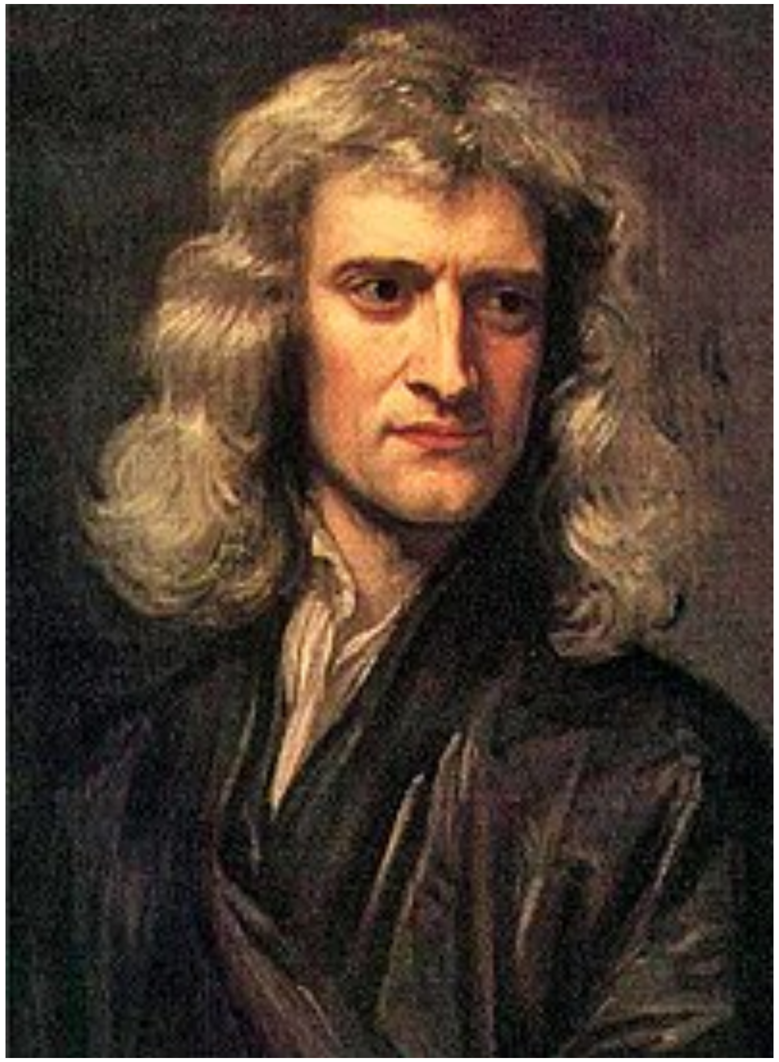
Mecânica (IGc) - 4310192

Ministrado por

Prof. Gustavo Paganini Canal

Departamento de Física Aplicada

Instituto de Física da Universidade de São Paulo



Isaac Newton

Curso ministrado online para o

Instituto de Geociências

e-mail: canal@if.usp.br

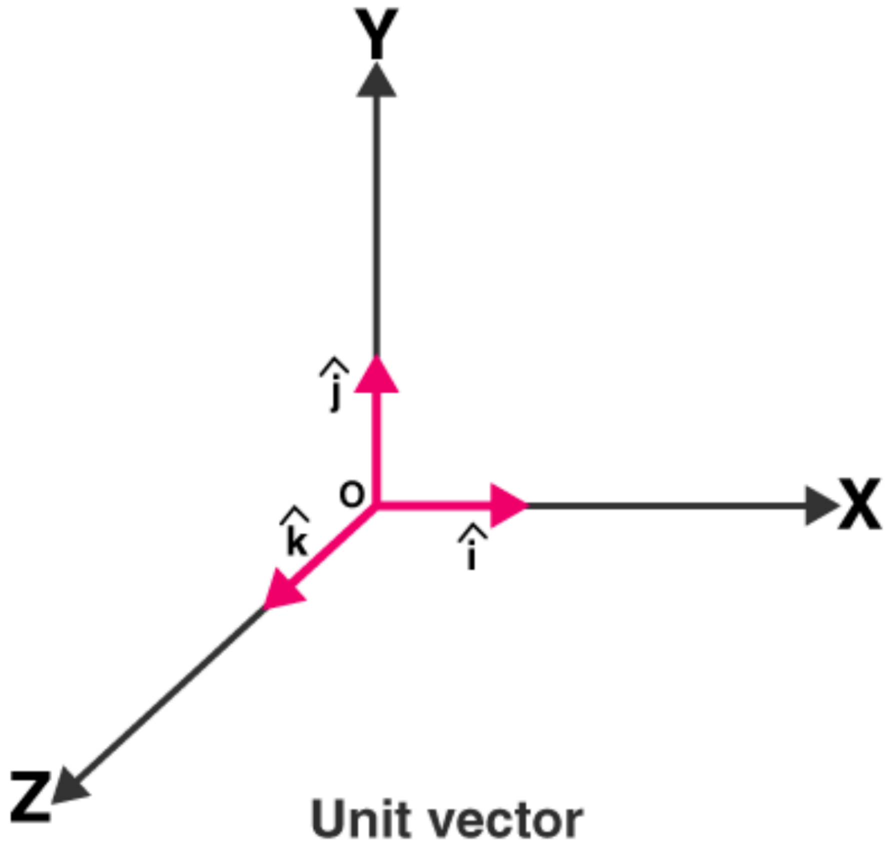
São Paulo - SP, 24 de Agosto de 2020

Sumário: Mecânica (IGc) - 4310192

- **Vetores unitários**

- **Produtos de vetores**
  - *Produto escalar*
  - *Produto vetorial*

- **Exercícios de Fixação**



Sumário: Mecânica (IGc) - 4310192

- **Vetores unitários**

- **Produtos de vetores**
  - *Produto escalar*
  - *Produto vetorial*

- **Exercícios de Fixação**

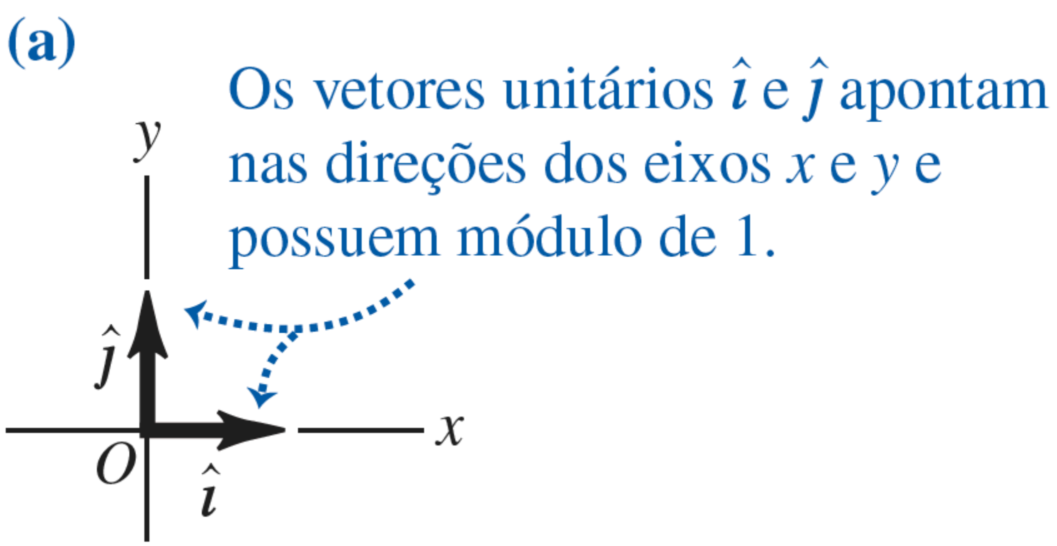
A importância de vetores unitários

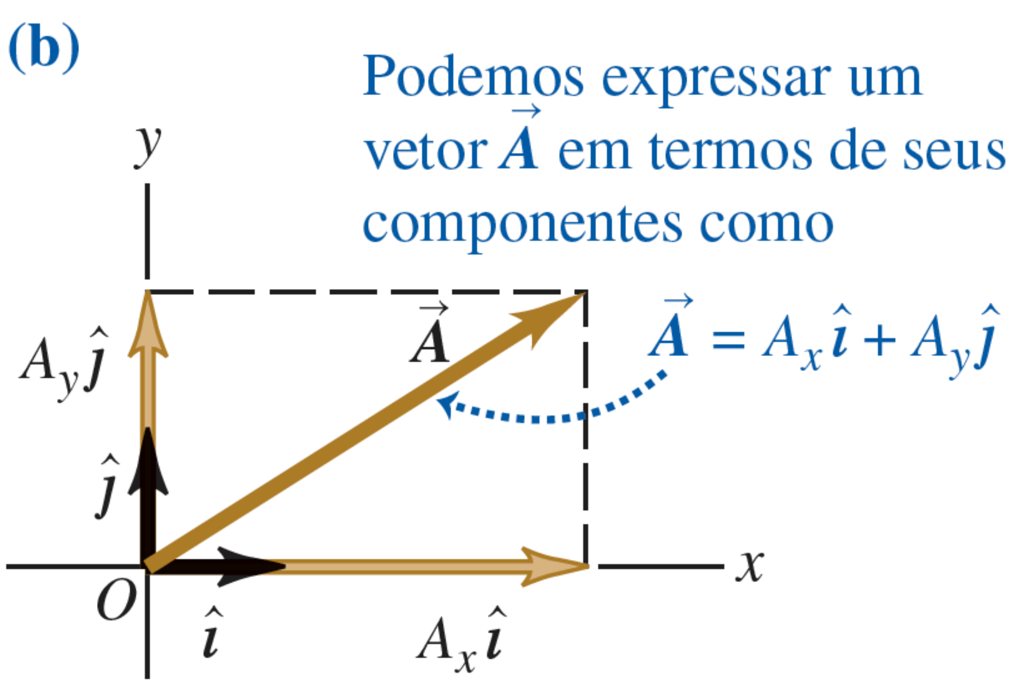
- **Um VETOR UNITÁRIO é aquele que possui módulo igual a 1, não possuindo nenhuma unidade**
  - *Seu único objetivo é apontar, ou seja, descrever uma direção e um sentido no espaço*
  - *Os vetores unitários fornecem uma notação conveniente para cálculos que envolvem os componentes de vetores*
  - *Sempre usaremos acento circunflexo ou "chapéu" (^) para simbolizar um vetor unitário*
    - *Exemplos:* $\hat{\mathbf{i}},\ \hat{\mathbf{j}},\ \hat{\mathbf{k}},\ \hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{x}},\ \hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{y}},\ \hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{z}}$

A importância de vetores unitários

- **Em um sistema de coordenadas [x,y], definimos um vetor unitário $\hat{\mathbf{i}}$, ou $\hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{x}}$, apontando no sentido positivo do eixo x e um vetor unitário $\hat{\mathbf{j}}$, ou $\hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{y}}$, apontando no sentido positivo do eixo y**
  - *Podemos então expressar um vetor $\overrightarrow{\mathbf{A}}$, em termos de seus componentes*

$$\overrightarrow{\mathbf{A}} = A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}} \quad \text{ou} \quad \overrightarrow{\mathbf{A}} = A_x\hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{x}} + A_y\hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{y}}$$





Soma vetorial utilizando vetores unitários num plano

- **Usando vetores unitários, podemos escrever a soma vetorial $\overrightarrow{\mathbf{R}}$ de dois vetores $\overrightarrow{\mathbf{A}}$ e $\overrightarrow{\mathbf{B}}$ do seguinte modo**

$$\overrightarrow{\mathbf{A}} = A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}}$$

$$\overrightarrow{\mathbf{B}} = B_x\hat{\mathbf{i}} + B_y\hat{\mathbf{j}}$$

$$\overrightarrow{\mathbf{R}} = \overrightarrow{\mathbf{A}} + \overrightarrow{\mathbf{B}}$$

$$\overrightarrow{\mathbf{R}} = \left(A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}}\right) + \left(B_x\hat{\mathbf{i}} + B_y\hat{\mathbf{j}}\right)$$

$$\overrightarrow{\mathbf{R}} = \left(A_x + B_x\right)\hat{\mathbf{i}} + \left(A_y + B_y\right)\hat{\mathbf{j}} = R_x\hat{\mathbf{i}} + R_y\hat{\mathbf{j}}$$

$$R_x = A_x + B_x \qquad R_y = A_y + B_y$$

- **Quando os vetores não estão contidos num plano, torna-se necessário usar um terceiro componente**

$$\vec{\mathbf{A}} = A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}} + A_z\hat{\mathbf{k}}$$

$$\vec{\mathbf{B}} = B_x\hat{\mathbf{i}} + B_y\hat{\mathbf{j}} + B_z\hat{\mathbf{k}}$$

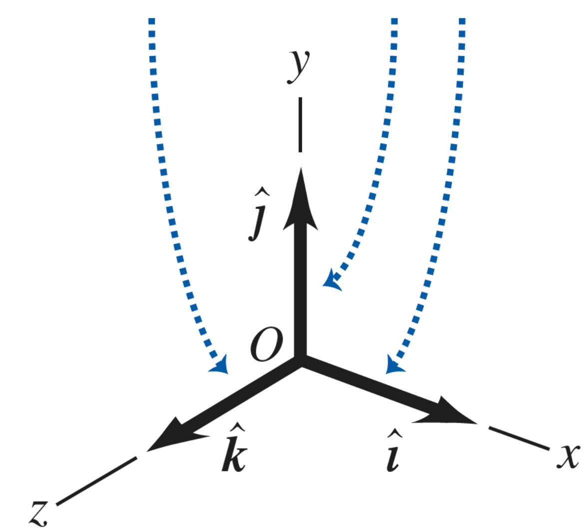
$$\vec{\mathbf{R}} = \vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}}$$

$$\vec{\mathbf{R}} = \left(A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}} + A_z\hat{\mathbf{k}}\right) + \left(B_x\hat{\mathbf{i}} + B_y\hat{\mathbf{j}} + B_z\hat{\mathbf{k}}\right)$$

$$\vec{\mathbf{R}} = \left(A_x + B_x\right)\hat{\mathbf{i}} + \left(A_y + B_y\right)\hat{\mathbf{j}} + \left(A_z + B_z\right)\hat{\mathbf{k}}$$

$$= R_x\hat{\mathbf{i}} + R_y\hat{\mathbf{j}} + R_z\hat{\mathbf{k}}$$

Os vetores unitários $\hat{\imath}$, $\hat{\jmath}$ e $\hat{k}$ apontam nas direções dos eixos x, y e z positivos e têm um módulo igual a 1.



Exemplo

- **Dados dois deslocamentos**

$$\vec{\mathbf{D}} = \left(6{,}00\hat{\mathbf{i}} + 3{,}00\hat{\mathbf{j}} - 1{,}00\hat{\mathbf{k}}\right)\ \mathrm{m}$$

$$\vec{\mathbf{E}} = \left(4{,}00\hat{\mathbf{i}} - 5{,}00\hat{\mathbf{j}} + 8{,}00\hat{\mathbf{k}}\right)\ \mathrm{m}$$

encontre o vetor resultante $\vec{\mathbf{F}} = 2\vec{\mathbf{D}} - \vec{\mathbf{E}}$

$$\vec{\mathbf{F}} = 2\left(6{,}00\hat{\mathbf{i}} + 3{,}00\hat{\mathbf{j}} - 1{,}00\hat{\mathbf{k}}\right)\ \mathrm{m}\ - \left(4{,}00\hat{\mathbf{i}} - 5{,}00\hat{\mathbf{j}} + 8{,}00\hat{\mathbf{k}}\right)\ \mathrm{m}$$

$$\vec{\mathbf{F}} = \left[(12{,}00 - 4{,}00)\,\hat{\mathbf{i}} + \left(6{,}00 + 5{,}00\right)\hat{\mathbf{j}} + (-2{,}00 - 8{,}00)\,\hat{\mathbf{k}}\right]\ \mathrm{m}$$

$$\vec{\mathbf{F}} = \left(8{,}00\hat{\mathbf{i}} + 11{,}00\hat{\mathbf{j}} - 10{,}00\hat{\mathbf{k}}\right)\ \mathrm{m}$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} = \sqrt{(8{,}00\ \mathrm{m})^2 + (11{,}00\ \mathrm{m})^2 + (-10{,}00\ \mathrm{m})^2} = 16{,}9\ \mathrm{m}$$

Sumário: Mecânica (IGc) - 4310192

- **Vetores unitários**

- **Produtos de vetores**
  - *Produto escalar*
  - *Produto vetorial*

- **Exercícios de Fixação**

O produto entre vetores

- **Vetores não são números comuns, de modo que o produto comum não é diretamente aplicado para vetores**

- **Pode-se definir dois tipos de produtos de vetores**
  - *Produto escalar: o resultado é uma grandeza escalar*
  - *Produto vetorial: o resultado é uma grandeza vetorial*

Sumário: Mecânica (IGc) - 4310192

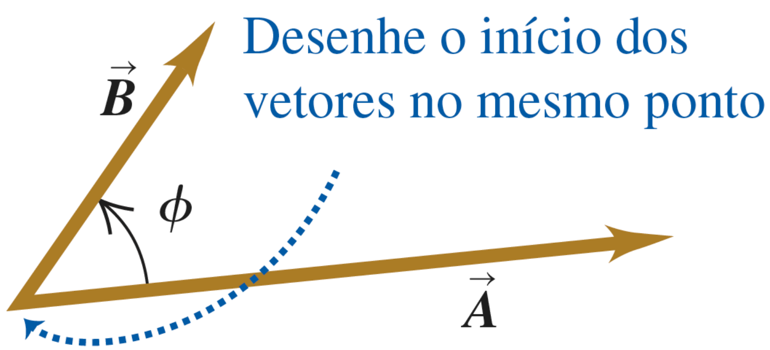
- Vetores unitários

- **Produtos de vetores**
  - *Produto escalar*
  - *Produto vetorial*

- Exercícios de Fixação

O produto ESCALAR entre vetores

- **O produto escalar de dois vetores $\vec{\mathbf{A}}$ e $\vec{\mathbf{B}}$ é designado por $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$**
- **Embora $\vec{\mathbf{A}}$ e $\vec{\mathbf{B}}$ sejam vetores, a grandeza $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$ é um escalar**
- **Para definir o produto escalar $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$ de dois vetores $\vec{\mathbf{A}}$ e $\vec{\mathbf{B}}$, desenhamos o início desses vetores no mesmo ponto**
  - *O ângulo entre os vetores é designado por ϕ (a letra grega fi) e este é sempre compreendido entre 0^o e 180^o*



O produto ESCALAR entre vetores

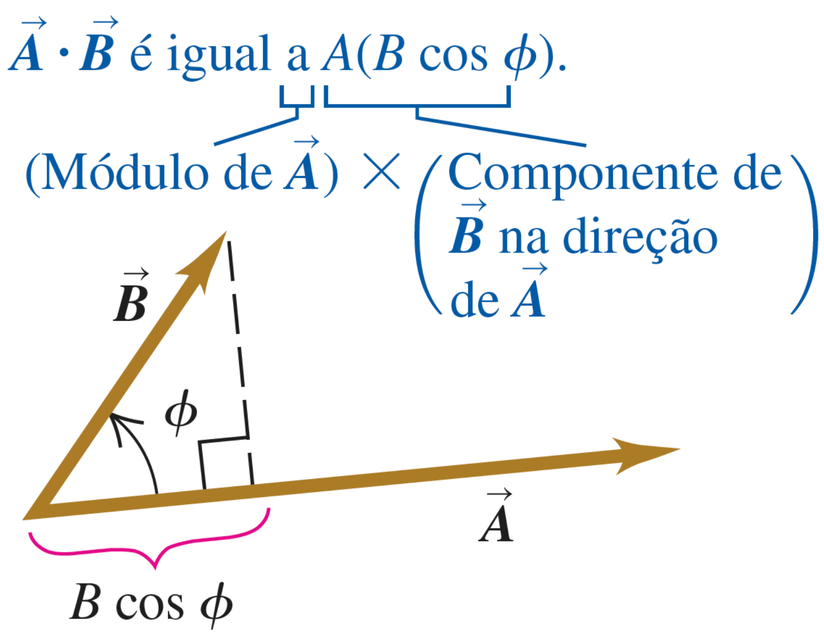
- **Definimos $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$ como o módulo de $\vec{\mathbf{A}}$ multiplicado pelo componente de $\vec{\mathbf{B}}$ paralelo ao vetor $\vec{\mathbf{A}}$**
  - *Definimos $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$ também como o módulo de $\vec{\mathbf{B}}$ multiplicado pelo componente de $\vec{\mathbf{A}}$ paralelo ao vetor $\vec{\mathbf{B}}$*

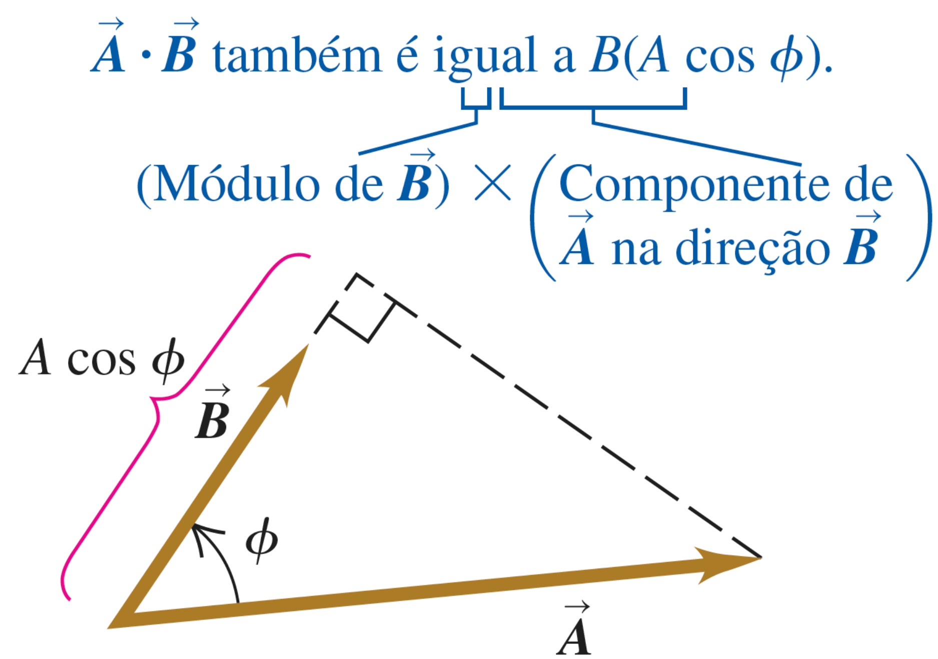
Produto escalar dos vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$

Módulos de $\vec{A}$ e $\vec{B}$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\phi = |\vec{A}||\vec{B}|\cos\phi$$

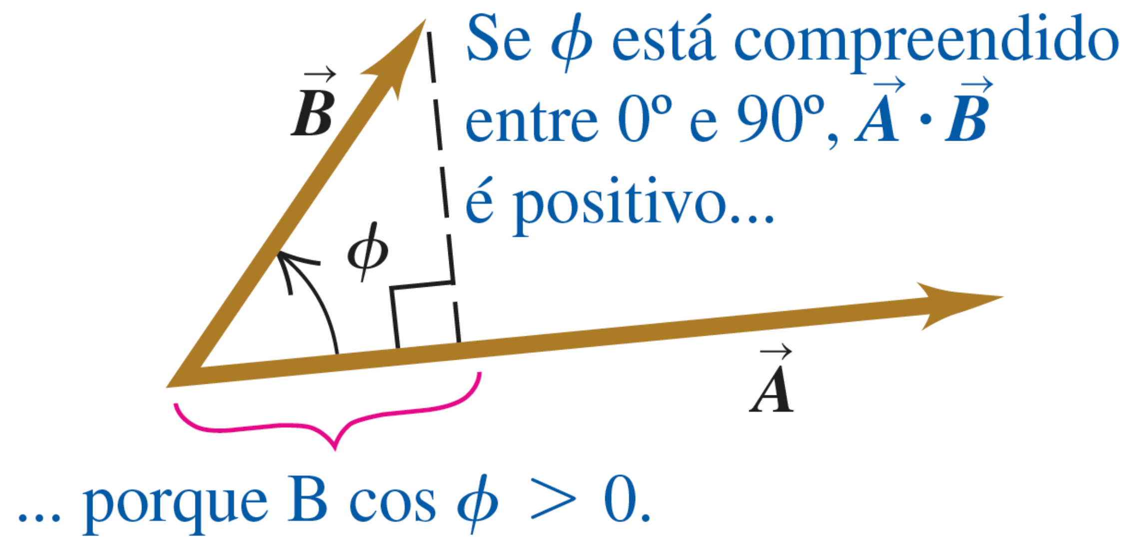
Ângulo entre $\vec{A}$ e $\vec{B}$ iniciados no mesmo ponto





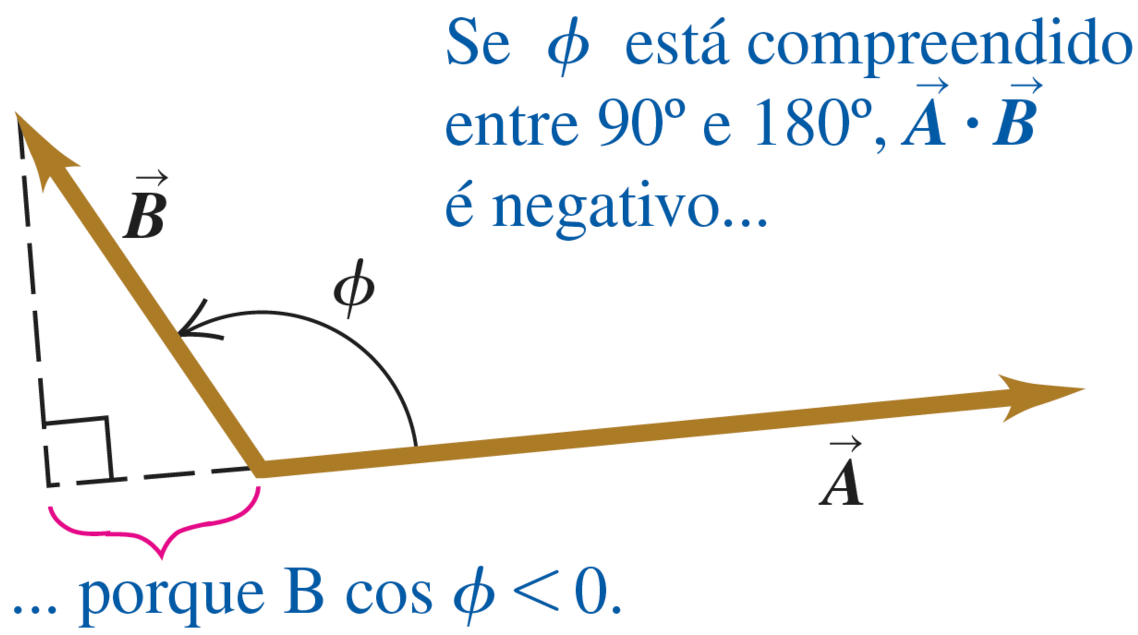
O produto ESCALAR entre vetores

- **O produto escalar $\vec{A} \cdot \vec{B}$ pode ser um número positivo, negativo ou zero**
  - *Quando ϕ é compreendido entre 0º e 90º, $\cos\phi > 0$ e o produto escalar é positivo*



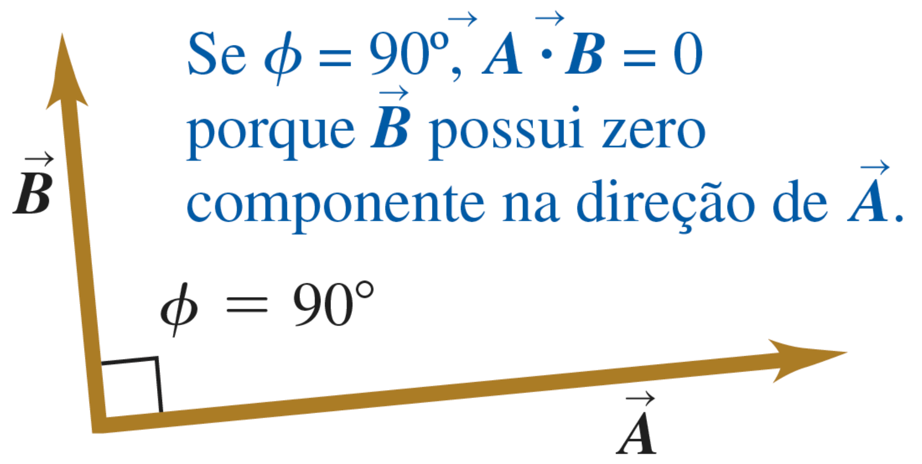
O produto ESCALAR entre vetores

- **O produto escalar $\vec{A} \cdot \vec{B}$ pode ser um número positivo, negativo ou zero**
  - *Quando ϕ é compreendido entre 0° e 90°, $\cos\phi > 0$ e o produto escalar é positivo*
  - *Quando ϕ é compreendido entre 90° e 180°, $\cos\phi < 0$ e o produto escalar é negativo*



O produto ESCALAR entre vetores

- **O produto escalar $\overrightarrow{\mathbf{A}} \cdot \overrightarrow{\mathbf{B}}$ pode ser um número positivo, negativo ou zero**
  - *Quando ϕ é compreendido entre 0º e 90º,* $\cos\phi > 0$ *e o produto escalar é positivo*
  - *Quando ϕ é compreendido entre 90º e 180º,* $\cos\phi < 0$ *e o produto escalar é negativo*
  - *Quando ϕ = 90º,* $\cos\phi = 0$ *e o produto escalar é zero*



O produto escalar de dois vetores perpendiculares é sempre igual a zero

- **Vetores unitários são perpendiculares uns aos outros e possuem módulo 1**

$$\hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{i}} = \hat{\mathbf{j}} \cdot \hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{k}} = (1)\ (1)\ \cos 0 = 1$$

$$\hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{k}} = \hat{\mathbf{j}} \cdot \hat{\mathbf{k}} = (1)\ (1)\ \cos 90 = 0$$

Cálculo do produto escalar usando seus componentes

- **Para calcular $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$, expressamos $\vec{\mathbf{A}}$ e $\vec{\mathbf{B}}$ em termos de seus componentes e usamos a regra do produtos escalar entre vetores unitários**

$$\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = \left(A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}} + A_z\hat{\mathbf{k}}\right) \cdot \left(B_x\hat{\mathbf{i}} + B_y\hat{\mathbf{j}} + B_z\hat{\mathbf{k}}\right)$$

$$\begin{aligned}\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = {} & A_x\hat{\mathbf{i}} \cdot B_x\hat{\mathbf{i}} \;+\; A_x\hat{\mathbf{i}} \cdot B_y\hat{\mathbf{j}} \;+\; A_x\hat{\mathbf{i}} \cdot B_z\hat{\mathbf{k}} \;+ \\ & + \; A_y\hat{\mathbf{j}} \cdot B_x\hat{\mathbf{i}} \;+\; A_y\hat{\mathbf{j}} \cdot B_y\hat{\mathbf{j}} \;+\; A_y\hat{\mathbf{j}} \cdot B_z\hat{\mathbf{k}} \;+ \\ & + \; A_z\hat{\mathbf{k}} \cdot B_x\hat{\mathbf{i}} \;+\; A_z\hat{\mathbf{k}} \cdot B_y\hat{\mathbf{j}} \;+\; A_z\hat{\mathbf{k}} \cdot B_z\hat{\mathbf{k}}\end{aligned}$$

Cálculo do produto escalar usando seus componentes

- **Para calcular $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$, expressamos $\vec{\mathbf{A}}$ e $\vec{\mathbf{B}}$ em termos de seus componentes e usamos a regra do produtos escalar entre vetores unitários**

$$\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = \left(A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}} + A_z\hat{\mathbf{k}}\right) \cdot \left(B_x\hat{\mathbf{i}} + B_y\hat{\mathbf{j}} + B_z\hat{\mathbf{k}}\right)$$

$$\begin{aligned}\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = & A_xB_x\hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{i}} \quad + \quad A_xB_y\hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{j}} \quad + \quad A_xB_z\hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{k}} \quad + \\ & + \quad A_yB_x\hat{\mathbf{j}} \cdot \hat{\mathbf{i}} \quad + \quad A_yB_y\hat{\mathbf{j}} \cdot \hat{\mathbf{j}} \quad + \quad A_yB_z\hat{\mathbf{j}} \cdot \hat{\mathbf{k}} \quad + \\ & + \quad A_zB_x\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{i}} \quad + \quad A_zB_y\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{j}} \quad + \quad A_zB_z\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{k}}\end{aligned}$$

Cálculo do produto escalar usando seus componentes

- **Para calcular $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$, expressamos $\vec{\mathbf{A}}$ e $\vec{\mathbf{B}}$ em termos de seus componentes e usamos a regra do produtos escalar entre vetores unitários**

$$\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = \left(A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}} + A_z\hat{\mathbf{k}}\right) \cdot \left(B_x\hat{\mathbf{i}} + B_y\hat{\mathbf{j}} + B_z\hat{\mathbf{k}}\right)$$

$$\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = A_xB_x\hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{i}} \;+\; A_xB_y\cancel{\hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{j}}} \;+\; A_xB_z\cancel{\hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{k}}} \;+$$

$$+\; A_yB_x\cancel{\hat{\mathbf{j}} \cdot \hat{\mathbf{i}}} \;+\; A_yB_y\hat{\mathbf{j}} \cdot \hat{\mathbf{j}} \;+\; A_yB_z\cancel{\hat{\mathbf{j}} \cdot \hat{\mathbf{k}}} \;+$$

$$+\; A_zB_x\cancel{\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{i}}} \;+\; A_zB_y\cancel{\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{j}}} \;+\; A_zB_z\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{k}}$$

Produto escalar dos vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$

Componentes de $\vec{A}$

$$\vec{A} \bullet \vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$$

Componentes de $\vec{B}$

Sumário: Mecânica (IGc) - 4310192

- Vetores unitários

- **Produtos de vetores**
  - *Produto escalar*
  - *Produto vetorial*

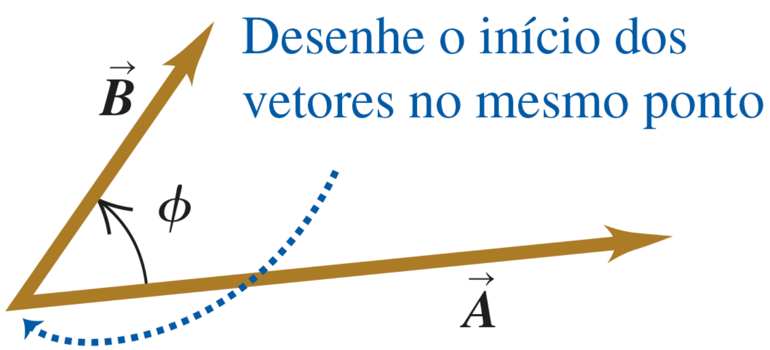
- Exercícios de Fixação

O produto VETORIAL entre vetores

- **O produto vetorial de dois vetores $\vec{\mathbf{A}}$ e $\vec{\mathbf{B}}$ é designado por $\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}$**

- **Diferentemente do produto escalar, $\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}$ é uma grandeza vetorial**

- **Para definir o produto vetorial $\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}$ de dois vetores $\vec{\mathbf{A}}$ e $\vec{\mathbf{B}}$, desenhamos o início desses vetores no mesmo ponto**
  - *O ângulo entre os vetores é designado por ϕ (a letra grega fi) e este é sempre compreendido entre 0^o e 180^o*



O produto VETORIAL entre vetores

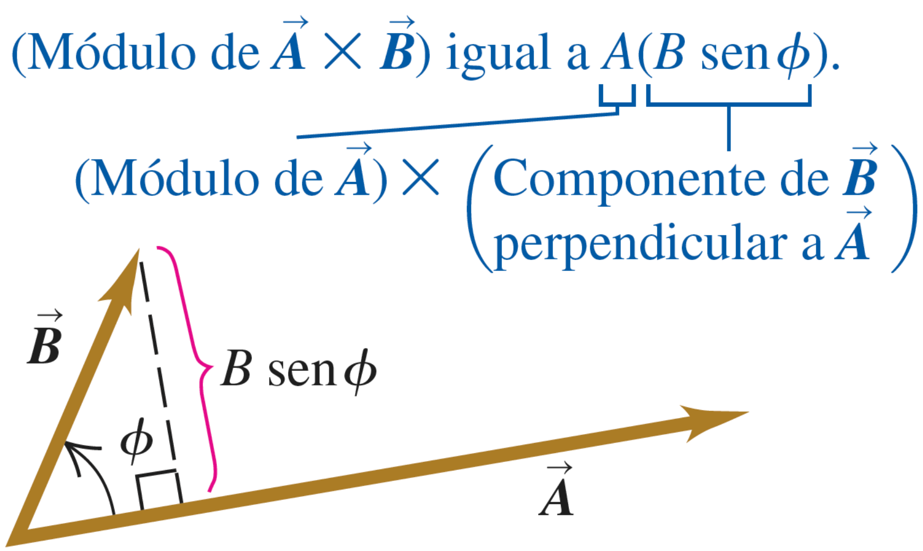
- **Definimos $\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}$ como o módulo de $\vec{\mathbf{A}}$ multiplicado pelo componente de $\vec{\mathbf{B}}$ perpendicular ao vetor $\vec{\mathbf{A}}$**
  - *Definimos $\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}$ também como o módulo de $\vec{\mathbf{B}}$ multiplicado pelo componente de $\vec{\mathbf{A}}$ perpendicular ao vetor $\vec{\mathbf{B}}$*

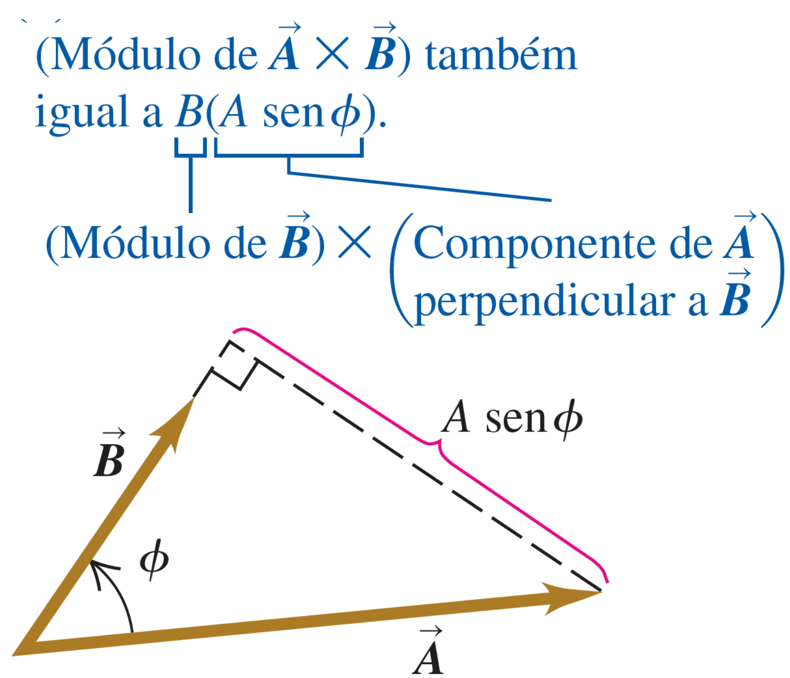
Módulo do produto **vetorial de vetores $\vec{B}$** e $\vec{A}$

$$C = AB\,\mathrm{sen}\,\phi$$

Módulos de $\vec{A}$ e $\vec{B}$

Ângulo entre $\vec{A}$ e $\vec{B}$ iniciados no mesmo ponto

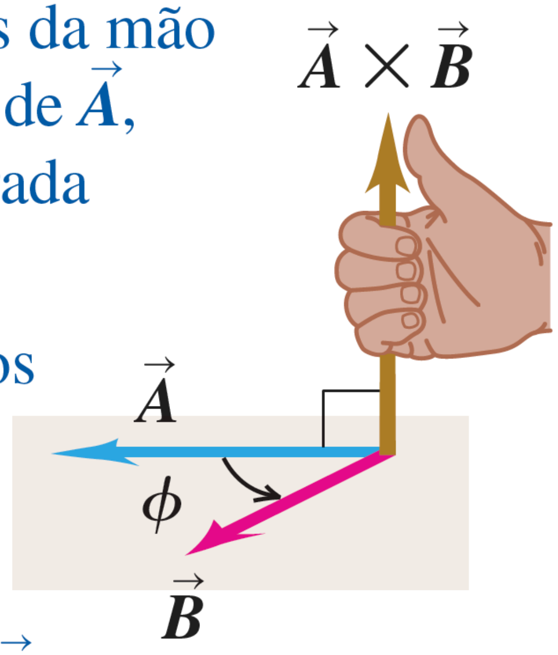




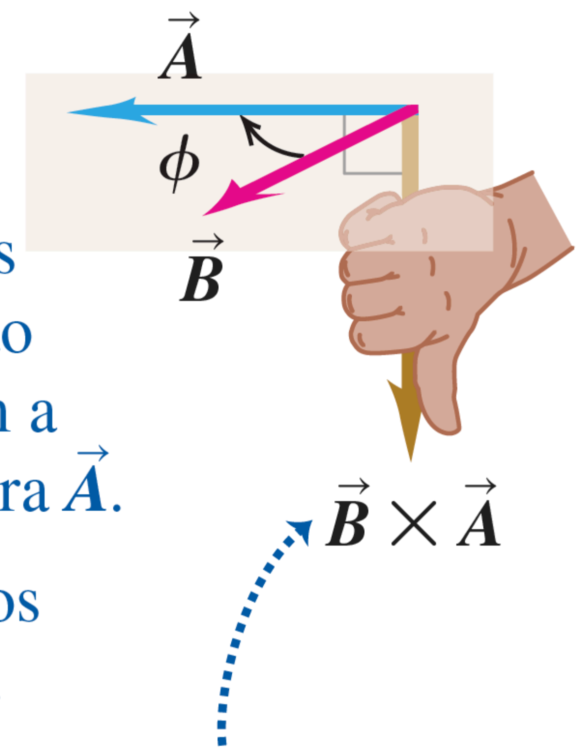
O produto VETORIAL entre vetores

- **O produto vetorial é anti-comutativo:** $\vec{\mathrm{A}} \times \vec{\mathrm{B}} = -\vec{\mathrm{B}} \times \vec{\mathrm{A}}$

1. Una $\vec{A}$ e $\vec{B}$ pelo início do vetor
2. Aponte os dedos da mão direita ao longo de $\vec{A}$, com a palma virada para $\vec{B}$.
3. Encurve os dedos em direção a $\vec{B}$.
4. O polegar aponta no sentido de $\vec{A} \times \vec{B}$.



1. Una $\vec{A}$ e $\vec{B}$ pelo início do vetor
2. Aponte os dedos da mão direita ao longo de $\vec{B}$, com a palma virada para $\vec{A}$.
3. Encurve os dedos no sentido de $\vec{A}$.
4. O polegar aponta no sentido de $\vec{B} \times \vec{A}$.
5. $\vec{B} \times \vec{A}$ possuem o mesmo módulo de $\vec{A} \times \vec{B}$, mas apontam no sentido oposto.



O produto VETORIAL entre vetores

- **O produto vetorial de dois vetores paralelos $\vec{\mathbf{A}}$ e $\vec{\mathbf{B}}$ é sempre nulo**
  - *Quando* $\phi = 0^{o}$, $\sin\phi = 0$ *e o produto vetorial* $|\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}| = AB\sin\phi = 0$

- **O produto vetorial de um vetor por ele mesmo é sempre NULO**

$$\hat{\mathbf{i}} \times \hat{\mathbf{i}} = \hat{\mathbf{j}} \times \hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{k}} = \mathbf{0}$$

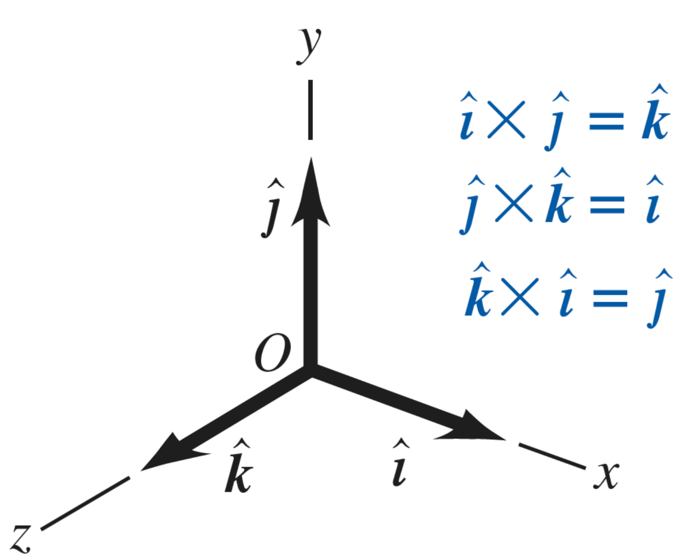
- **O produto vetorial de vetores unitários segue a regra da mão direita**

$$\hat{\mathbf{i}} \times \hat{\mathbf{j}} = -\hat{\mathbf{j}} \times \hat{\mathbf{i}} = \hat{\mathbf{k}}$$

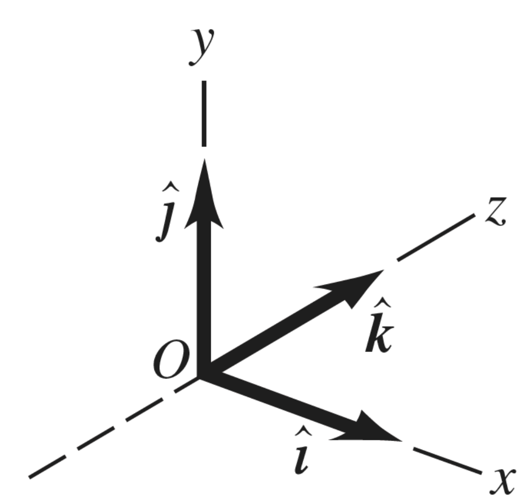
$$\hat{\mathbf{j}} \times \hat{\mathbf{k}} = -\hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{i}}$$

$$\hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{i}} = -\hat{\mathbf{i}} \times \hat{\mathbf{k}} = \hat{\mathbf{j}}$$

(a) Sistema de coordenadas com orientação da mão direita.



(b) Sistema de coordenadas com orientação da mão esquerda: não será usado.



Cálculo do produto vetorial usando seus componentes

- **Para calcular $\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}$, expressamos $\vec{\mathbf{A}}$ e $\vec{\mathbf{B}}$ em termos de seus componentes e usamos a regra do produtos vetorial entre vetores unitários**

$$\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} = \left(A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}} + A_z\hat{\mathbf{k}}\right) \times \left(B_x\hat{\mathbf{i}} + B_y\hat{\mathbf{j}} + B_z\hat{\mathbf{k}}\right)$$

$$\begin{aligned}\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} = {} & A_x\hat{\mathbf{i}} \times B_x\hat{\mathbf{i}} \;+\; A_x\hat{\mathbf{i}} \times B_y\hat{\mathbf{j}} \;+\; A_x\hat{\mathbf{i}} \times B_z\hat{\mathbf{k}} \;+ \\ & +\; A_y\hat{\mathbf{j}} \times B_x\hat{\mathbf{i}} \;+\; A_y\hat{\mathbf{j}} \times B_y\hat{\mathbf{j}} \;+\; A_y\hat{\mathbf{j}} \times B_z\hat{\mathbf{k}} \;+ \\ & +\; A_z\hat{\mathbf{k}} \times B_x\hat{\mathbf{i}} \;+\; A_z\hat{\mathbf{k}} \times B_y\hat{\mathbf{j}} \;+\; A_z\hat{\mathbf{k}} \times B_z\hat{\mathbf{k}}\end{aligned}$$

Cálculo do produto vetorial usando seus componentes

- **Para calcular $\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}$, expressamos $\vec{\mathbf{A}}$ e $\vec{\mathbf{B}}$ em termos de seus componentes e usamos a regra do produtos vetorial entre vetores unitários**

$$\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} = \left(A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}} + A_z\hat{\mathbf{k}}\right) \times \left(B_x\hat{\mathbf{i}} + B_y\hat{\mathbf{j}} + B_z\hat{\mathbf{k}}\right)$$

$$\begin{aligned}\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} = {} & A_xB_x\hat{\mathbf{i}} \times \hat{\mathbf{i}} \;+\; A_xB_y\hat{\mathbf{i}} \times \hat{\mathbf{j}} \;+\; A_xB_z\hat{\mathbf{i}} \times \hat{\mathbf{k}} \;+ \\ & + \; A_yB_x\hat{\mathbf{j}} \times \hat{\mathbf{i}} \;+\; A_yB_y\hat{\mathbf{j}} \times \hat{\mathbf{j}} \;+\; A_yB_z\hat{\mathbf{j}} \times \hat{\mathbf{k}} \;+ \\ & + \; A_zB_x\hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{i}} \;+\; A_zB_y\hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{j}} \;+\; A_zB_z\hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{k}}\end{aligned}$$

Cálculo do produto vetorial usando seus componentes

- **Para calcular $\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}$, expressamos $\vec{\mathbf{A}}$ e $\vec{\mathbf{B}}$ em termos de seus componentes e usamos a regra do produtos vetorial entre vetores unitários**

$$\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} = \left(A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}} + A_z\hat{\mathbf{k}}\right) \times \left(B_x\hat{\mathbf{i}} + B_y\hat{\mathbf{j}} + B_z\hat{\mathbf{k}}\right)$$

$$\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} = A_xB_x\cancel{\hat{\mathbf{i}} \times \hat{\mathbf{i}}} \;+\; A_xB_y\hat{\mathbf{i}} \times \hat{\mathbf{j}} \;+\; A_xB_z\hat{\mathbf{i}} \times \hat{\mathbf{k}} \;+$$

$$+\; A_yB_x\hat{\mathbf{j}} \times \hat{\mathbf{i}} \;+\; A_yB_y\cancel{\hat{\mathbf{j}} \times \hat{\mathbf{j}}} \;+\; A_yB_z\hat{\mathbf{j}} \times \hat{\mathbf{k}} \;+$$

$$+\; A_zB_x\hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{i}} \;+\; A_zB_y\hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{j}} \;+\; A_zB_z\cancel{\hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{k}}}$$

$$\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} = \left(A_yB_z - A_zB_y\right)\hat{\mathbf{i}} + \left(A_zB_x - A_xB_z\right)\hat{\mathbf{j}} + \left(A_xB_y - A_yB_x\right)\hat{\mathbf{k}}$$

Componentes do produto vetorial $\vec{A} \times \vec{B}$

$$C_x = A_yB_z - A_zB_y \qquad C_y = A_zB_x - A_xB_z \qquad C_z = A_xB_y - A_yB_x$$

A_x, A_y, A_z = componentes de $\vec{A}$ $\qquad$ B_x, B_y, B_z = componentes de $\vec{B}$

Exercícios de fixação

- **Ler e fazer todos os exemplos do capítulo 1 da seção 1.9 até a seção 1.10**
  - *Exercícios seções 1.9: 1.38, 1.39, 1.40 e 1.41*
  - *Exercícios seção 1.10: 1.42, 1.43, 1.44, 1.45, 1.46, 1.47 e 1.48*