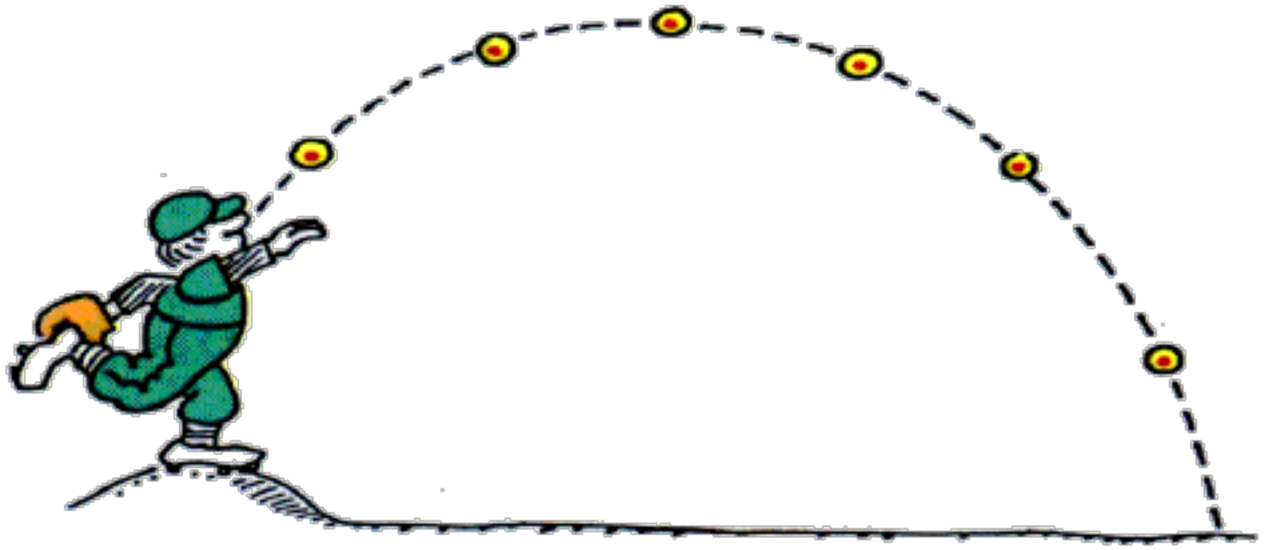
Mecânica (IGc) - 4310192

Ministrado por

Prof. Gustavo Paganini Canal

Departamento de Física Aplicada

Instituto de Física da Universidade de São Paulo



Curso ministrado online para o

Instituto de Geociências

e-mail: canal@if.usp.br

São Paulo - SP, 31 de Agosto de 2020

Sumário: Mecânica (IGc) - 4310192

- **Movimento com aceleração**
  - *Movimento uniformemente variado*
  - *Queda livre*
  - *Movimento de um projétil*
- **Velocidade e posição por integração**
- **Movimento circular**
- **Exercícios de Fixação**

Sumário: Mecânica (IGc) - 4310192

- **Movimento com aceleração**
  - *Movimento uniformemente variado*
  - *Queda livre*
  - *Movimento de um projétil*
- **Velocidade e posição por integração**
- **Movimento circular**
- **Exercícios de Fixação**

Movimento com aceleração constante

- **Num movimento uniformemente variado (M.U.V.), a aceleração é constante**

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{v}(t_2) - \mathbf{v}(t_1)}{t_2 - t_1} \qquad \rightarrow \qquad \mathbf{v}(t_2) = \mathbf{v}(t_1) + \mathbf{a}\left(t_2 - t_1\right)$$

- **Fazendo $t_1 = 0$ e $\mathbf{v}(t_1) = \mathbf{v_0}$, temos que**

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v_0} + \mathbf{a}t$$

$$v_x(t)\hat{\mathbf{i}} + v_y(t)\hat{\mathbf{j}} + v_z(t)\hat{\mathbf{k}} = \left(v_{0x}\hat{\mathbf{i}} + v_{0y}\hat{\mathbf{j}} + v_{0z}\hat{\mathbf{k}}\right) + \left(a_x\hat{\mathbf{i}} + a_y\hat{\mathbf{j}} + a_z\hat{\mathbf{k}}\right) t$$

$$v_x(t)\hat{\mathbf{i}} + v_y(t)\hat{\mathbf{j}} + v_z(t)\hat{\mathbf{k}} = \left(v_{0x} + a_x t\right)\hat{\mathbf{i}} + \left(v_{0y} + a_y t\right)\hat{\mathbf{j}} + \left(v_{0z} + a_z t\right)\hat{\mathbf{k}}$$

$$v_x(t) = v_{0x} + a_x t \qquad\qquad v_y(t) = v_{0y} + a_y t \qquad\qquad v_z(t) = v_{0z} + a_z t$$

Movimento com aceleração constante unidimensional

- **Equação de MUV unidimensional para velocidade**

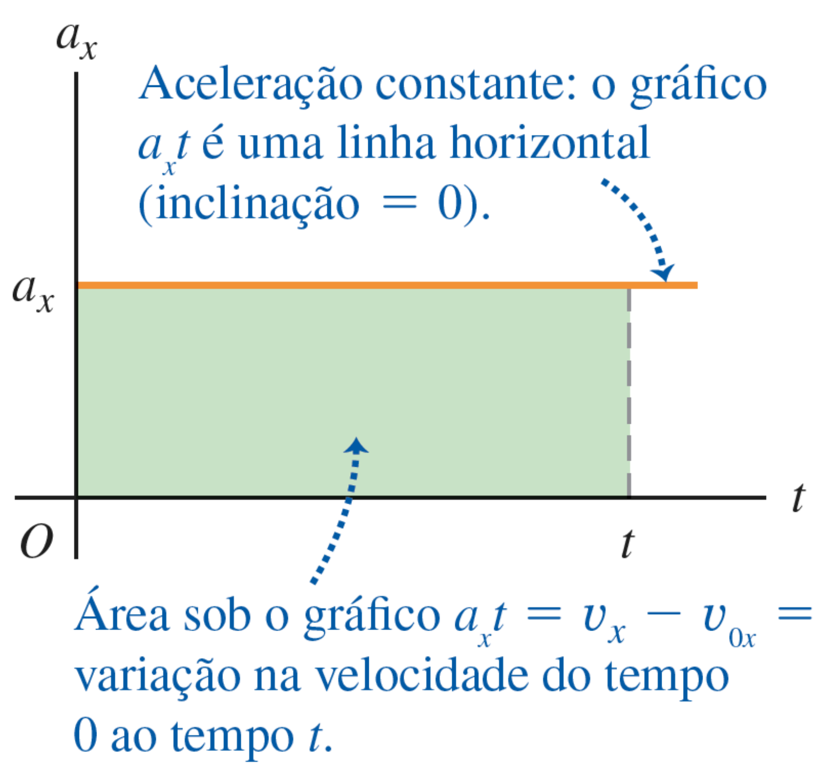
Velocidade x no instante t de uma partícula com **aceleração constante x**

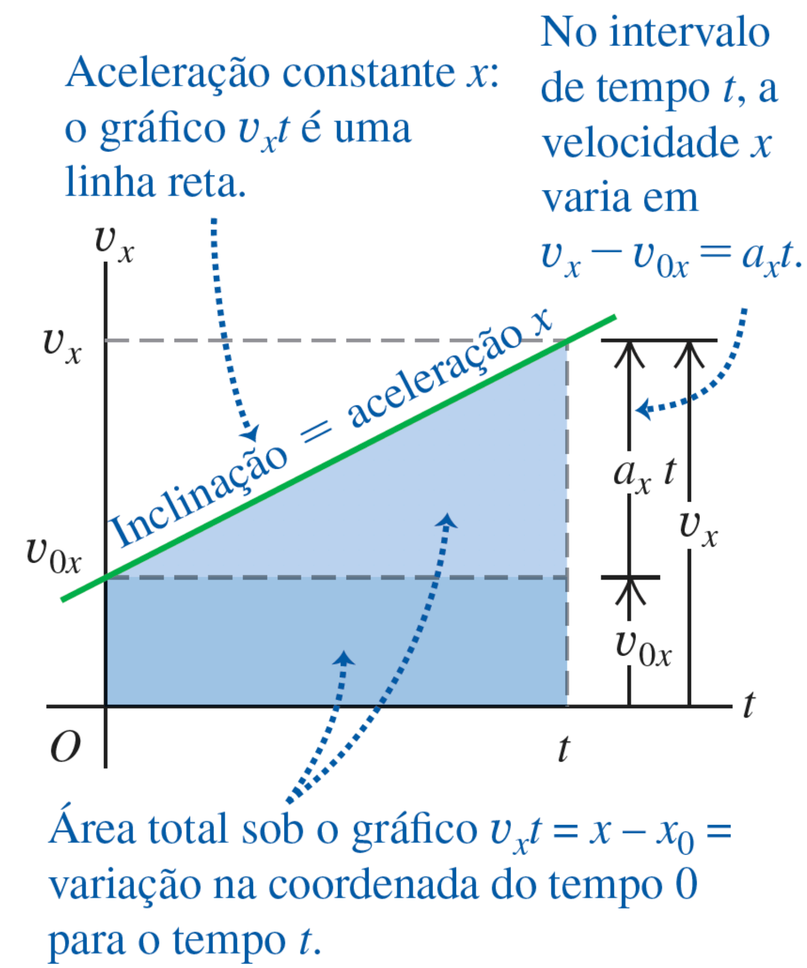
Velocidade x da partícula no instante 0

$$v_x = v_{0x} + a_x t$$

Aceleração constante x da partícula

Tempo





Movimento com aceleração constante unidimensional

- **Equação de MUV unidimensional para posição**

$$v_{xm} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t) - x_0}{t - t_0} \qquad v_{xm} = \frac{1}{2}\left[v_{0x} + v_x(t)\right] = \frac{1}{2}\left[v_{0x} + v_{0x} + a_x\left(t - t_0\right)\right]$$

$$\frac{x - x_0}{t - t_0} = \frac{1}{2}\left[v_{0x} + v_{0x} + a_x\left(t - t_0\right)\right]$$

$$x - x_0 = \left(t - t_0\right)\frac{1}{2}\left[2v_{0x} + a_x\left(t - t_0\right)\right] = \left(t - t_0\right)\left[v_{0x} + \frac{1}{2}a_x\left(t - t_0\right)\right]$$

- **Fazendo $t_0 = 0$, temos que**

$$x - x_0 = t\left[v_{0x} + \frac{1}{2}a_x t\right]$$

Posição da partícula no instante 0

Posição no instante t de uma partícula com **aceleração constante x**

Tempo

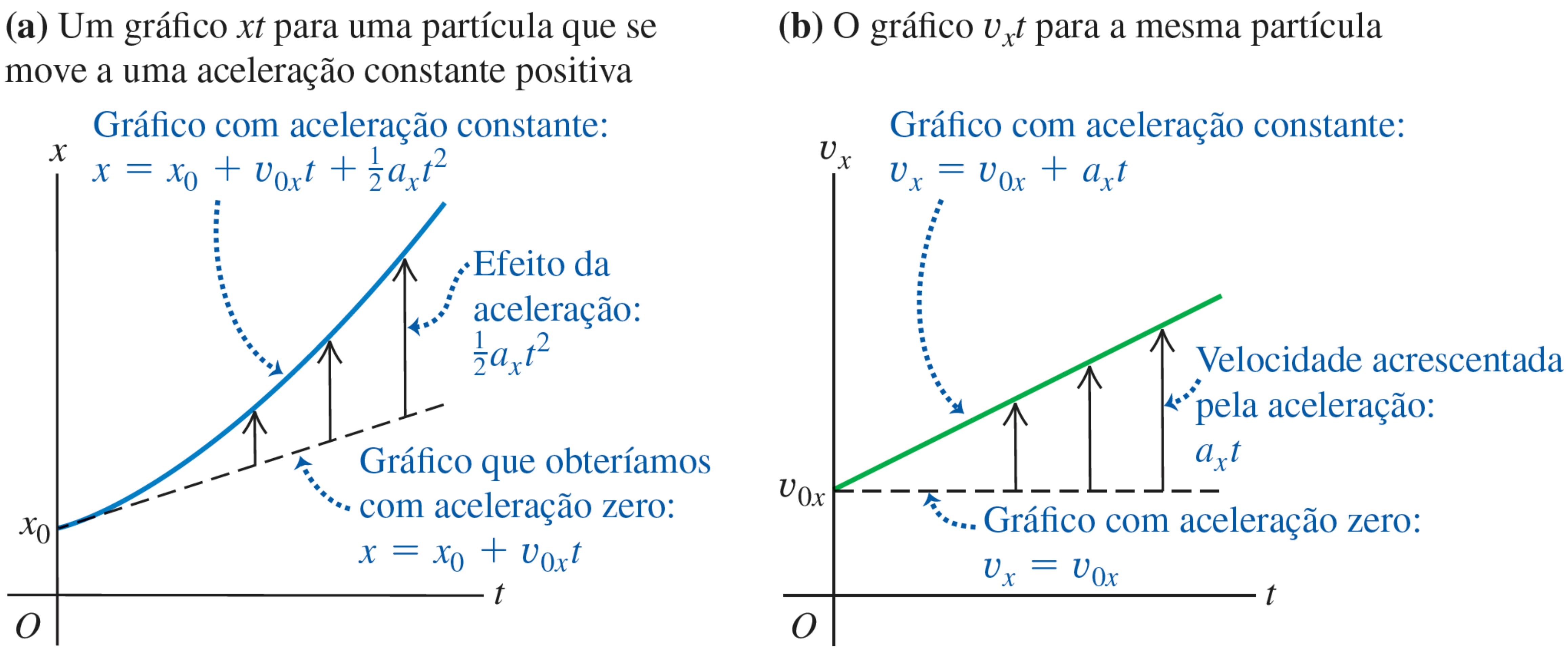
$$x = x_0 + v_{0x}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2$$

Velocidade da partícula no instante 0

Aceleração constante da partícula

Movimento com aceleração constante unidimensional

- **Equação de MUV unidimensional para posição:** $x(t) = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2$
- **Equação de MUV unidimensional para velocidade:** $v_x(t) = v_{0x} + a_x t$



Movimento com aceleração constante unidimensional

- **Equação de MUV unidimensional para velocidade**

$$v = v_{0x} + a_x t \qquad \rightarrow \qquad t = \frac{v - v_{0x}}{a_x}$$

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2 = x_0 + v_{0x}\left(\frac{v - v_{0x}}{a_x}\right) + \frac{1}{2}a_x\left(\frac{v - v_{0x}}{a_x}\right)^2$$

- **Transferindo o termo x_0 para o lado esquerdo, multiplicando por $2a_x$ e simplificando**

$$2a_x\left(x - x_0\right) = \cancel{2v_{0x}v_x} - 2v_{0x}^2 + v_x^2 - \cancel{2v_{0x}v_x} + v_{0x}^2$$

Velocidade no instante t de uma partícula com **aceleração constante**

Velocidade da partícula no instante 0

$$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x(x - x_0)$$

Aceleração constante da partícula

Posição da partícula no instante t

Posição da partícula no instante 0

Movimento com aceleração constante unidimensional

- **Resumo das equações de MUV**

TABELA 2.4 Equações de movimento com aceleração constante.

Equação		Inclui grandezas			
$v_x = v_{0x} + a_x t$	(2.8)	t		v_x	a_x
$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2$	(2.12)	t	x		a_x
$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x(x - x_0)$	(2.13)		x	v_x	a_x
$x - x_0 = \frac{1}{2}(v_{0x} + v_x)t$	(2.14)	t	x	v_x	

Movimento com aceleração constante (notação vetorial)

- **Equação de MUV no espaço 3D para posição**

$$x(t) = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \qquad y(t) = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2 \qquad z(t) = z_0 + v_{0z}t + \frac{1}{2}a_z t^2$$

$$\mathbf{r}(t) = x(t)\hat{\mathbf{i}} + y(t)\hat{\mathbf{j}} + z(t)\hat{\mathbf{k}}$$

$$\mathbf{r}(t) = \left(x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2\right)\hat{\mathbf{i}} + \left(y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2\right)\hat{\mathbf{j}} + \left(z_0 + v_{0z}t + \frac{1}{2}a_z t^2\right)\hat{\mathbf{k}}$$

$$\mathbf{r}(t) = \left(x_0\hat{\mathbf{i}} + y_0\hat{\mathbf{j}} + z_0\hat{\mathbf{k}}\right) + \left(v_{0x}\hat{\mathbf{i}} + v_{0y}\hat{\mathbf{j}} + v_{0z}\hat{\mathbf{k}}\right)t + \frac{1}{2}\left(a_x\hat{\mathbf{i}} + a_y\hat{\mathbf{j}} + a_z\hat{\mathbf{k}}\right)t^2$$

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r_0} + \mathbf{v_0}t + \frac{1}{2}\mathbf{a}t^2$$

Movimento com aceleração constante (notação vetorial)

- **Equação de MUV no espaço 3D para velocidade**

$$v_x(t) = v_{0x} + a_x t \qquad v_y(t) = v_{0y} + a_y t \qquad v_z(t) = v_{0z} + a_z t$$

$$\mathbf{v}(t) = v_x(t)\hat{\mathbf{i}} + v_y(t)\hat{\mathbf{j}} + v_z(t)\hat{\mathbf{k}}$$

$$\mathbf{v}(t) = \left(v_{0x} + a_x t\right)\hat{\mathbf{i}} + \left(v_{0y} + a_y t\right)\hat{\mathbf{j}} + \left(v_{0z} + a_z t\right)\hat{\mathbf{k}}$$

$$\mathbf{v}(t) = \left(v_{0x}\hat{\mathbf{i}} + v_{0y}\hat{\mathbf{j}} + v_{0z}\hat{\mathbf{k}}\right) + \left(a_x\hat{\mathbf{i}} + a_y\hat{\mathbf{j}} + a_z\hat{\mathbf{k}}\right)t$$

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v_0} + \mathbf{a}t$$

Sumário: Mecânica (IGc) - 4310192

- **Movimento com aceleração**
  - *Movimento uniformemente variado*
  - *Queda livre*
  - *Movimento de um projétil*

- **Velocidade e posição por integração**

- **Movimento circular**

- **Exercícios de Fixação**

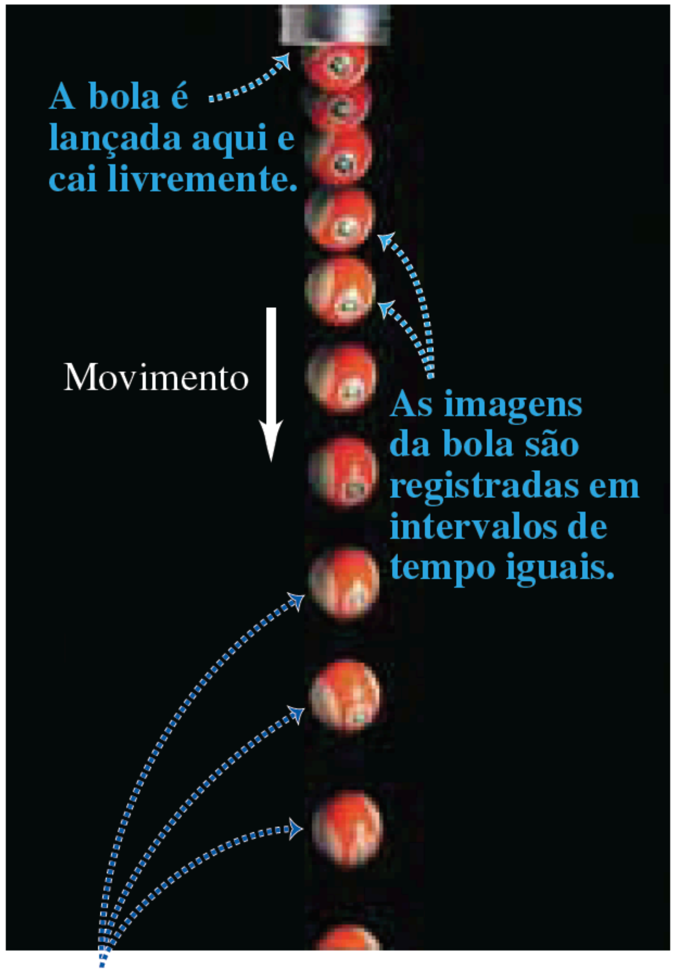
Movimento de corpos em queda livre

- **Quando os efeitos do ar são desprezáveis, os corpos caem com a mesma aceleração, independentemente de seus tamanhos e pesos**

- **Quando as distâncias em questão são pequena em comparação com o raio da Terra, e ignoramos os pequenos efeitos exercidos por sua rotação, esta aceleração é constante**
  - *Movimento idealizado: queda livre*

- **A aceleração constante de um corpo em queda livre denomina-se ACELERAÇÃO DA GRAVIDADE (g)**
  - *Sempre usaremos o valor aproximado de g na superfície terrestre*

$$|\mathbf{g}| = 9{,}8 \quad \mathrm{m/s^2}$$



• A velocidade média em cada intervalo é proporcional à distância entre as imagens.
• Essa distância aumenta continuamente, de modo que a velocidade da bola está variando constantemente; a bola acelera para baixo.

Exemplo: moeda em queda livre

- **Uma moeda de 1 euro cai da Torre de Pisa. Ela parte do repouso e se move em queda livre. Calcule sua posição e sua velocidade em t = 1,0 s, 2,0 s e 3,0 s.**

  - *Temos que* $\mathbf{r_0} = \mathbf{v_0} = 0$ e $\mathbf{a} = \mathbf{g} = -\,9{,}8\ \hat{\mathbf{j}}$

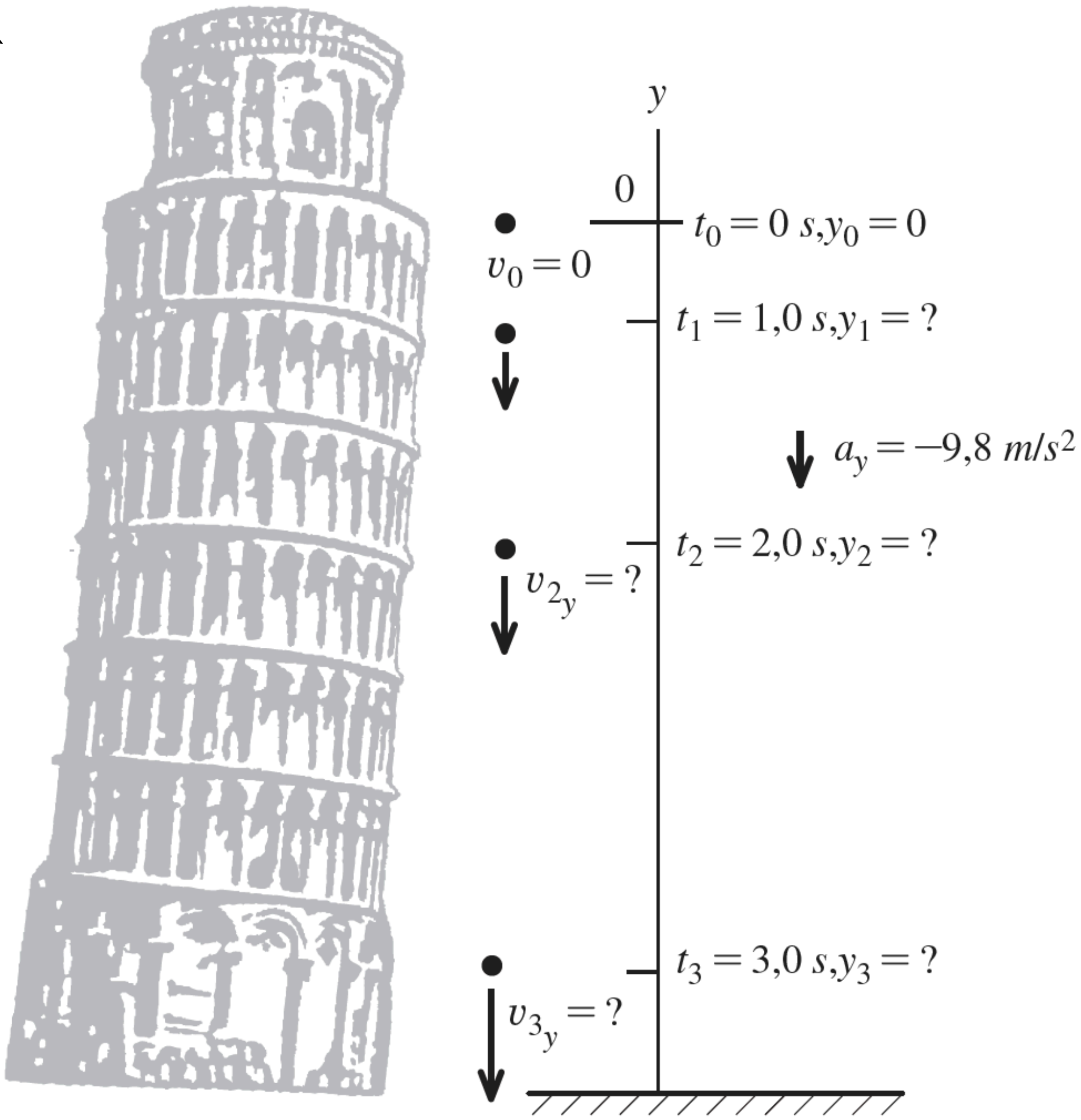
$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r_0} + \mathbf{v_0}\ t + \frac{1}{2}\mathbf{a}\ t^2$$

$$\mathbf{r}(t) = \frac{\mathbf{g}}{2}\ t^2 = -\frac{9{,}8}{2}\ t^2\ \hat{\mathbf{j}} = -\,4{,}9\ t^2\ \hat{\mathbf{j}}$$

$$\mathbf{r}(t = 1{,}0) = -\,4{,}9\ \mathrm{m}\ \hat{\mathbf{j}}$$

$$\mathbf{r}(t = 2{,}0) = -\,20\ \mathrm{m}\ \hat{\mathbf{j}}$$

$$\mathbf{r}(t = 3{,}0) = -\,44\ \mathrm{m}\ \hat{\mathbf{j}}$$



Exemplo: moeda em queda livre

- **Uma moeda de 1 euro cai da Torre de Pisa. Ela parte do repouso e se move em queda livre. Calcule sua posição e sua velocidade em t = 1,0 s, 2,0 s e 3,0 s.**

  - *Temos que* $\mathbf{r_0} = \mathbf{v_0} = 0$ e $\mathbf{a} = \mathbf{g} = -\,9{,}8\ \hat{\mathbf{j}}$

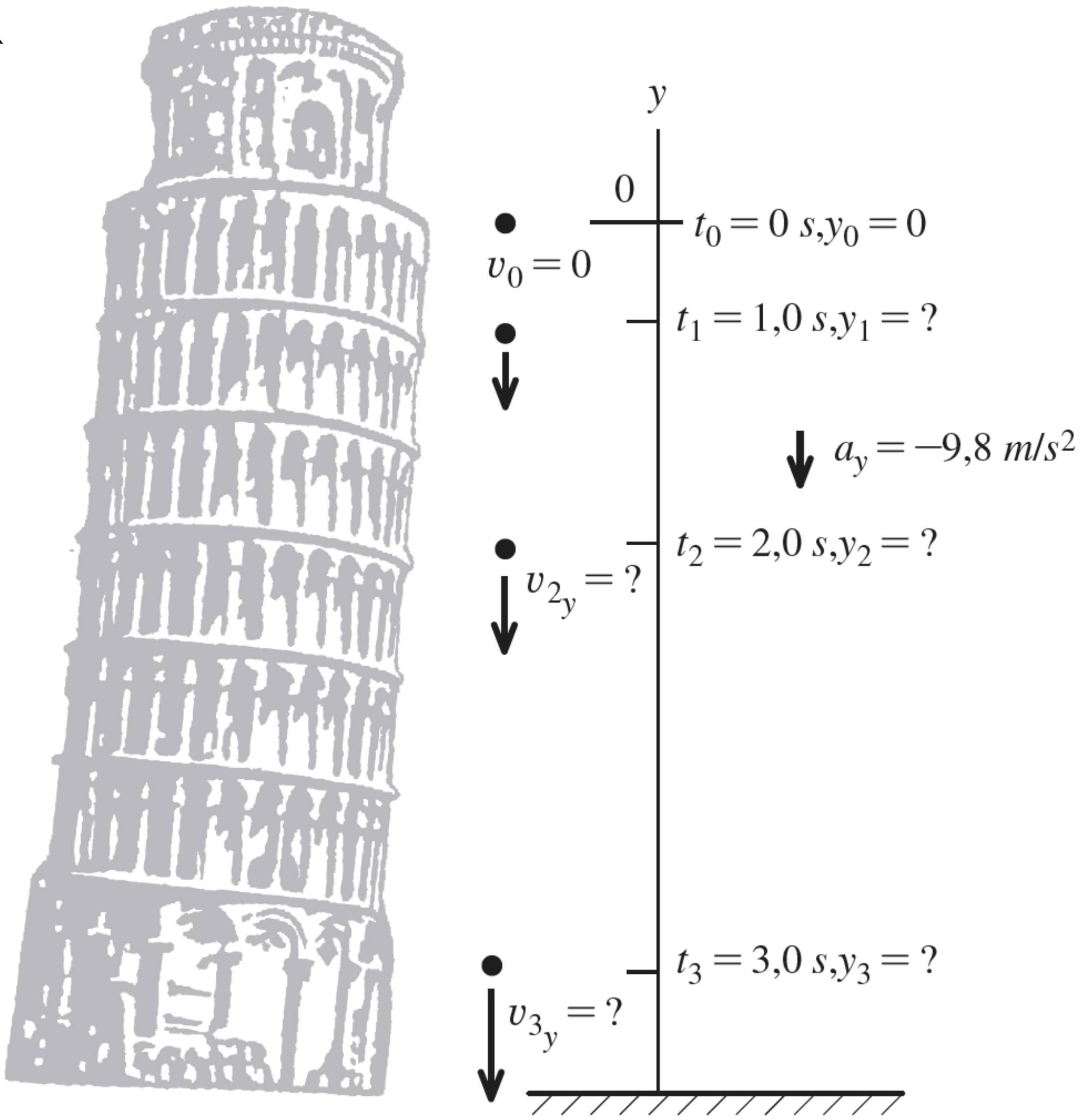
$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v_0} + \mathbf{a}\ t$$

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{g}t = -\,9{,}8\ t\ \hat{\mathbf{j}}$$

$$\mathbf{v}(t = 1{,}0) = -\,9{,}8\ \mathrm{m/s}\ \hat{\mathbf{j}}$$

$$\mathbf{v}(t = 2{,}0) = -\,20\ \mathrm{m/s}\ \hat{\mathbf{j}}$$

$$\mathbf{v}(t = 3{,}0) = -\,29\ \mathrm{m/s}\ \hat{\mathbf{j}}$$



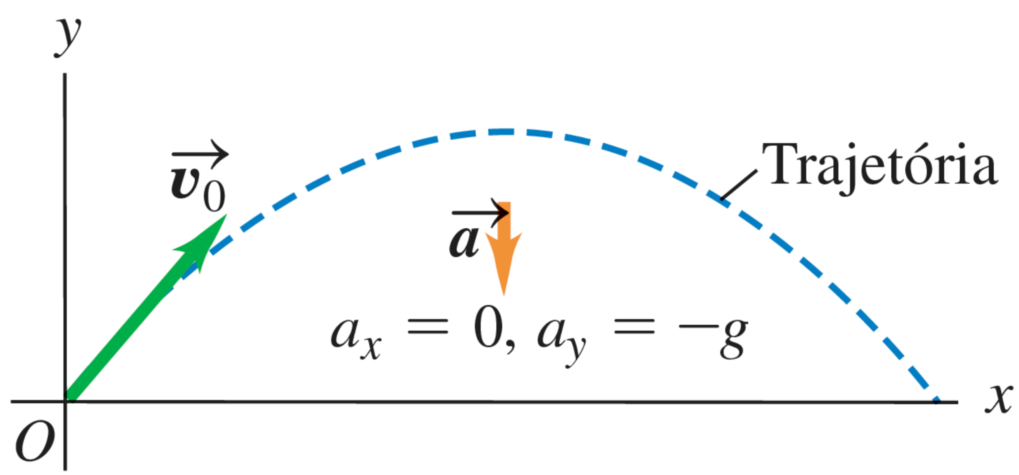
Sumário: Mecânica (IGc) - 4310192

- **Movimento com aceleração**
  - *Movimento uniformemente variado*
  - *Queda livre*
  - *Movimento de um projétil*
- **Velocidade e posição por integração**
- **Movimento circular**
- **Exercícios de Fixação**

Movimento de um projétil

- **Projétil: qualquer corpo lançado com uma velocidade inicial e que segue uma trajetória determinada pela aceleração da gravidade e pela resistência do ar**
  - *Bola de beisebal batida*
  - *Bola de futebol chutada*
  - *Bala disparada por arma de fogo*

- O movimento de um projétil ocorre em um plano vertical contendo o vetor velocidade inicial $\vec{v}_0$.
- Sua trajetória depende somente de $\vec{v}_0$ e da aceleração descendente em função da gravidade.



Descrição do movimento de um projétil no espaço em termos de seus componentes

- **Podemos considerar o movimento de um projétil como a combinação de um movimento horizontal, com velocidade constante, e um movimento vertical, com aceleração constante**
  - *Direção horizontal* ($a_x = 0$)

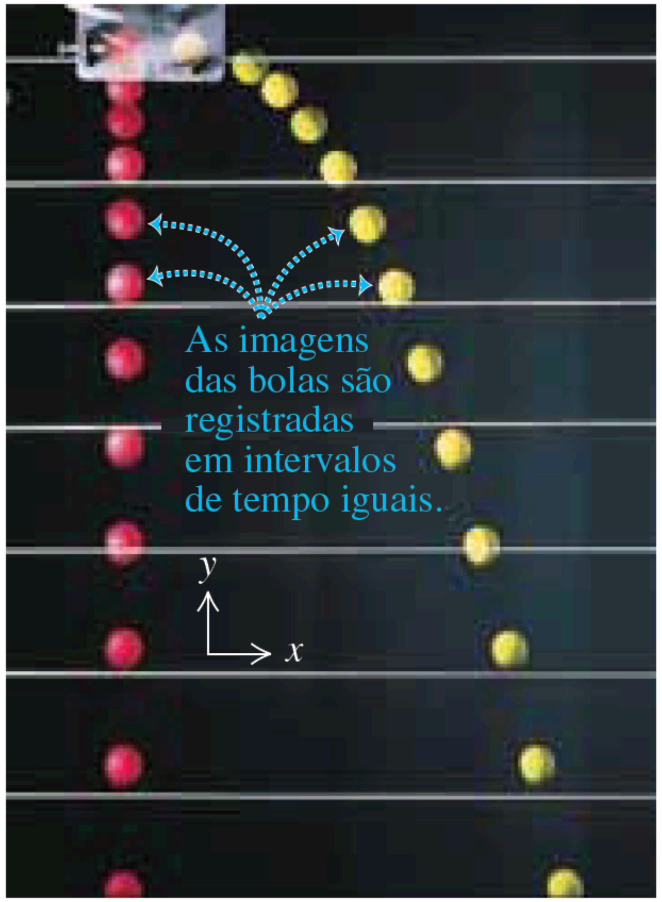
$$v_x(t) = v_{0x} + a_x\ t = v_{0x}$$

$$x(t) = x_0 + v_{0x}\ t$$

  - *Direção vertical* ($a_y = -g$)

$$v_y(t) = v_{0y} + a_y\ t = v_{0y} - g\ t$$

$$y(t) = y_0 + v_{0y}\ t - \frac{g}{2}\ t^2$$



- A qualquer instante, as duas bolas possuem coordenadas e velocidades diferentes no eixo x, mas com a mesma coordenada, velocidade e aceleração no eixo y.
- O movimento horizontal da bola da direita não tem efeito sobre seu movimento vertical.

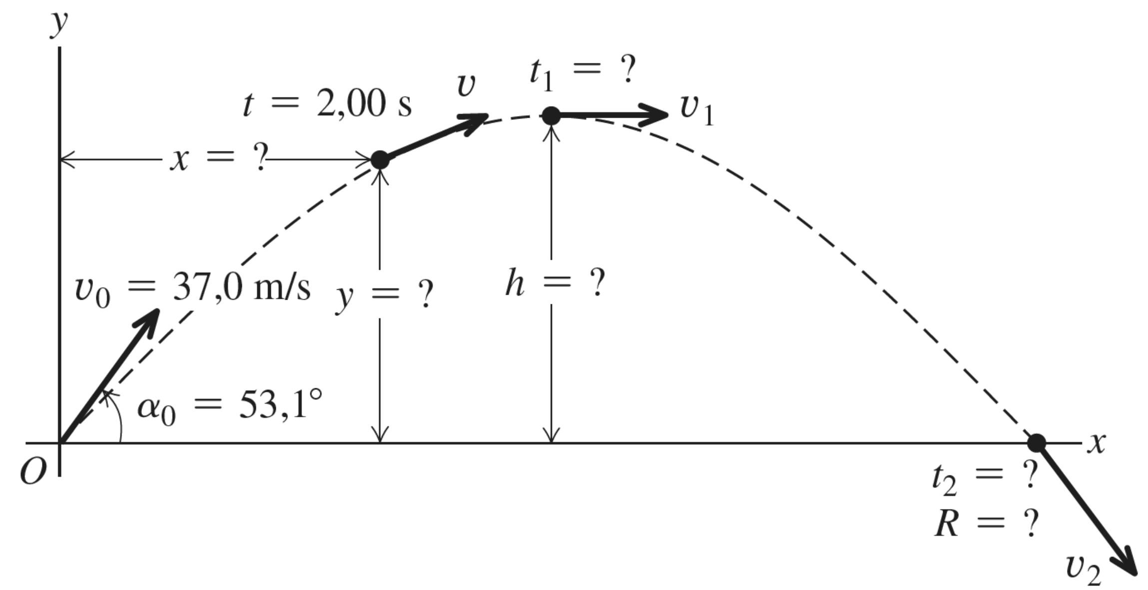
Exemplo: movimento de um projétil no espaço em termos de seus componentes

- **Uma bola de beisebol deixa o bastão do batedor com velocidade inicial de $37{,}0$ m/s e ângulo inicial de $53{,}1°$**
  - *Qual é a posição e a velocidade da bola para t = 2,00 s?*

$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha_0 = 37{,}0 \cos(53{,}1°) = 22{,}2\ m/s$$

$$v_x(t = 2{,}00) = v_{0x} + \cancel{a_x}\, t = 22{,}2\ m/s$$

$$x(t = 2{,}00) = \cancel{x_0} + v_{0x}\, t = 22{,}2\, t = 44{,}4\ m$$



$$v_{0y} = v_0 \sin\alpha_0 = 37{,}0 \sin(53{,}1^o) = 29{,}6\ m/s$$

$$v_y(t = 2{,}00) = v_{0y} - g\, t = 29{,}6 - 9{,}80\, t = 10{,}0\ m/s$$

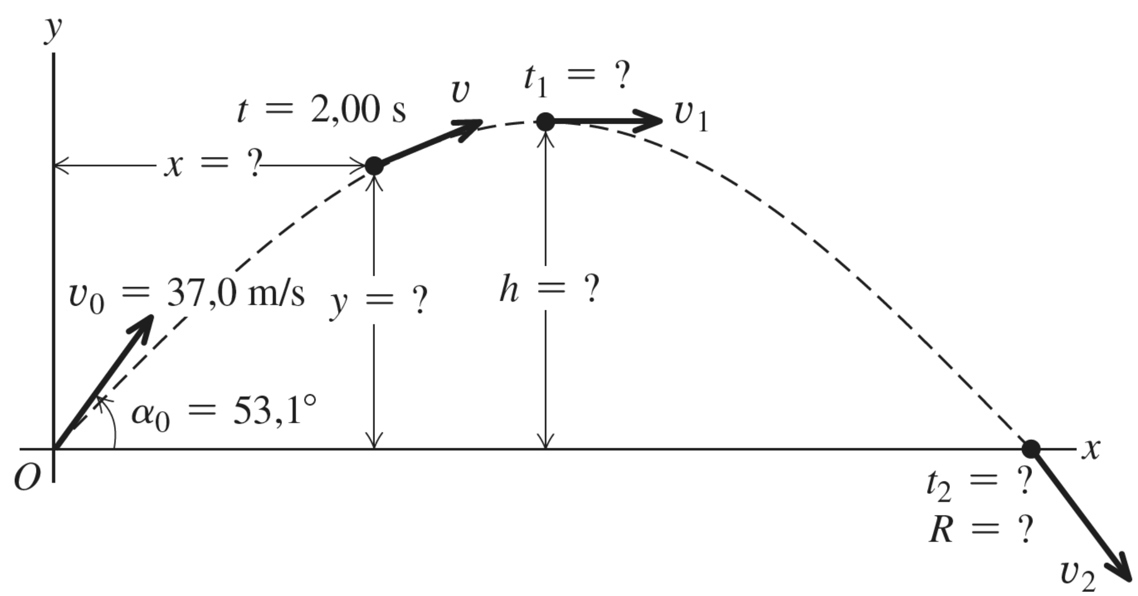
$$y(t = 2{,}00) = \cancel{y_0} + v_{0y}\, t - \frac{g}{2} t^2 = 29{,}6\, t - \frac{9{,}80}{2} t^2 = 39{,}6\ m$$

$$v(t = 2{,}00) = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 24{,}4\ m/s$$

$$\alpha(t = 2{,}00) = \arctan \frac{v_y}{v_x} = 24{,}2°$$

Exemplo: movimento de um projétil no espaço em termos de seus componentes

- **Uma bola de beisebol deixa o bastão do batedor com velocidade inicial de** $37{,}0$ **m/s e ângulo inicial de** $53{,}1^{o}$
  - *Quanto tempo a bola leva para atingir a altura máxima e qual é a altura?*



No ponto mais alto:

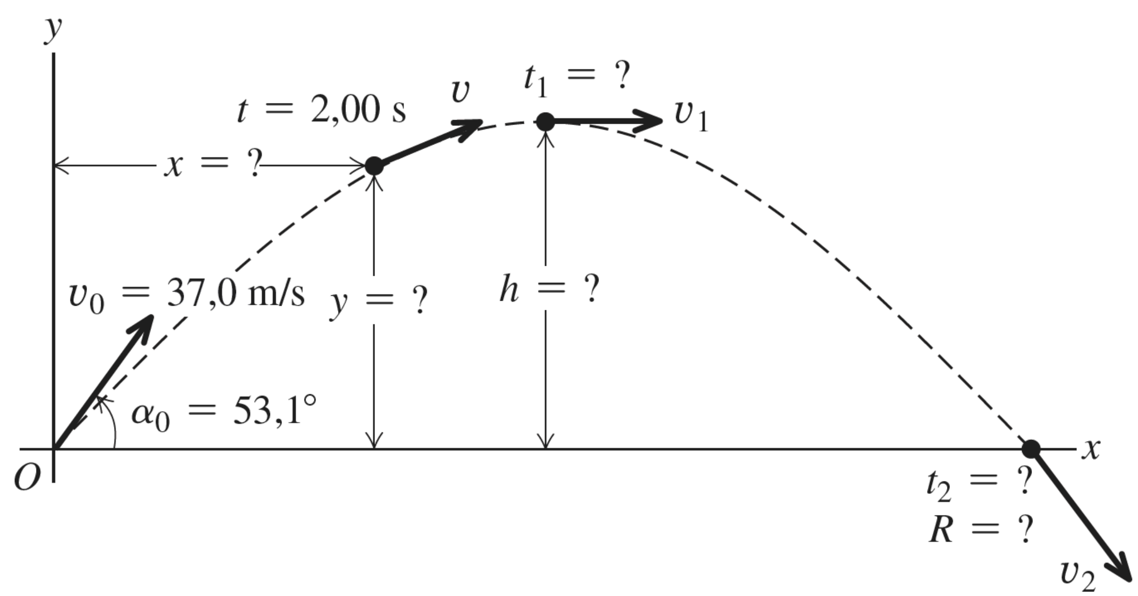
$$v_y(t) = v_{0y} - g\,t = 0$$

$$t_1 = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{29{,}6}{9{,}80} = 3{,}02\ s$$

$$h = y(t_1) = v_{0y}\,t_1 - \frac{g}{2}\,t_1^2 = 29{,}6\,t_1 - \frac{9{,}80}{2}\,t_1^2 = 44{,}7\ m$$

Exemplo: movimento de um projétil no espaço em termos de seus componentes

- **Uma bola de beisebol deixa o bastão do batedor com velocidade inicial de** $37{,}0$ **m/s e ângulo inicial de** $53{,}1^{o}$
  - *Qual é o alcance horizontal R e a velocidade da bola imediatamente antes de alcançar o solo?*



Quando a bola chega ao chão:

$$h = y(t_2) = v_{0y}\, t_2 - \frac{g}{2}t_2^2 = 0$$

$$\left(v_{0y} - \frac{g}{2}t_2\right) t_2 = 0$$

$$t_2 = 0 \qquad \text{ou} \qquad t_2 = \frac{2v_{0y}}{g} = 6{,}04\ s$$

$$R = x(t_2) = v_{0x}\, t_2 = 134\ m$$

$$v_x(t_2) = v_{0x} + \cancel{a_x}\, t_2 = 22{,}2\ m/s$$

$$v_y(t_2) = v_{0y} - g\, t_2 = -\,29{,}6\ m/s$$

$$v(t_2) = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 37{,}0\ m/s$$

$$\alpha(t_2) = \arctan\frac{v_y}{v_x} = -\,53{,}1^\circ$$

Sumário: Mecânica (IGc) - 4310192

- **Movimento com aceleração**
  - *Movimento uniformemente variado*
  - *Queda livre*
  - *Movimento de um projétil*
- **Velocidade e posição por integração**
- **Movimento circular**
- **Exercícios de Fixação**

Velocidade e posição por integração

- **Como determinar a posição e a velocidade a partir da aceleração em função do tempo** $a_x(t) = ?$

$$\Delta v_x = a_{xm}\Delta t \qquad\qquad \Delta x = v_{xm}\Delta t$$

$$v_x(t) - v_x(t_0) = \int_{v_x(t_0)}^{v_x(t)} dv'_x = \int_{t_0}^{t} a_x(t')dt'$$

$$x(t) - x(t_0) = \int_{x(t_0)}^{x(t)} dx' = \int_{t_0}^{t} v_x(t')dt'$$

Velocidade da partícula no instante 0

Velocidade de uma partícula no instante t

$$v_x = v_{0x} + \underbrace{\int_0^t a_x\,dt}$$

Integral da aceleração da partícula entre os instantes 0 e t

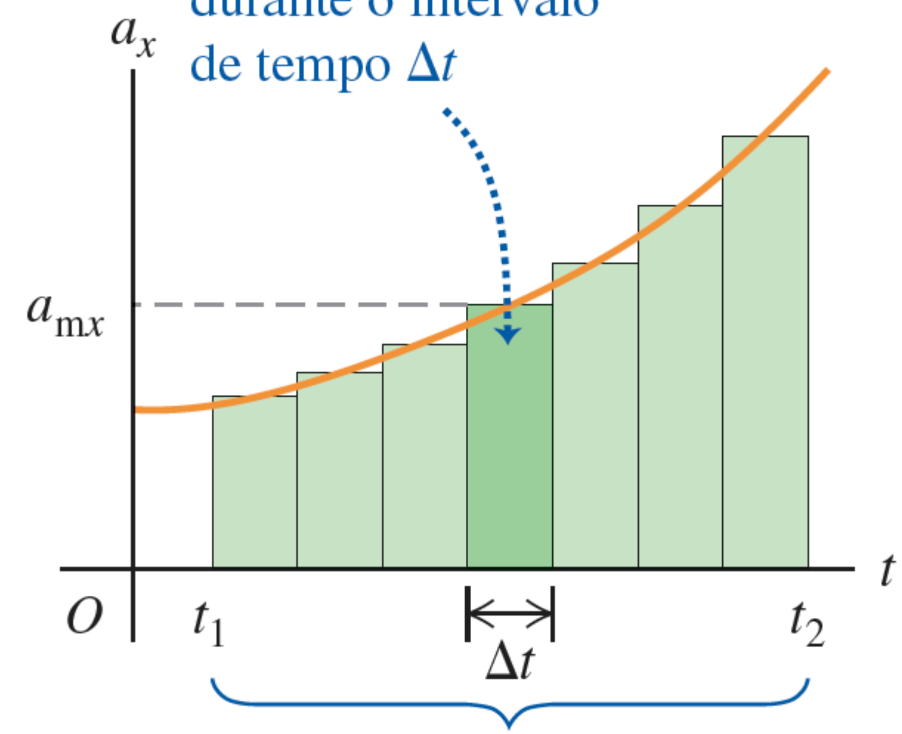
Posição da partícula no instante 0

Posição de uma partícula no instante t

$$x = x_0 + \int_0^t v_x\,dt$$

Integral da velocidade da partícula entre os instantes 0 e t

Área desta coluna $= \Delta v_x$ $=$ variação na velocidade durante o intervalo de tempo Δt



Área total sob a curva em um gráfico xt entre os tempos t_1 e $t_2 =$ variação da velocidade que ocorre entre esses limites.

Exemplo: Movimento de um projétil em termos de seus componentes usando a forma integral

- **Uma bola de beisebol deixa o bastão do batedor com velocidade inicial de** $37{,}0$ **m/s e ângulo inicial de** $53{,}1°$
  - *Qual é a posição e a velocidade da bola para t = 2,00 s?*

Na direção horizontal:

$$v_x(t) - v_x(t_0) = \int_{t_0}^{t} \cancel{a_x(t')}dt' = 0 \qquad \rightarrow \qquad v_x(t) = v_{0x}$$

$$v_x(t = 2{,}00) = 22{,}2\ m/s$$

$$x(t) - \cancel{x(t_0)} = \int_{t_0}^{t} v_x(t')dt' = \int_{t_0}^{t} v_{0x}dt' = v_{0x}\int_{t_0}^{t} dt' = v_{0x}t'\Big|_{t_0}^{t} = v_{0x}\left(t - \cancel{t_0}\right) = v_{0x}\,t$$

$$x(t = 2{,}00) = v_{0x}\,t = 22{,}2\,t = 44{,}4\ m$$

Exemplo: Movimento de um projétil em termos de seus componentes usando a forma integral

- **Uma bola de beisebol deixa o bastão do batedor com velocidade inicial de $37{,}0$ m/s e ângulo inicial de $53{,}1°$**
  - *Qual é a posição e a velocidade da bola para t = 2,00 s?*

Na direção vertical:

$$v_y(t) - v_y(t_0) = \int_{t_0}^{t} a_y(t')dt' = -\int_{t_0}^{t} g dt' = -g\int_{t_0}^{t} dt' = -gt'\Big|_{t_0}^{t} = -g\left(t - \cancel{t_0}\right) = -g\,t$$

$$v_y(t = 2{,}00) = v_{0y} - g\,t = 29{,}6 - 9{,}80\ t = 10{,}0\ m/s$$

$$y(t) - \cancel{y(t_0)} = \int_{t_0}^{t} v_y(t')dt' = \int_{t_0}^{t}\left(v_{0y} - g\,t'\right)dt' = v_{0y}\int_{t_0}^{t} dt' - g\int_{t_0}^{t} t'dt' = \left[v_{0y}t' - \frac{g}{2}t'^2\right]_{t_0}^{t}$$

$$y(t) - \cancel{y(t_0)} = v_{0y}\left(t - \cancel{t_0}\right) - \frac{g}{2}\left(t^2 - \cancel{t_0^2}\right) = v_{0y}\,t - \frac{g}{2}\,t^2$$

$$y(t = 2{,}00) = v_{0y}\,t - \frac{g}{2}\,t^2 = 29{,}6\,t - \frac{9{,}80}{2}\,t^2 = 39{,}6\ m$$

Sumário: Mecânica (IGc) - 4310192

- **Movimento com aceleração**
  - *Movimento uniformemente variado*
  - *Queda livre*
  - *Movimento de um projétil*

- **Velocidade e posição por integração**

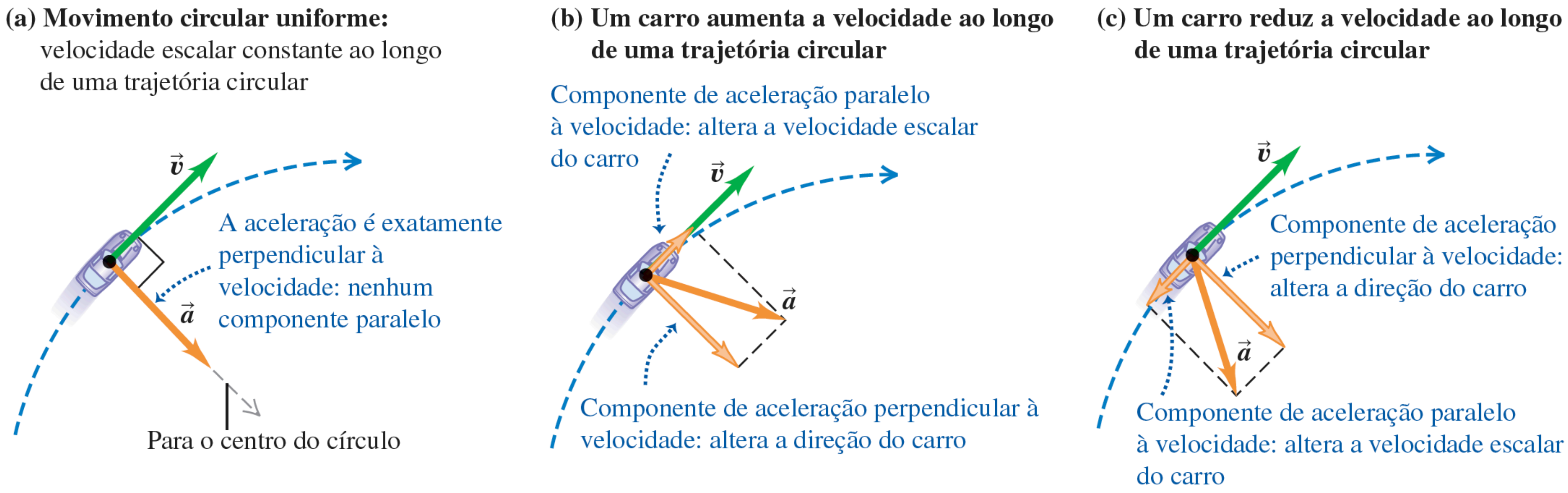
- **Movimento circular**

- **Exercícios de Fixação**

Movimento circular uniforme

- **Quando uma partícula se move ao longo de uma circunferência com velocidade escalar constante, dizemos que ela descreve um Movimento Circular Uniforme (M.C.U.)**
  - *Não existe um componente de aceleração paralelo (tangente) à trajetória; caso houvesse, o módulo da velocidade seria variável*

- **O vetor da aceleração é perpendicular (normal) à trajetória e, portanto, orientado para dentro em direção ao centro da trajetória circular**
  - *Isso faz com que a direção da velocidade varie sem mudar seu módulo*



- **O vetor aceleração num movimento circular uniforme aponta sempre para o centro da trajetória circular**

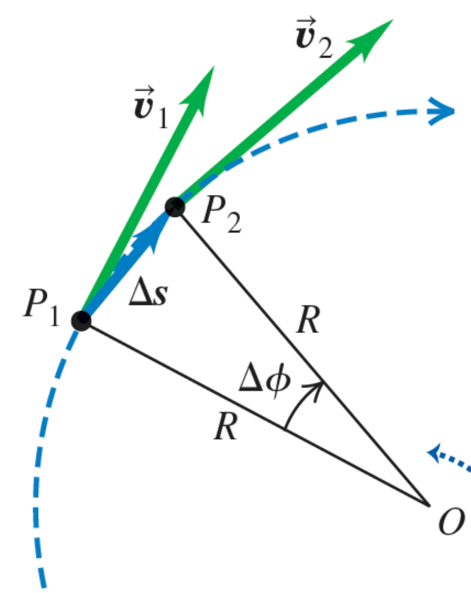
$$\Delta s = R\Delta\phi \qquad\qquad |\Delta \mathbf{v}| = |\mathbf{v}_1|\Delta\phi$$

$$\frac{|\Delta \mathbf{v}|}{|\mathbf{v}_1|} = \frac{\Delta s}{R} \quad \text{ou} \quad |\Delta \mathbf{v}| = |\mathbf{v}_1|\frac{\Delta s}{R}$$

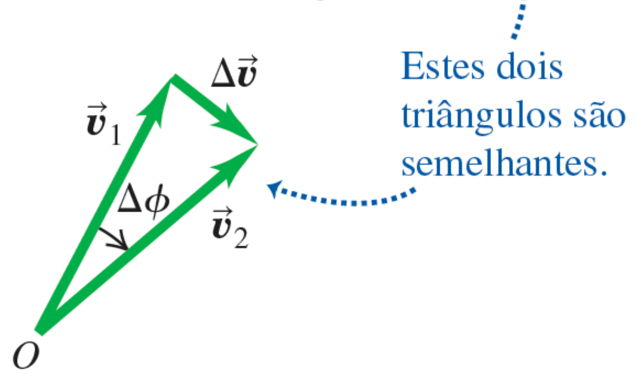
$$a_m = \frac{|\Delta \mathbf{v}|}{\Delta t} = \frac{|\mathbf{v}_1|}{R}\frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\mathbf{v}_1|}{R}\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{|\mathbf{v}_1|}{R}\lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{|\mathbf{v}_1|^2}{R}$$

(a) Um ponto percorre uma distância Δs a uma velocidade escalar constante ao longo de uma trajetória circular.



(b) A variação correspondente em velocidade e aceleração média.



Movimento circular uniforme

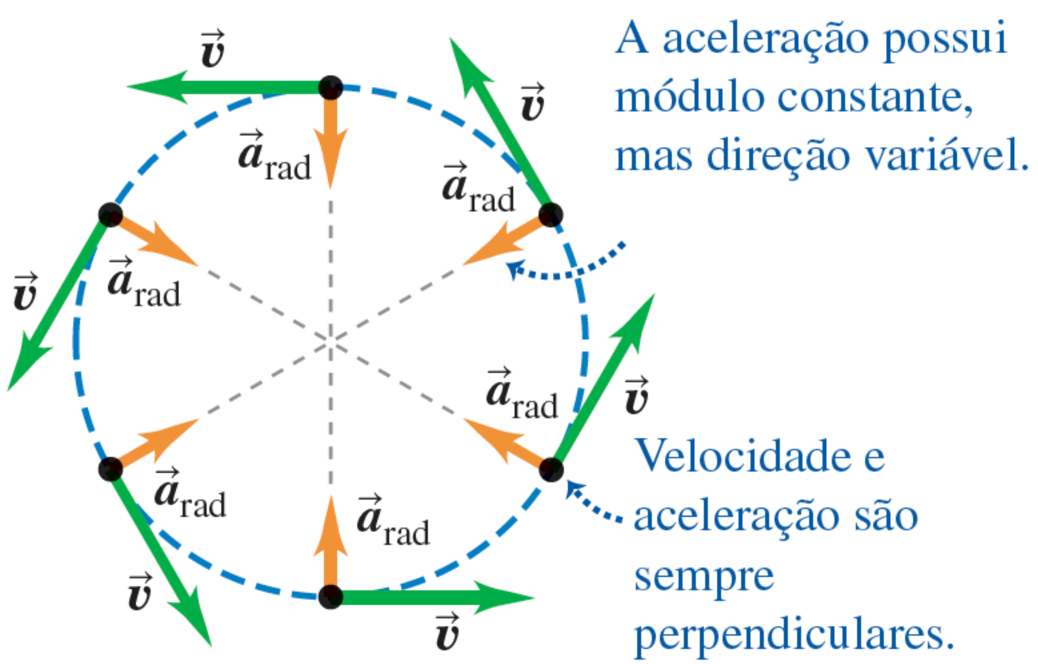
- **O vetor aceleração num movimento circular uniforme aponta sempre para o centro da trajetória circular**
  - *Como a aceleração é sempre orientada para dentro do círculo, ela é também chamada de **aceleração centrípeta***

$$\Delta s = R\Delta\phi \qquad |\Delta \mathbf{v}| = |\mathbf{v}_1|\Delta\phi$$

$$\frac{|\Delta \mathbf{v}|}{|\mathbf{v}_1|} = \frac{\Delta s}{R} \quad \text{ou} \quad |\Delta \mathbf{v}| = |\mathbf{v}_1|\frac{\Delta s}{R}$$

$$a_m = \frac{|\Delta \mathbf{v}|}{\Delta t} = \frac{|\mathbf{v}_1|}{R}\frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$a_{centr} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\mathbf{v}_1|}{R}\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{|\mathbf{v}_1|}{R}\lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{|\mathbf{v}_1|^2}{R} = \frac{v^2}{R}$$



Exemplo: Carro numa curva

- **Um carro possui "aceleração lateral" de 0,96g = (0,96) (9,8 m/s²) = 9,4 m/s², que é a aceleração centrípeta máxima sem que o carro deslize para fora de uma trajetória circular.**
  - *Se o carro se desloca a uma velocidade constante de 40 m/s (ou cerca de 144 km/h), qual é o raio mínimo da curva que ele pode viajar?*

$$a_{centr} = \frac{v^2}{R} \qquad \rightarrow \qquad R = \frac{v^2}{a_{centr}} = \frac{40}{9,4} = 170\ m$$

Exemplo: Aceleração num parque de diversões

- **Em um brinquedo de um parque de diversões, os passageiros viajam com velocidade constante em um círculo de raio 5,0 m. Eles percorrem uma volta completa no círculo em 4,0 s**
  - *Qual é a aceleração sentida por eles?*

$$v = \frac{L}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\ \pi\ 5{,}0}{4{,}0} = 7{,}4\ m/s \qquad a_{centr} = \frac{v^2}{R} = \frac{7{,}4^2}{5{,}0} = 12\ m/s^2$$

Exercícios de fixação

- **Ler e fazer todos os exemplos do capítulo 2 da seção 2.4 até a seção 2.6**
  - *Exercícios seção 2.4: 2.29, 2.30, 2.31, 2.32, 2.33 e 2.34*
  - *Exercícios seção 2.5: 2.35, 2.36, 2.37, 2.38, 2.39, 2.41, 2.42, 2.43, 2.44 e 2.47*
  - *Exercícios seção 2.6: 2.52, 2.53 e 2.54*
- **Ler e fazer todos os exemplos do capítulos 3 da seção 3.3 até a seção 3.4**
  - *Exercícios seção 3.3: 3.19, 3.21 e 3.22,*
  - *Exercícios seção 3.4: 3.23, 3.24, 3.25, 3.26 e 3.28*