



Otimização a Múltiplos Objetivos de Dispositivos Eletromagnéticos pelo Método dos Elementos Finitos



Otimização a Múltiplos Objetivos

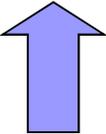
- Quando há necessidade de Otimização a Múltiplos Objetivos?
- Requisitos conflitantes
- Exemplo típico: Aumento de rendimento com diminuição de massa de um motor elétrico.



Otimização a Múltiplos Objetivos

- Minimize $[f_1(x) f_2(x) f_3(x) \dots f_n(x)]$
- Sujeito a
$$\begin{cases} g_i(x) \leq 0 & i = 1, \dots, p \\ h_j(x) = 0 & j = 1 \dots q \end{cases}$$
- f, g, h podem inclusive ser funções de aproximação

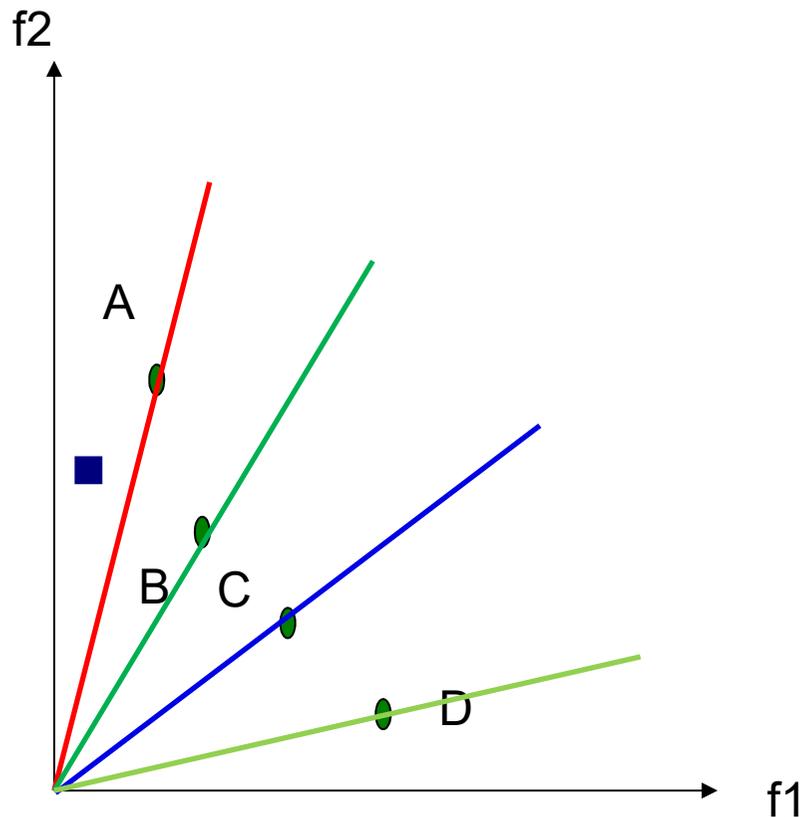
Método da Soma Ponderada

- intuitivo 
- definição de pesos 
- importância diferente para cada objetivo 
- uma solução por simulação 
- unidades das funções 

$$\min \sum_{i=1}^k w_i f_i(\bar{x}) \cdot c_i$$

$$c_i = 1 / [\max(f_i) - \min(f_i)]$$

Método da Soma Ponderada (análise geométrica)



$$\blacksquare f(x) = w1 * f1(x) + w2 * f2(x)$$

min f(x)

Para cada para par [w1 w2]

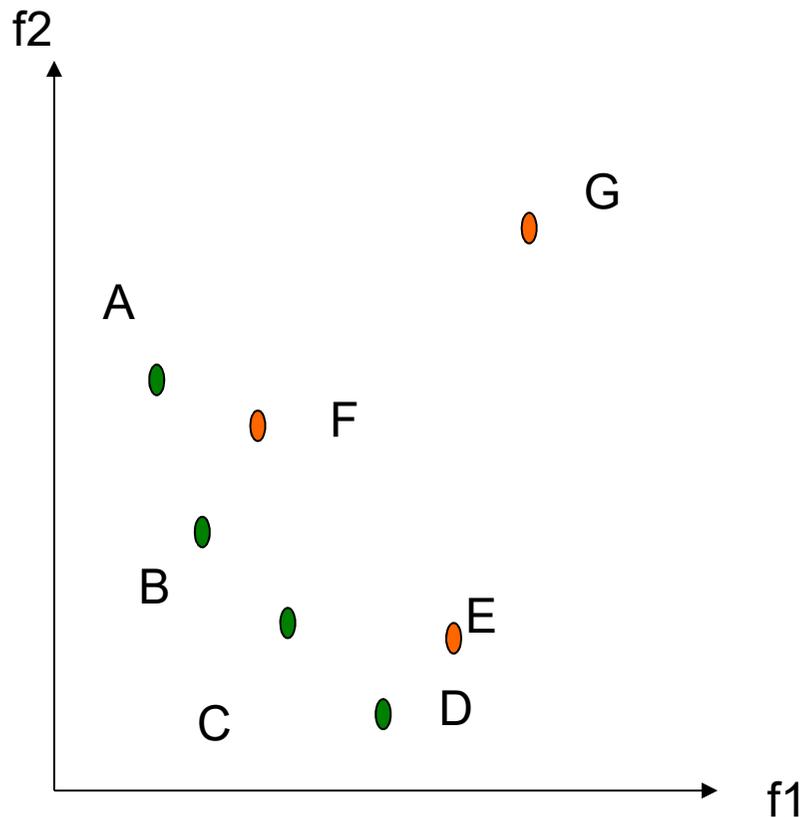
A [w1 w2]

B [w1 w2]

C [w1 w2]

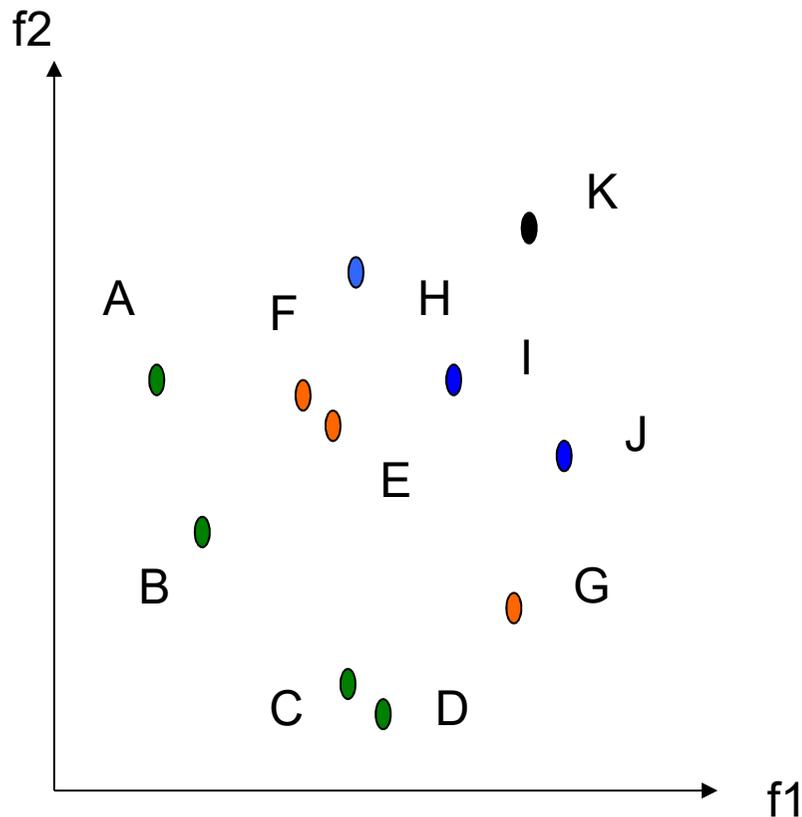
D [w1 w2]

Soluções Pareto-ótimas e o Conceito de Dominância



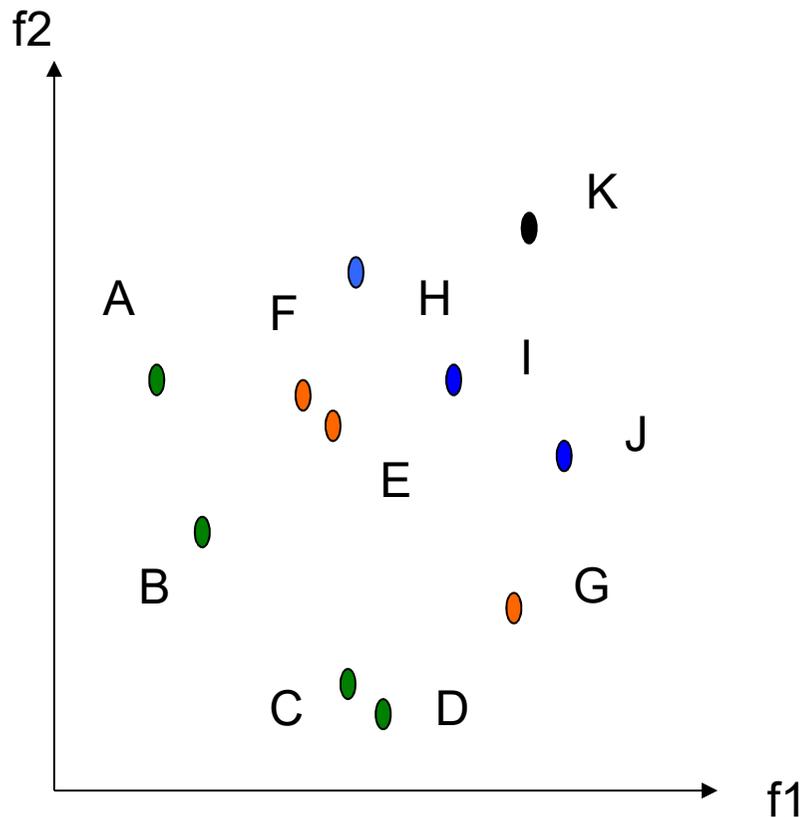
- Hipótese: Minimizar f_1 e f_2
- G é o pior de todos os elementos. G é dominado por todos.
- A é indiferente a F
- B domina F
- Logo F é dominado.
- Analogamente, E é dominado.
- A, B, C e D são não-dominados ou Pareto-ótimos e são candidatos a solução do problema a múltiplos objetivos.

Nondominated Sorted Genetic Algorithm (NSGA)



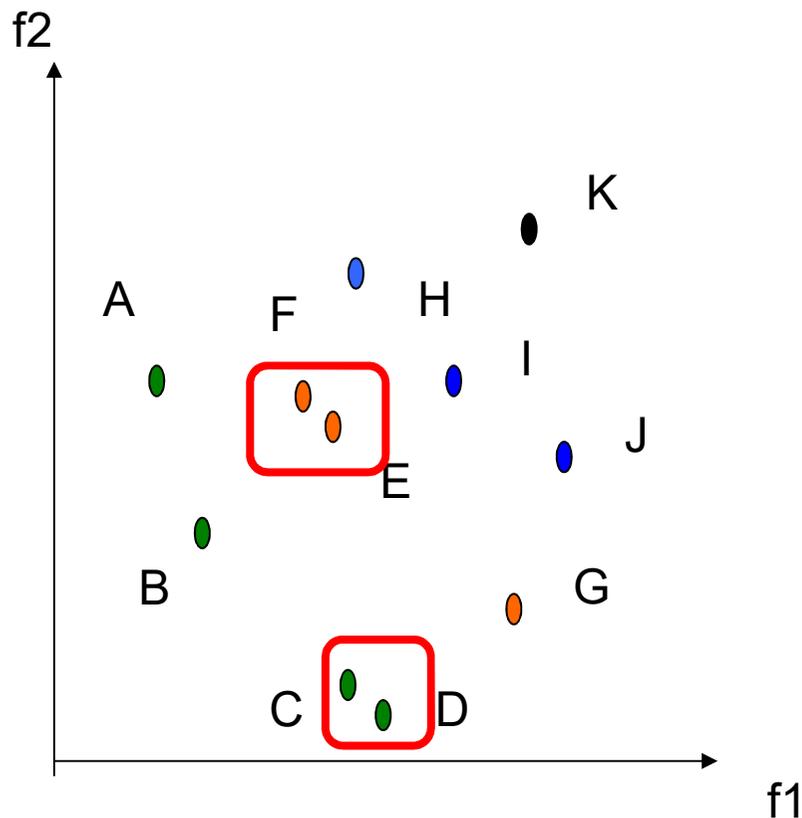
- Etapa 1
 - Classifica-se os não dominados
- Etapa 2
 - Eles são retirados do conjunto
- Etapa 3
 - Retorna-se a Etapa 1
- Até que todos os elementos sejam classificados

Nondominated Sorted Genetic Algorithm (NSGA)



Elemento	Aptidão
A, B, C, D	1
E, G, F	2
H, I, J	3
K	4

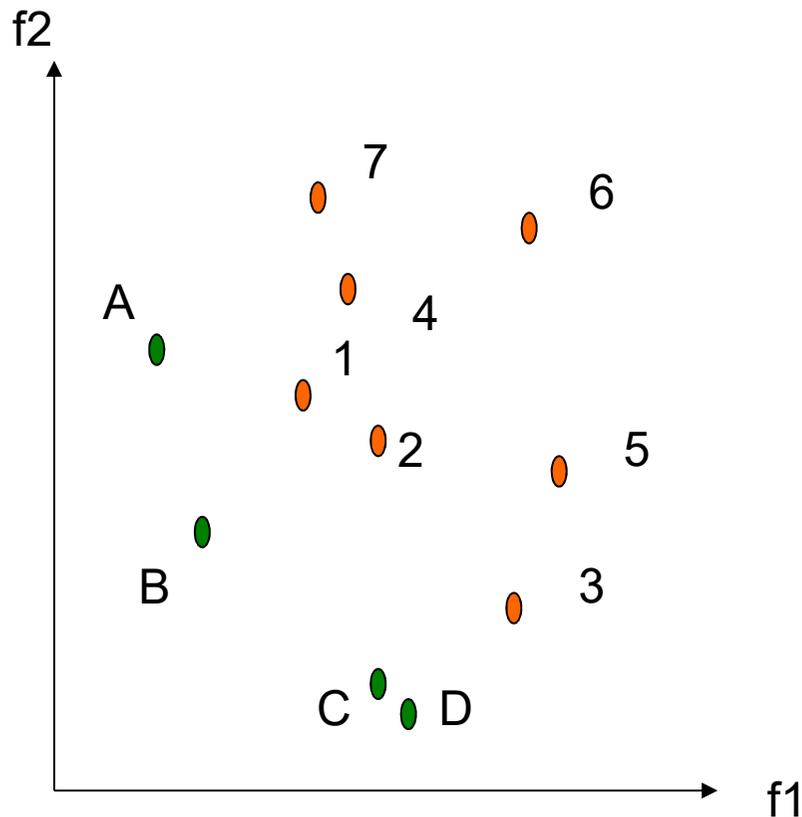
Inserção de Diversidade no NSGA



Elemento	Aptidão
A, B, D	1
C	1.5
E, G	2
F	2.5
H, I, J	3
K	4

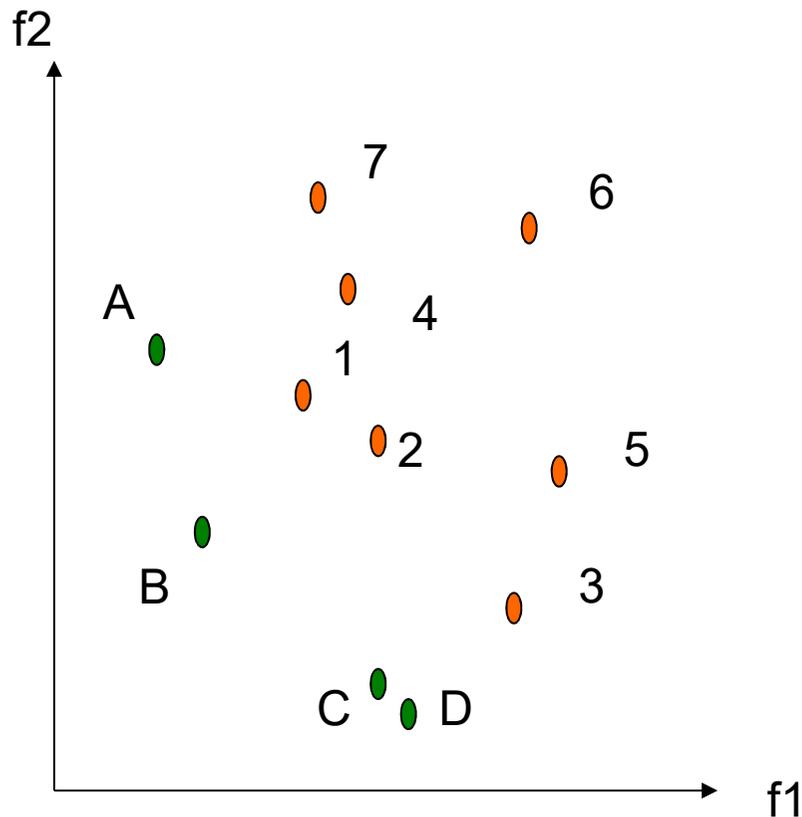
O conceito de “*crowding-distance*”:
deseja-se soluções com alta diversidade

Strength Pareto Evolutionary Algorithm (SPEA)



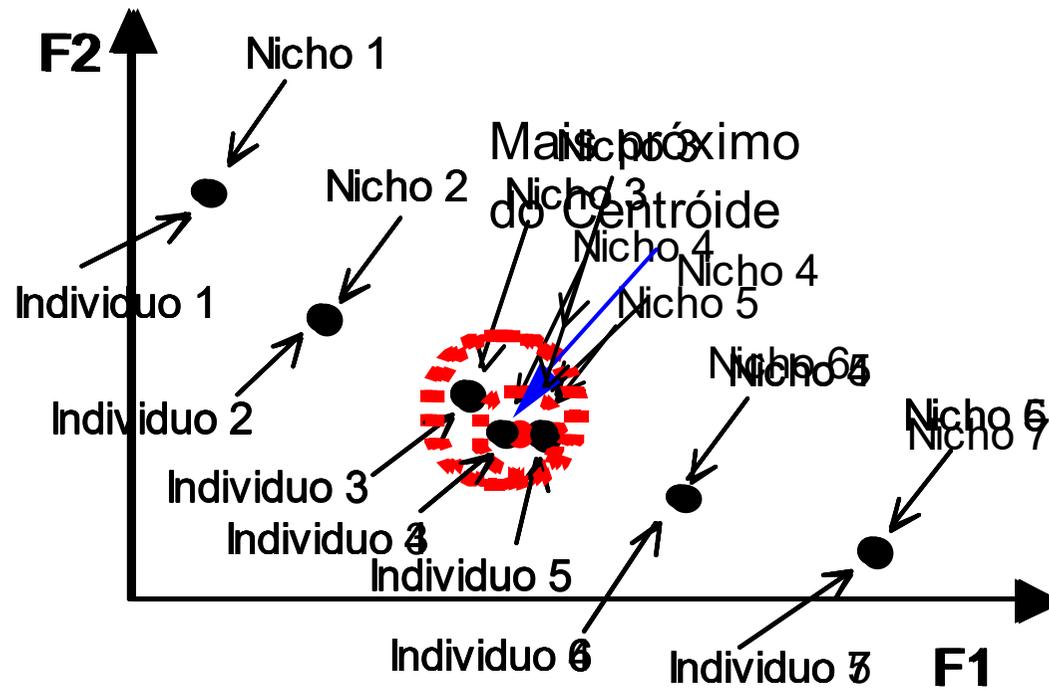
- Minimizar $f1$ e $f2$
- **Arquivo** Não Dominados ($A \rightarrow D$) e **População** ($1 \rightarrow 7$).
- A domina 4, 6 e 7, Força de A = $3/(7+1)=3/8$
- B domina 1,2,4,5,6,7, Força de B = $6/(7+1)=6/8$
- 4 é dominado por A e B, logo Força de 4 = $(3/8 + 6/8)+1 = 17/8$
- Mecanismo de Cluster no arquivo (C ou D deve ser eliminado).

Strength Pareto Evolutionary Algorithm (SPEA)



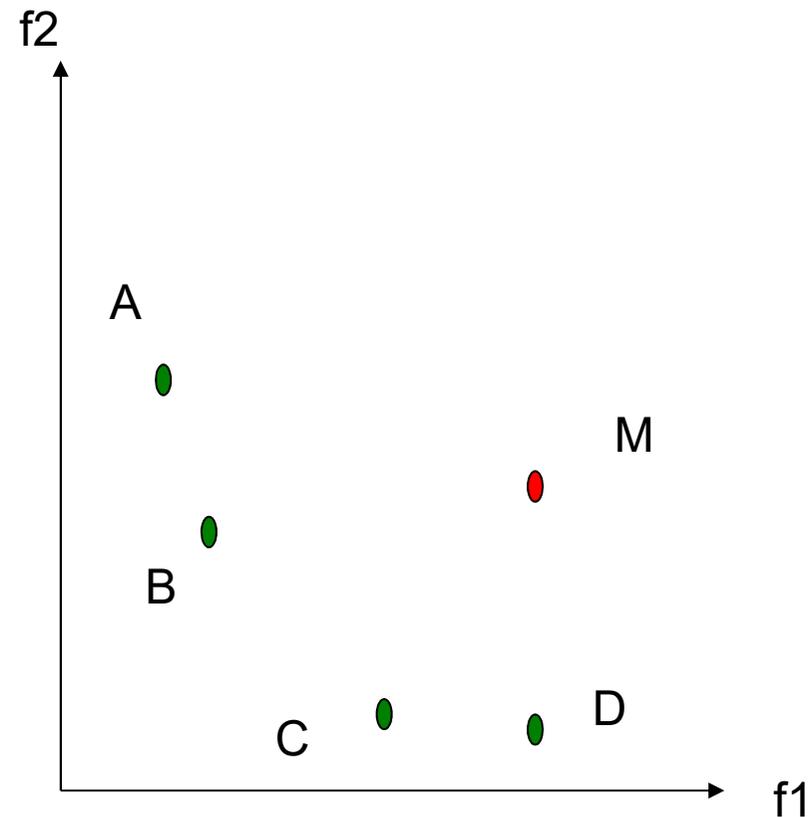
Elemento	Aptidão
A	3/8
B	6/8
C	5/8
D	5/8
1	14/8
2	14/8
3	18/8
4	17/8
.....

SPEA – Cluster Redução do Conjunto de Pareto



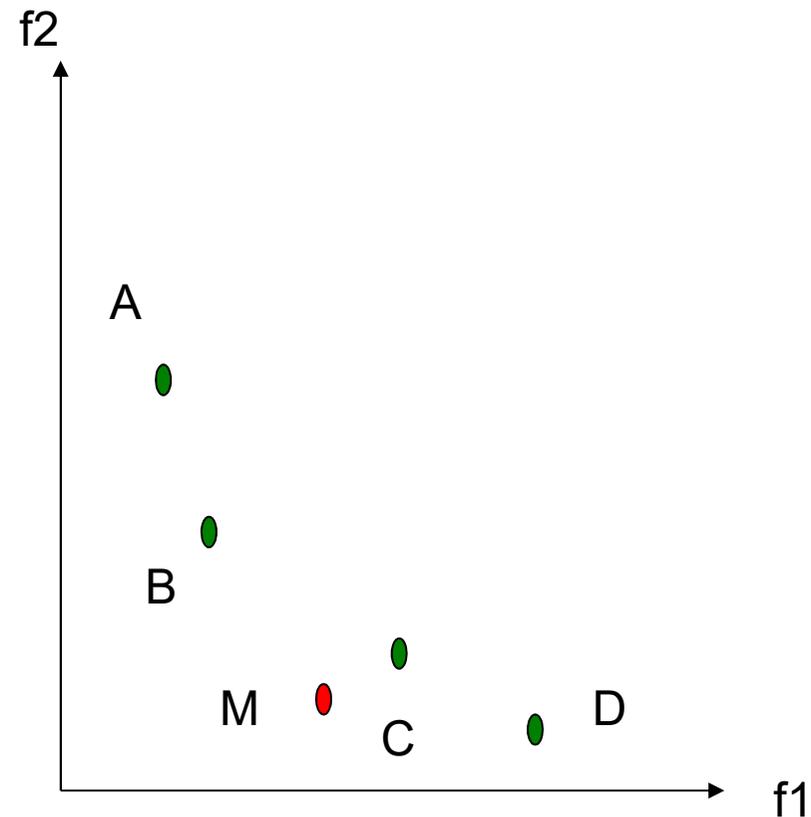
Pareto Archived Evolutionary Strategy PAES (1+1)

1. Gera-se uma solução aleatória factível C e adicione-a ao arquivo;
2. Use o operador de mutação sobre C para produzir M e avalie M ;
3. Se (C domina M) {descarte M };



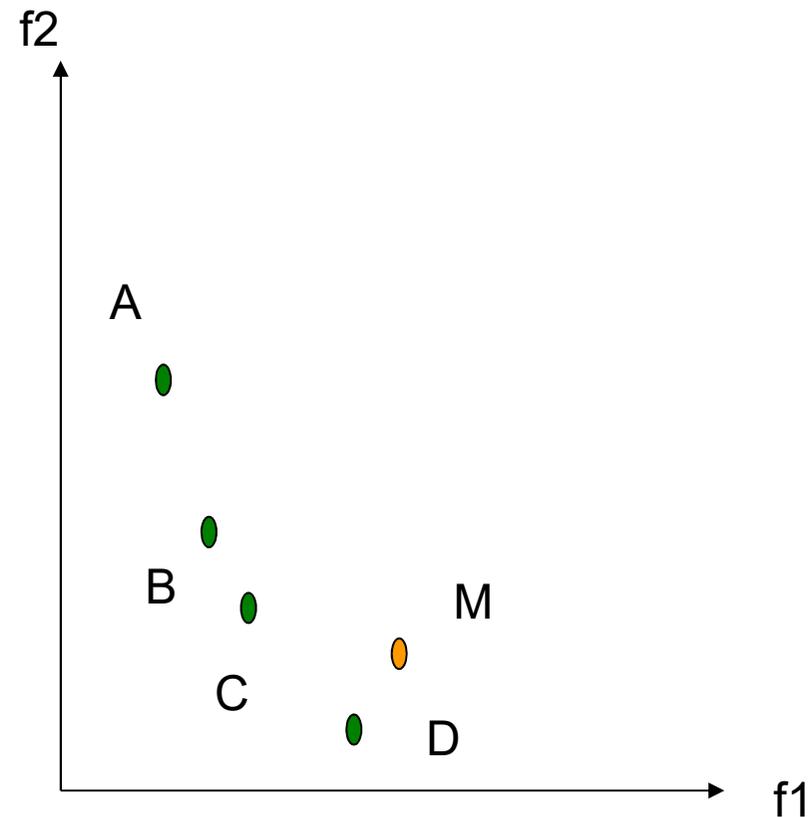
Pareto Archived Evolutionary Strategy PAES (1+1)

1. Gera-se uma solução aleatória factível C e adicione-a ao arquivo;
2. Use o operador de mutação sobre C para produzir M e avalie m ;
3. Se (C domina M) {descarte M };
4. senão se (M domina C) {substitua C por M e adicione M ao arquivo de soluções não dominadas};



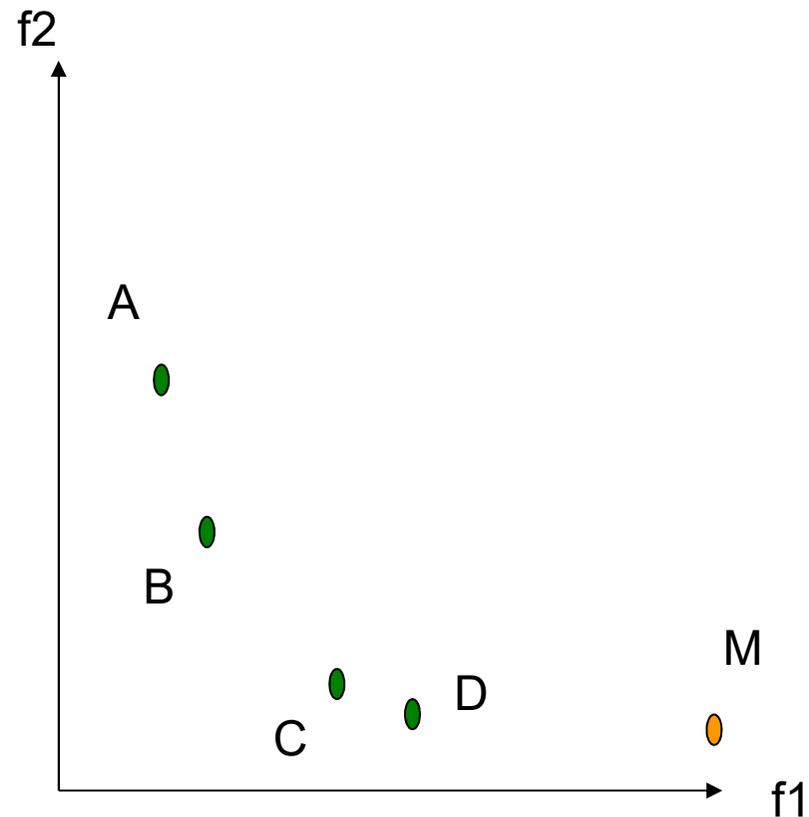
Pareto Archived Evolutionary Strategy PAES (1+1)

1. Gera-se uma solução aleatória factível C e adicione-a ao arquivo;
2. Use o operador de mutação sobre C para produzir M e avalie m ;
3. Se (C domina M) {descarte M };
4. senão se (M domina C) {substitua C por M e adicione M ao arquivo de soluções não dominadas};
5. senão se (M é dominado por algum membro do arquivo) {descarte M };



Pareto Archived Evolutionary Strategy PAES (1+1)

1. Gera-se uma solução aleatória factível C e adicione-a ao arquivo;
2. Use o operador de mutação sobre C para produzir M e avalie m ;
3. Se (C domina M) {descarte M };
4. senão se (M domina C) {substitua C por M e adicione M ao arquivo de soluções não dominadas};
5. senão se (M é dominado por algum membro do arquivo) {descarte M };
6. Se arquivo cheio e M é não dominado deve-se manter quem dá maior diversidade ao arquivo



De Mono → Multi

Trabalhando com as Restrições

- Transformação de um problema com restrições em um problema a múltiplos objetivos

Problema Original com um objetivo

$$\min f(x)$$

$$\text{submetido a } \begin{cases} x_L \leq x \leq x_U \\ g(x) \leq 0 \\ h(x) = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \min f(x) + \alpha \max(0, g(x)) + \beta \max(0, (h(x))^2)$$

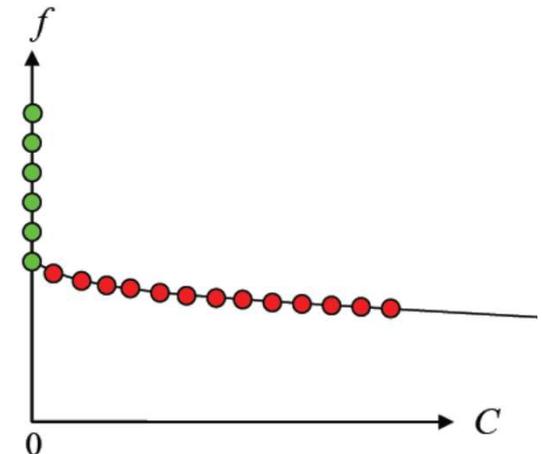
Funções de penalidade

É uma abordagem que funciona, mas $\alpha = ?$ $\beta = ?$

Problema Modificado com 2 ou mais Objetivos

$$\min f(x)$$

$$\text{submetido a } \begin{cases} x_L \leq x \leq x_U \\ g(x) \leq 0 \\ h(x) = 0 \end{cases} \Rightarrow \min F(x) = \begin{bmatrix} f(x) \\ C(x) = \max(0, g(x)) + h(x) \end{bmatrix}$$



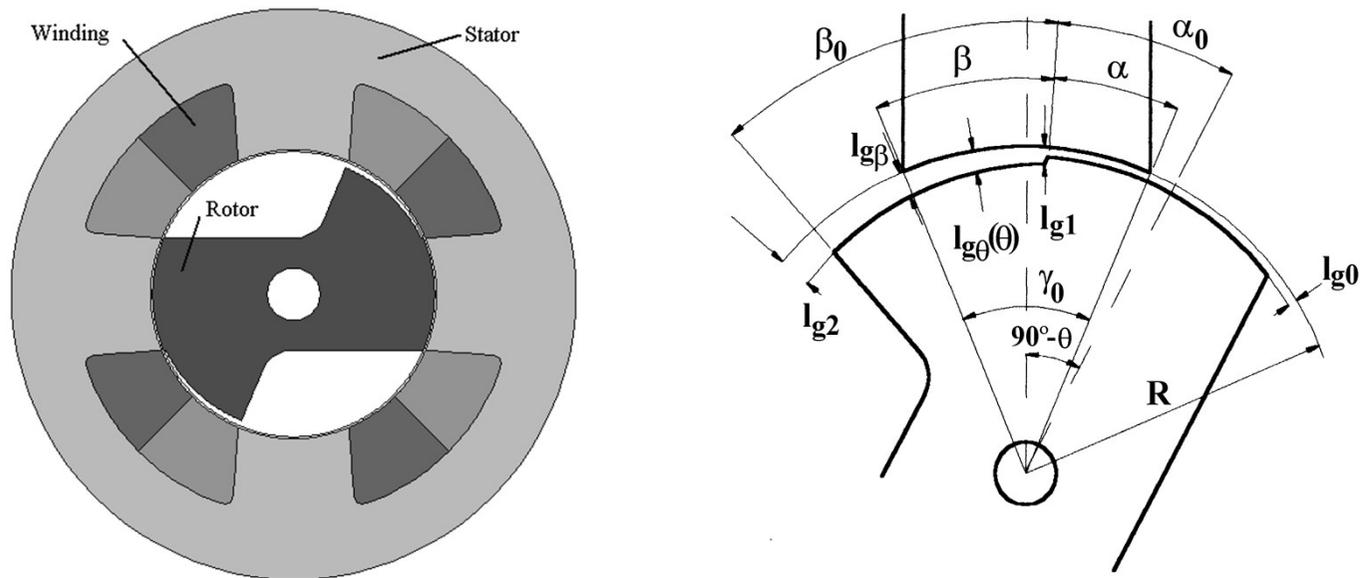


Exemplos

- Motor de relutância chaveado
 - Minimizar o ripple do torque;
 - Maximizar o torque médio

- TEAM Workshop Problem 25
 - Versão a Múltiplos Objetivos

✓ Motor Especial de Relutância Chaveado

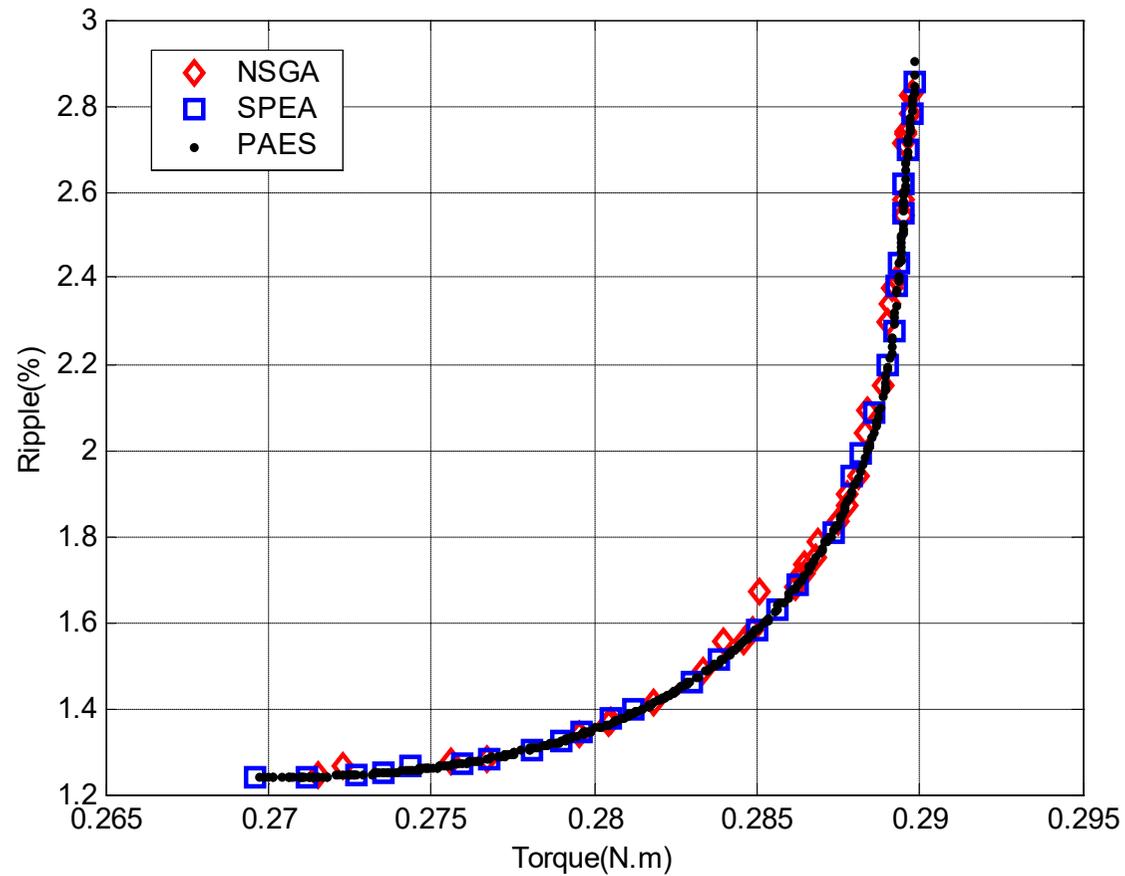


Maximizar o torque médio e Minimizar o ripple do torque

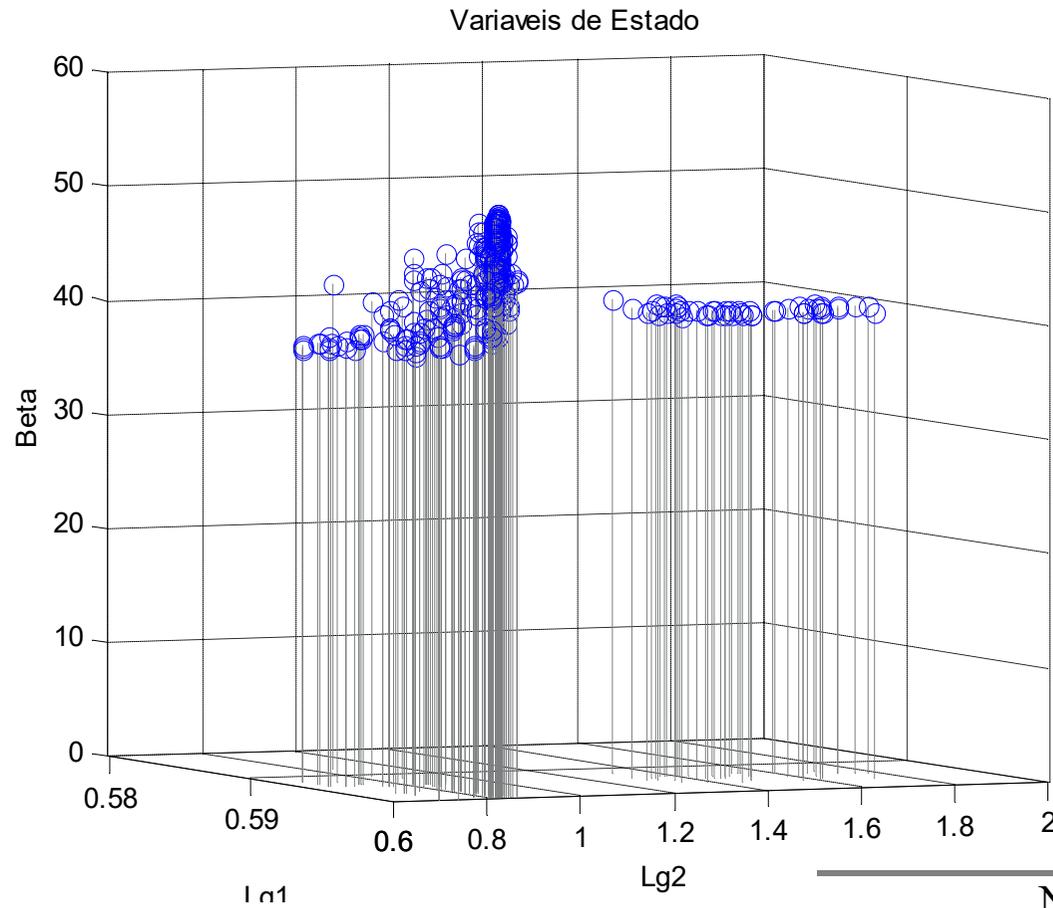
Parâmetros de otimização: β_0 , lg_1 e lg_2

Problema Resolvido com Funções de Aproximação

✓ Motor Especial de Relutância Chaveado



✓ Motor Especial de Relutância Chaveado



	NSGA	SPEA	PAES
NSGA	-	0	0,52
SPEA	30,77	-	1,30
PAES	71,79	53,33	-

✓ Resultados – Problema 25 do TEAM Workshop

Problema original:

Minimizar o erro global do vetor de densidade de fluxo:

$$W = \sum_{i=1}^n \left\{ (B_{xip} - B_{xio})^2 + (B_{yip} - B_{yio})^2 \right\}$$

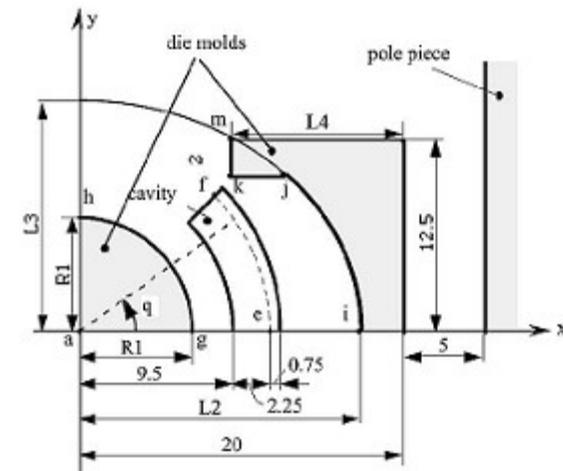
E posteriormente calcular:

- o desvio da amplitude

$$\varepsilon_{B_{\max}} = \max \left| \frac{B_p - B_o}{B_o} \right| \times 100\%$$

- o desvio do ângulo

$$\varepsilon_{\theta_{\max}} = \max \left| \theta_{B_p} - \theta_{B_o} \right|$$



✓ Resultados – Problema 25 do TEAM Workshop

Solução a múltiplos objetivos

Minimizar:
$$W = \sum_{i=1}^n \left\{ (B_{xip} - B_{xio})^2 + (B_{yip} - B_{yio})^2 \right\}$$

Minimizar:
$$\varepsilon_{B \max} = \max \left| \frac{B_p - B_o}{B_o} \right| \times 100\%$$

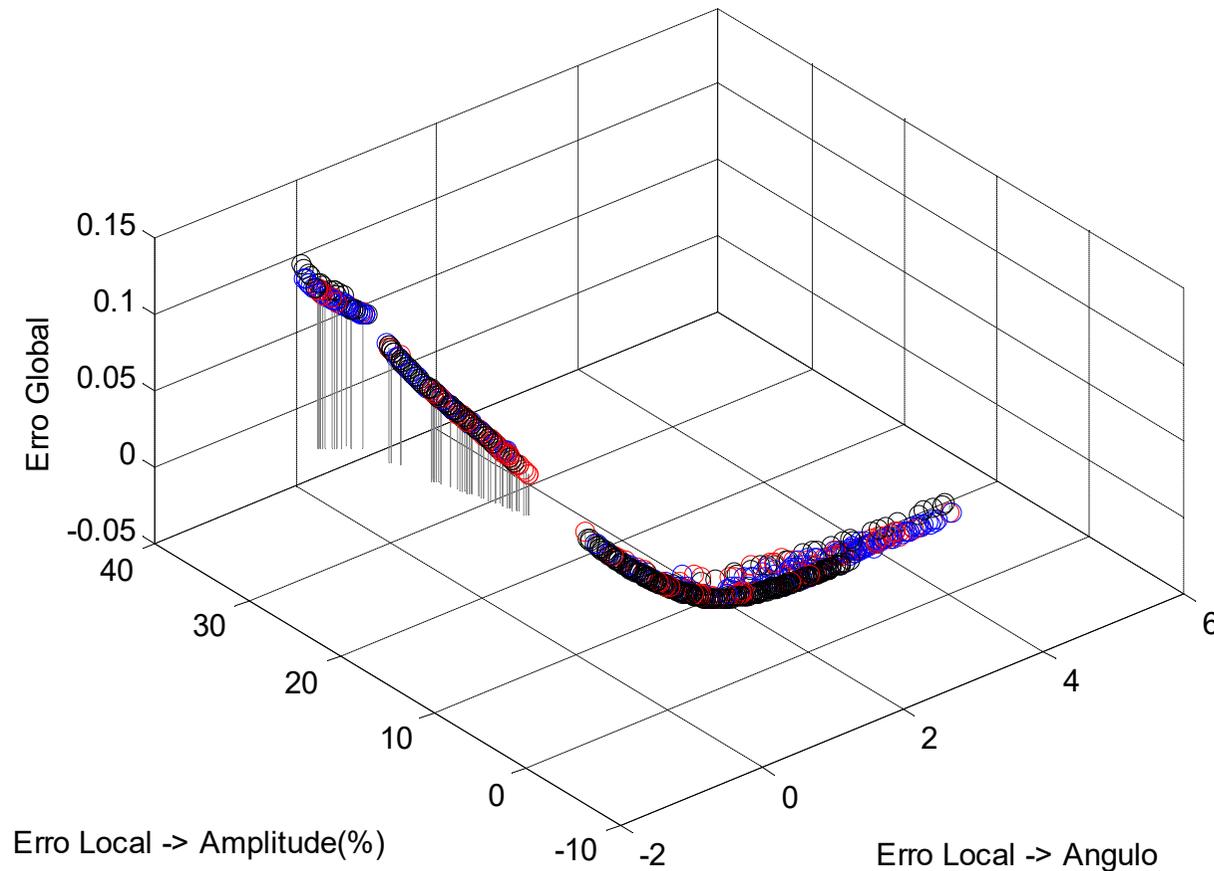
Minimizar:
$$\varepsilon_{\theta \max} = \max \left| \theta_{Bp} - \theta_{Bo} \right|$$

Sujeitas a:

$$5 < R_1 < 9,4$$
$$12,6 < L_2 < 18$$
$$14 < L_3 < 45$$
$$4 < L_4 < 19$$

Obs.: o parâmetro L_3 foi imposto constante e igual a 14 e
as três funções foram aproximadas

✓ Resultados – Problema 25 do TEAM Workshop



	NSGA	SPEA	PAES
NSGA	-	12,02	7,58
SPEA	26,44	-	9,42
PAES	40,61	20,15	-



Bibliografia

- D. E. Goldberg, Genetic Algorithms in Search, Optimization & Machine Learning, Addison-Wesley, 1989.
- K. Deb Multi-Objective Evolutionary Optimization John Wiley & Sons 2001
- N. Srinivas, K. Deb, Multiobjective Optimization Using Nondominated Sorting in Genetic Algorithms, Evolutionary Computation, v. 2, n.3, p.221-248, 1994.
- E. Zitzler, L. Thiele, Multiobjective evolutionary algorithms: a comparative case study and the strength Pareto approach. IEEE Trans. Evolutionary Computation, v.3, n. 4, p. 257-271, 1999.
- J. D. Knowles, D. Corne, "Approximating the Nondominated Front Using the Pareto Archived Evolution Strategy", Evolutionary Computation, v. 8, n.2, pp.149-172, 2000.
- G. Dhatt, G. Touzot, "Une présentation de la méthode des éléments finis", Editions Laloine, 1984