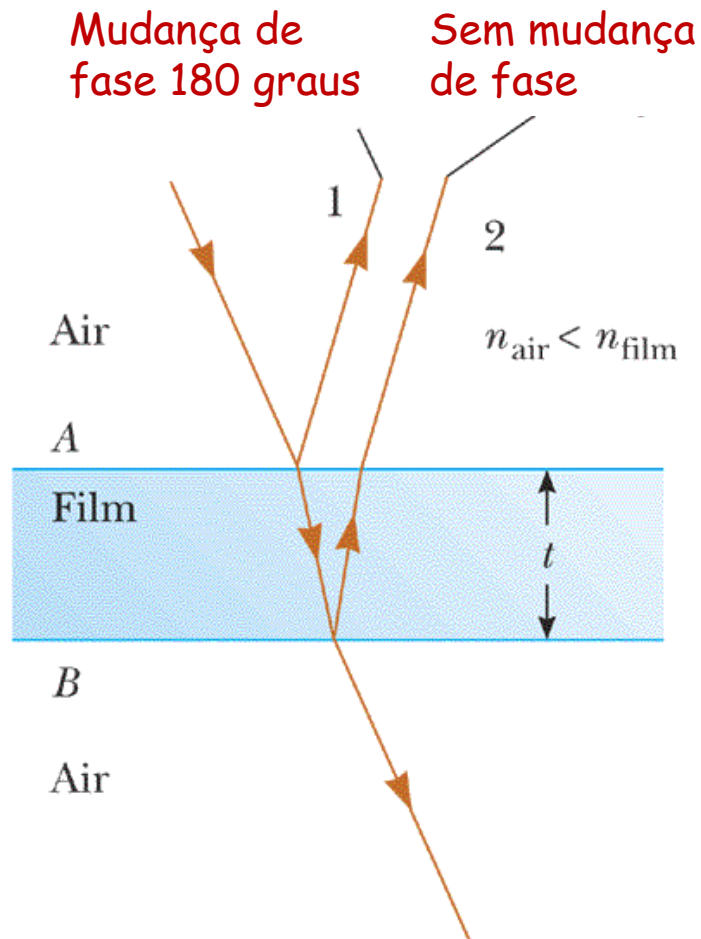
Interferência por reflexão - espelho de Lloyd

Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 27.5



Interferência em películas delgadas

Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 27.7



Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

$$\lambda_n = \frac{\lambda}{n}$$

Interferência construtiva
devido diferença de caminho

$$\delta = 2t = m\lambda_n$$

Interferência construtiva devido
mudança de fase de 180 graus
(devido a reflexão) durante o
percurso

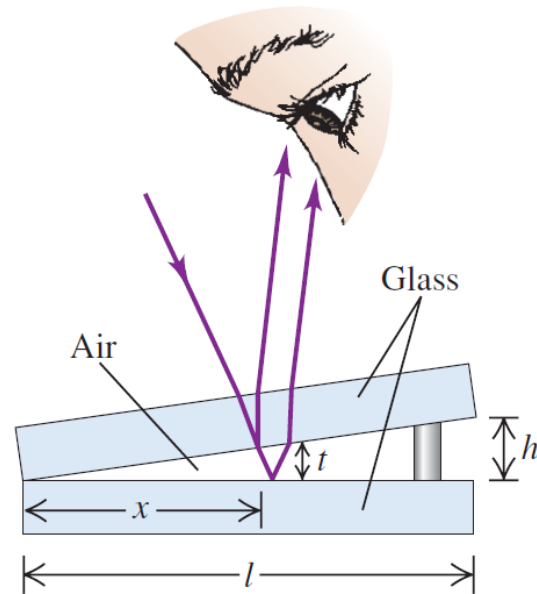
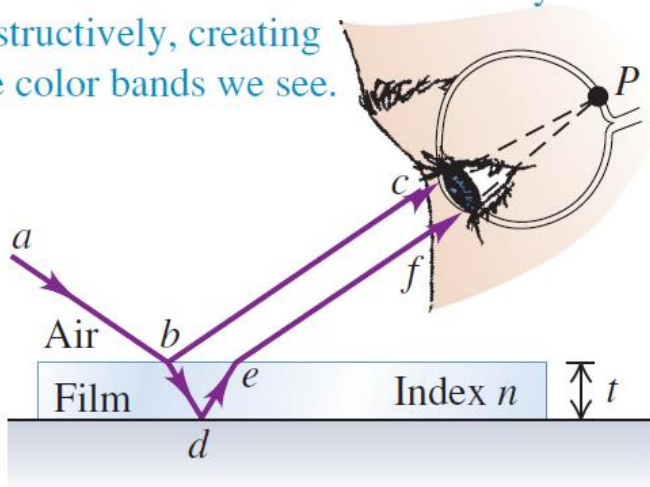
$$2t = \frac{\lambda_n}{2}$$

Interferência em películas delgadas



Para uma determinada espessura da película, devido a refração diferente para diferentes comprimentos de onda, a interferência é construtiva para ondas com diferentes comprimentos de onda (frequência) e destrutiva para outras, de maneira que a luz branca que incide na película é refletida com uma tonalidade que muda com a espessura.

Some colors interfere constructively and others destructively, creating the color bands we see.



Exemplo-1

Medir comprimento de onda da luz de laser

É utilizado um laser para iluminar uma fenda dupla. A distância entre as duas fendas é de 0.030 mm. Um anteparo está separado da dupla fenda por 1,2 m. A franja brilhante de segunda ordem ($m=2$) está a 5.1 cm da linha central.

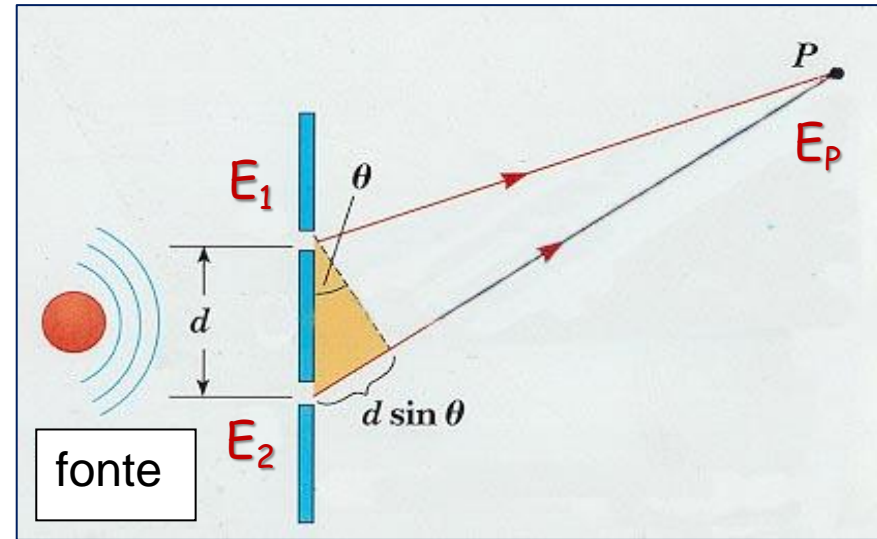
- Determine o comprimento de onda da luz de laser
- Calcule a distância entre as franjas brilhantes adjacentes.

Soma de campos magnéticos no ponto P método algébrico

Moyses Nussenzveig

$$E_1 = \frac{E_0}{|\vec{x}|} e^{-\vec{k}\vec{x}} e^{-i\omega t} e^{i\varphi_1} = v(x) e^{-i\omega t} e^{i\varphi_1}$$

$$E_2 = \frac{E_0}{|\vec{x}|} e^{-\vec{k}\vec{x}} e^{-i\omega t} e^{i\varphi_2} = v(x) e^{-i\omega t} e^{i\varphi_2}$$



Soma das ondas no ponto P

$$E_P = \text{Re}[E_1 + E_2] = \text{Re}[v_1(x) e^{-i\omega t} e^{i\varphi_1} + v_2(x) e^{-i\omega t} e^{i\varphi_2}]$$

A intensidade da onda no ponto P

$$I \approx E_P^2 = [|v_1| e^{i\varphi_1} + |v_2| e^{i\varphi_2}]^2 \quad I = |v(x)|^2 \quad |e^{-i\omega t}| = 1$$

$$I = |v_1|^2 + |v_2|^2 + 2|v_1 v_2| \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

Termo de interferência

A intensidade da onda no ponto P

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\phi)$$

ϕ é a diferença de fase