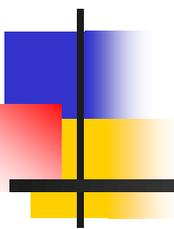


# Resistência última (ELU) e Recalque (ELS) de Fundações Diretas

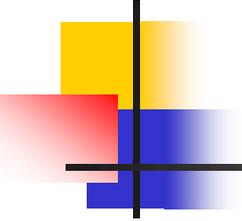


---

Prof. Mauricio Abramento

Revisão (2016 e 2019): Waldemar Hachich

# Introdução

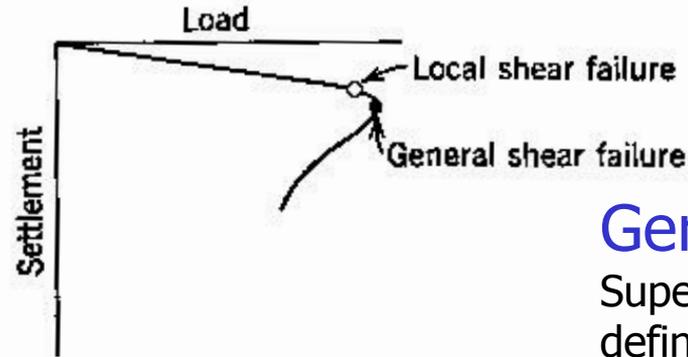
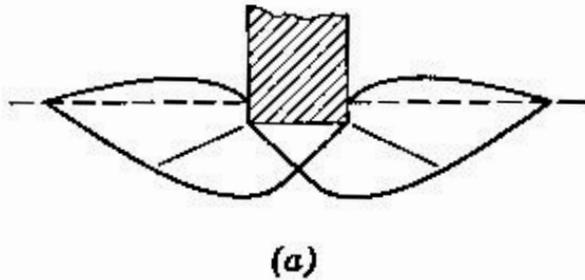
- 
- Definições:  
tensão de ruptura=tensão última=tensão limite  
 $\sigma_r = \sigma_{\acute{u}lt} = \sigma_f$  (ELU, outrora “capacidade de carga”)
  - Ruptura clássica: deslocamento incessante com carga constante



# Tipos de Rupturas

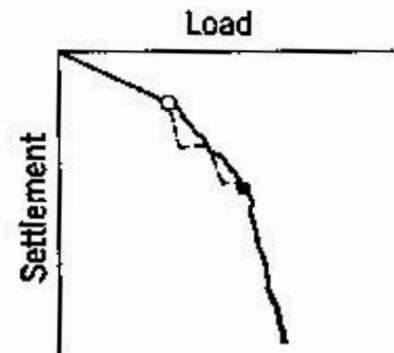
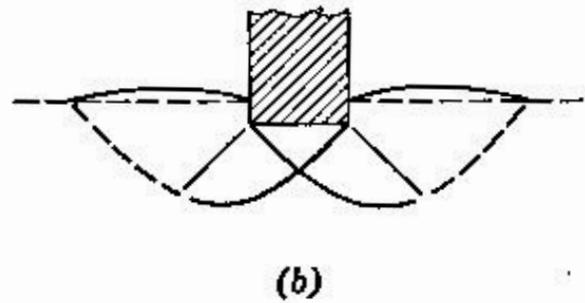
---

- Observação de modelos  $\Rightarrow$  três tipos de ruptura (Vésic, 1963 e 1975)
  - Ruptura Geral
  - Ruptura Local (em geral ELS antes de ELU)
  - Ruptura por Puncionamento
- Tipos dependem de:
  - compressibilidade do solo (compacidade das areias, consistência das argilas)
  - profundidade e largura da sapata
  - condições de carregamento



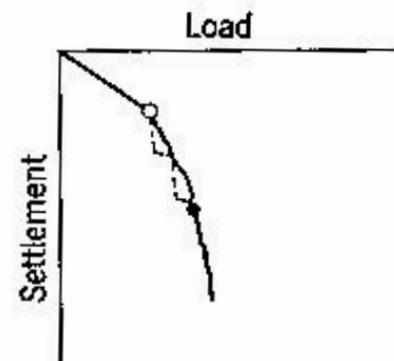
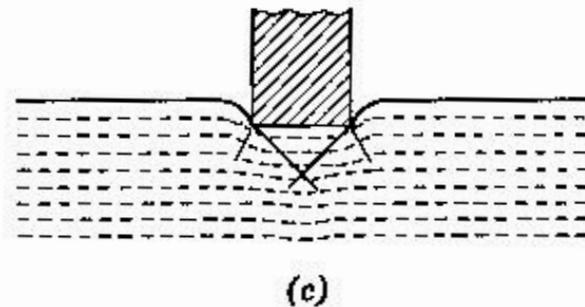
## Geral

Superfície de ruptura bem definida, em geral com pico, ruptura brusca, colapso da estrutura  
ELU típico



## Local

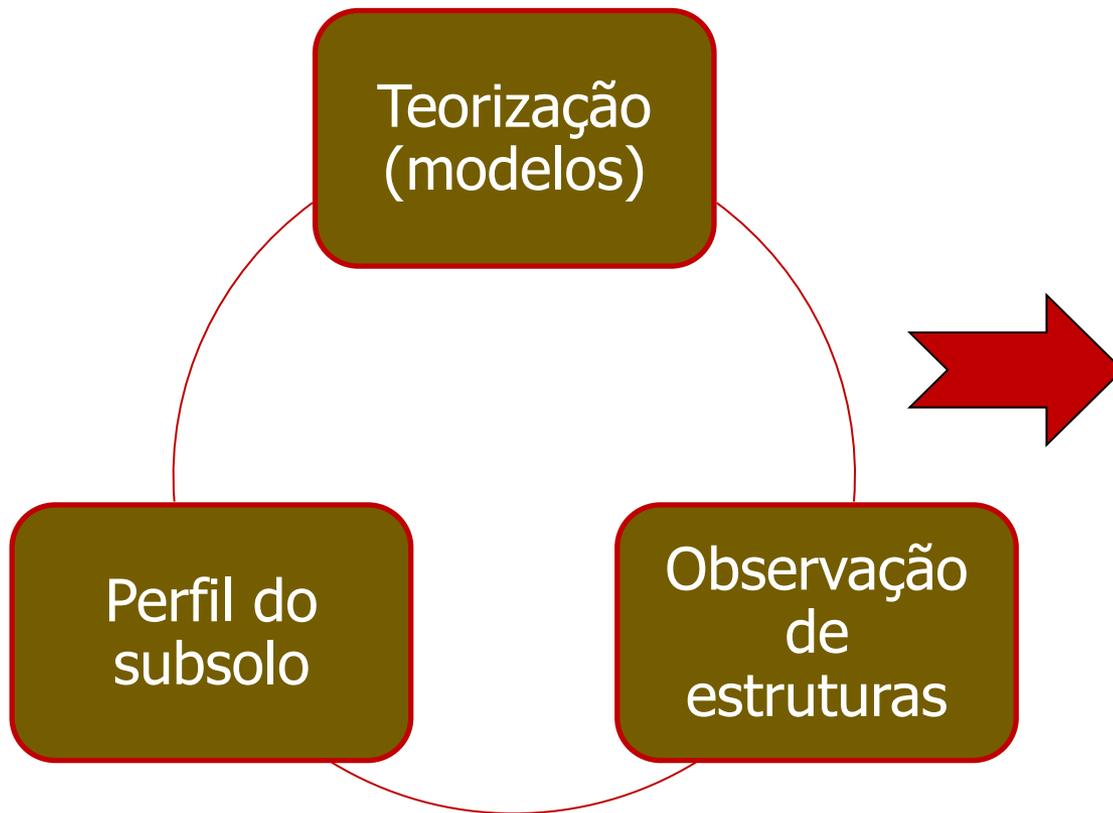
Superfície definida progressivamente, carga sempre crescendo com recalques, mas em ritmo decrescente  
ELS antes de ELU



## Puncionamento

Não se detectam as superfícies de ruptura, recalque acentuado, em geral sem tombamento ("corte", como uma faca)  
Evitar com largura mínima.

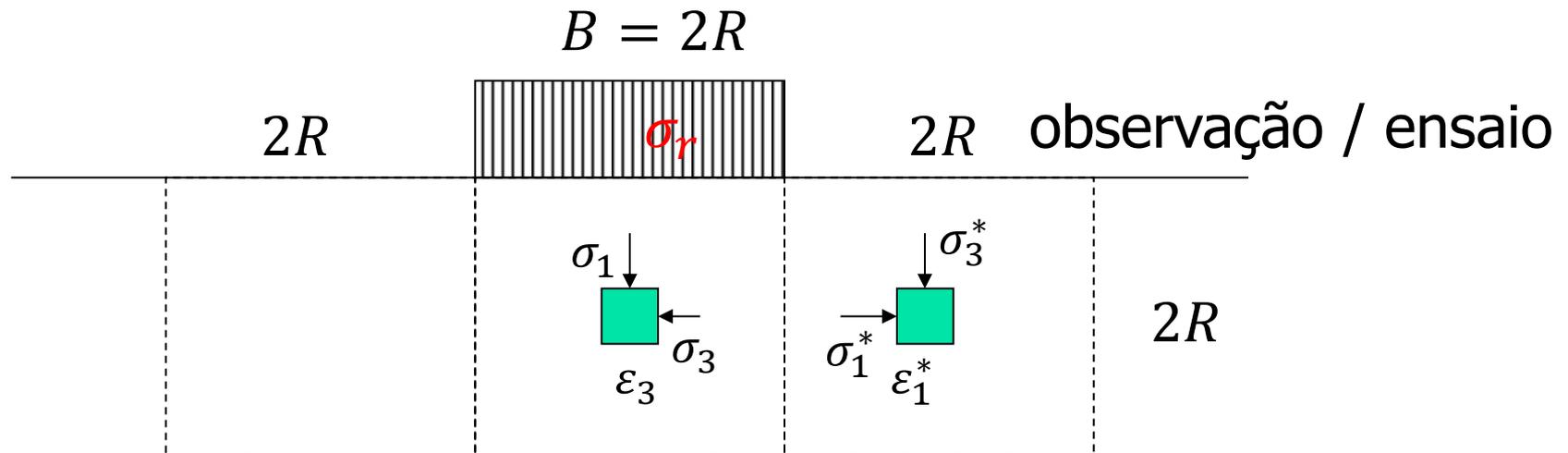
# Determinação da resistência última



- Correlações empíricas
- Formulações semi-empíricas
- **Formulações teóricas**
- Provas de carga (vide coleção 6 de PEF3305)

# Fórmula Didática de Terzaghi

## Hipóteses (sapata circular)

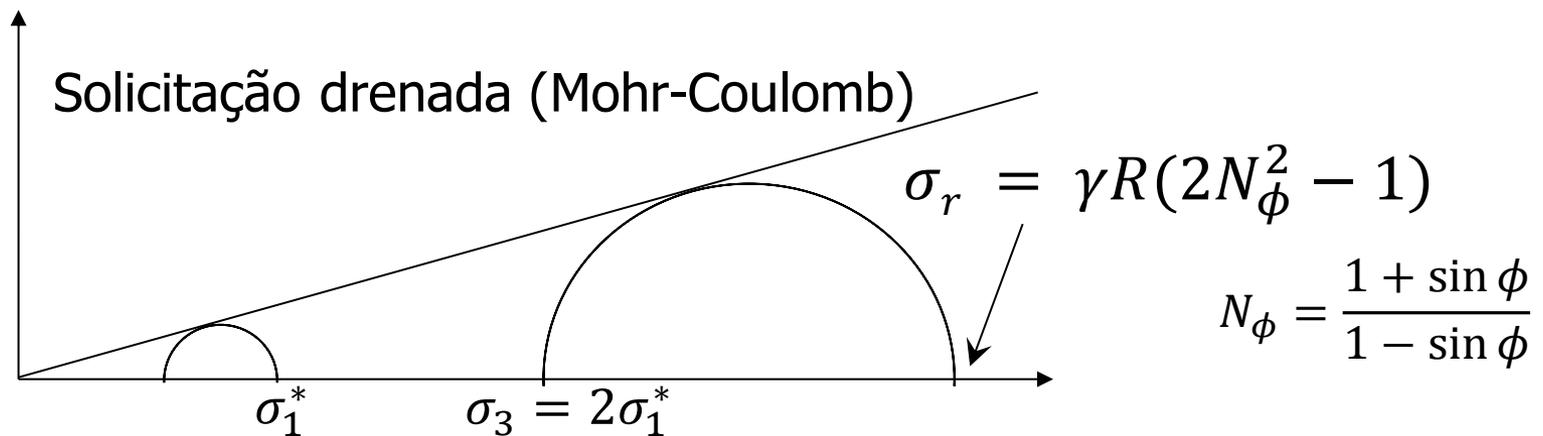
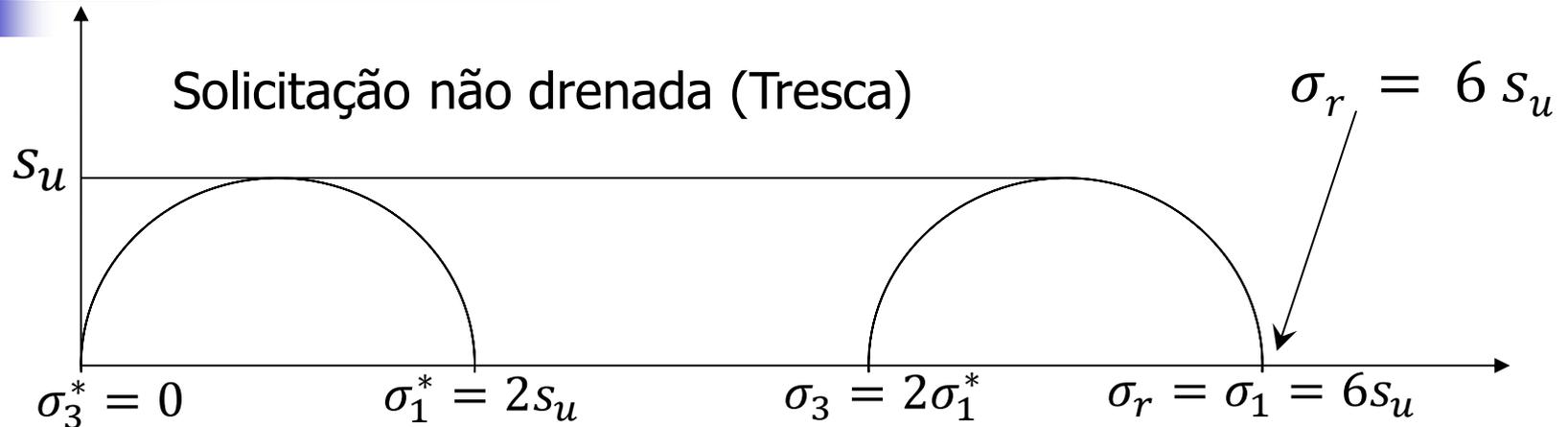


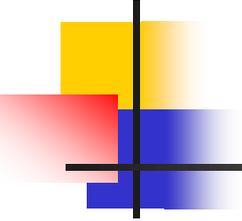
- Hipóteses:
- a)  $2R$  para região de "influência"
  - b)  $\epsilon_3 = 2 \epsilon_1^*$  (**intuição + observação**)
  - c)  $\sigma_3 = 2 \sigma_1^*$  (Elasticidade linear aplicada à anterior)

Decorrem expressões aproximadas para  $\sigma_r$  em função do tipo de sollicitação (drenada ou não drenada)

# Fórmula Didática de Terzaghi

## Expressões (sapata circular)





---

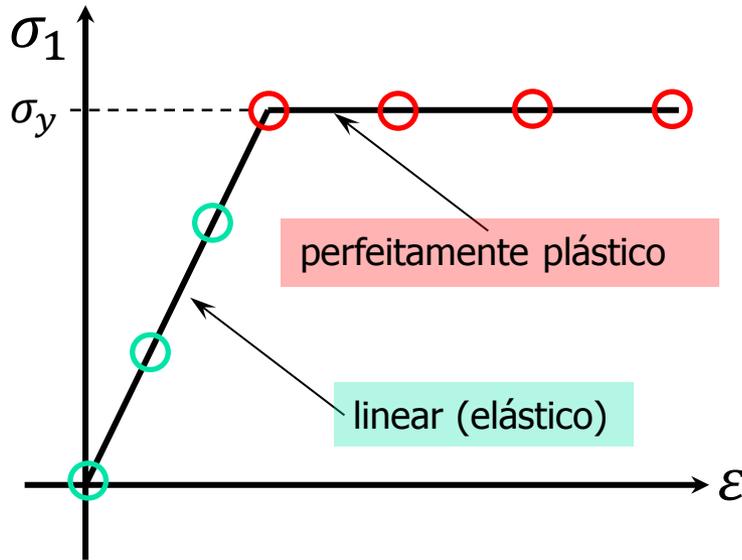
Análise limite (Plasticidade **perfeita**)

Equilíbrio limite (como estabilidade de taludes e empuxos)

## **FORMULAÇÕES BASEADAS NA TEORIA DA PLASTICIDADE E EM EQUILÍBRIO LIMITE**

# Comportamento **perfeitamente plástico**

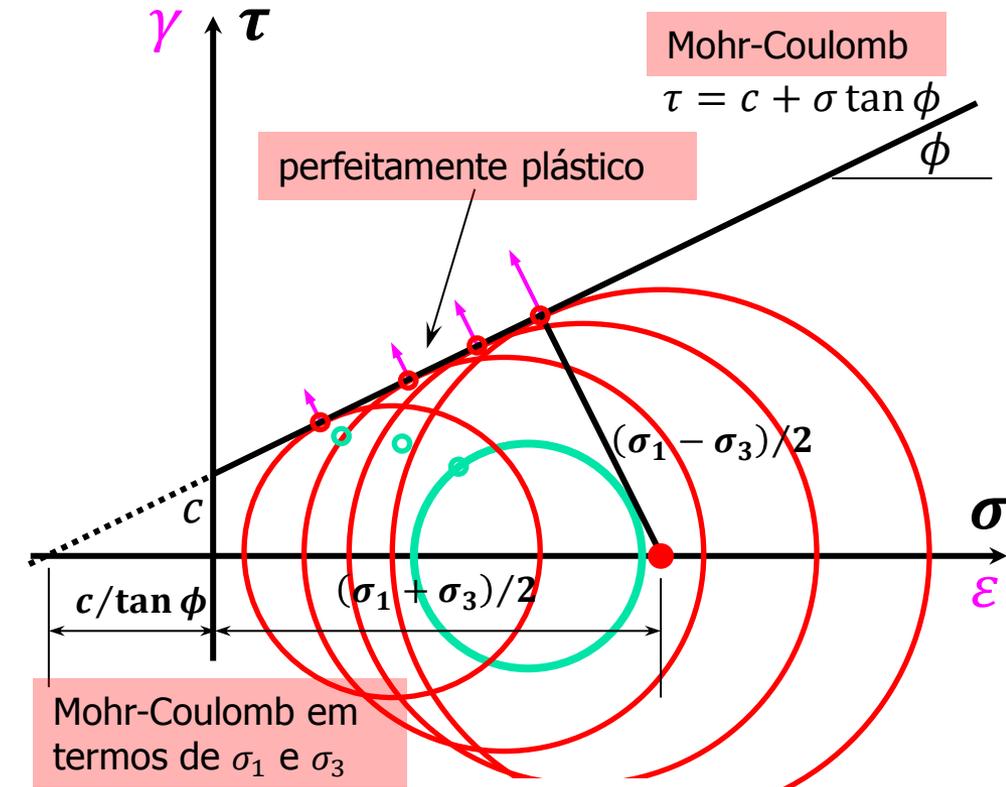
## Solicitação uniaxial (1D)



$$\sigma_1 - \sigma_y = 0$$

$$F(\sigma_1) = 0$$

## Solicitação 2D ou 3D



Mohr-Coulomb em termos de  $\sigma_1$  e  $\sigma_3$

$$\left[ \frac{c}{\tan \phi} + \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right] \times \sin \phi - \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = 0$$

$$F(\sigma_1, \sigma_3) = 0$$

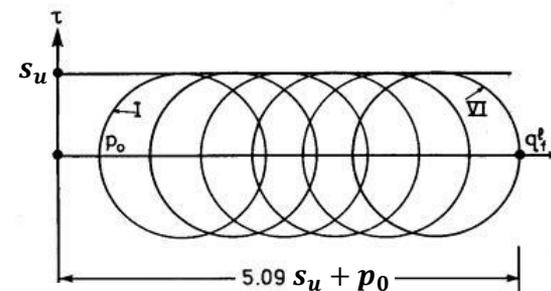
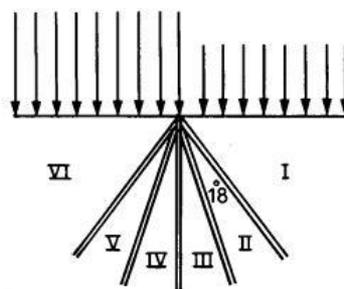
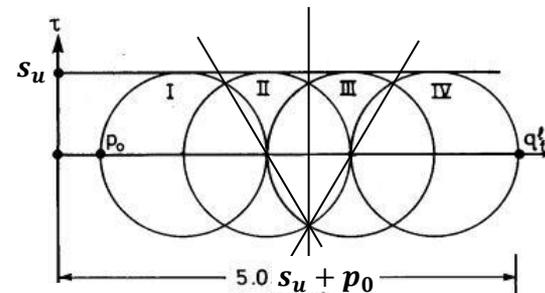
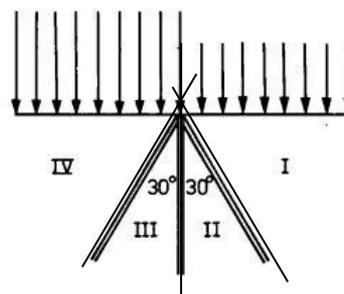
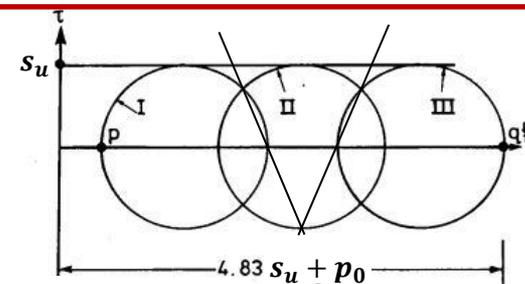
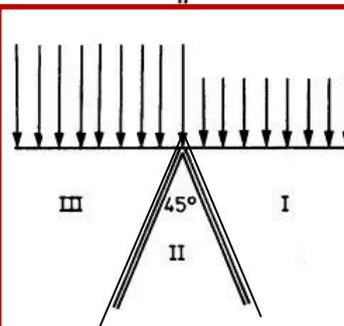
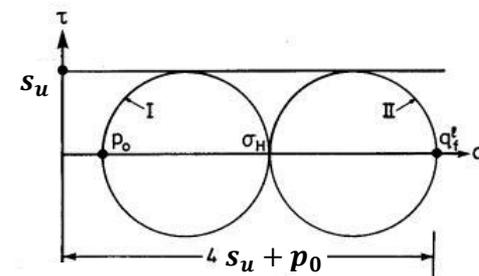
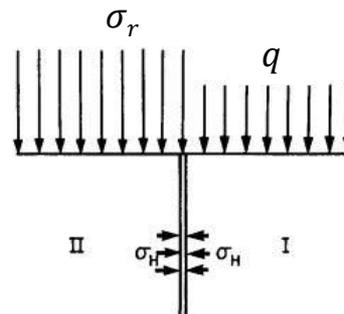
# Análise Limite

## Teoria da plasticidade perfeita

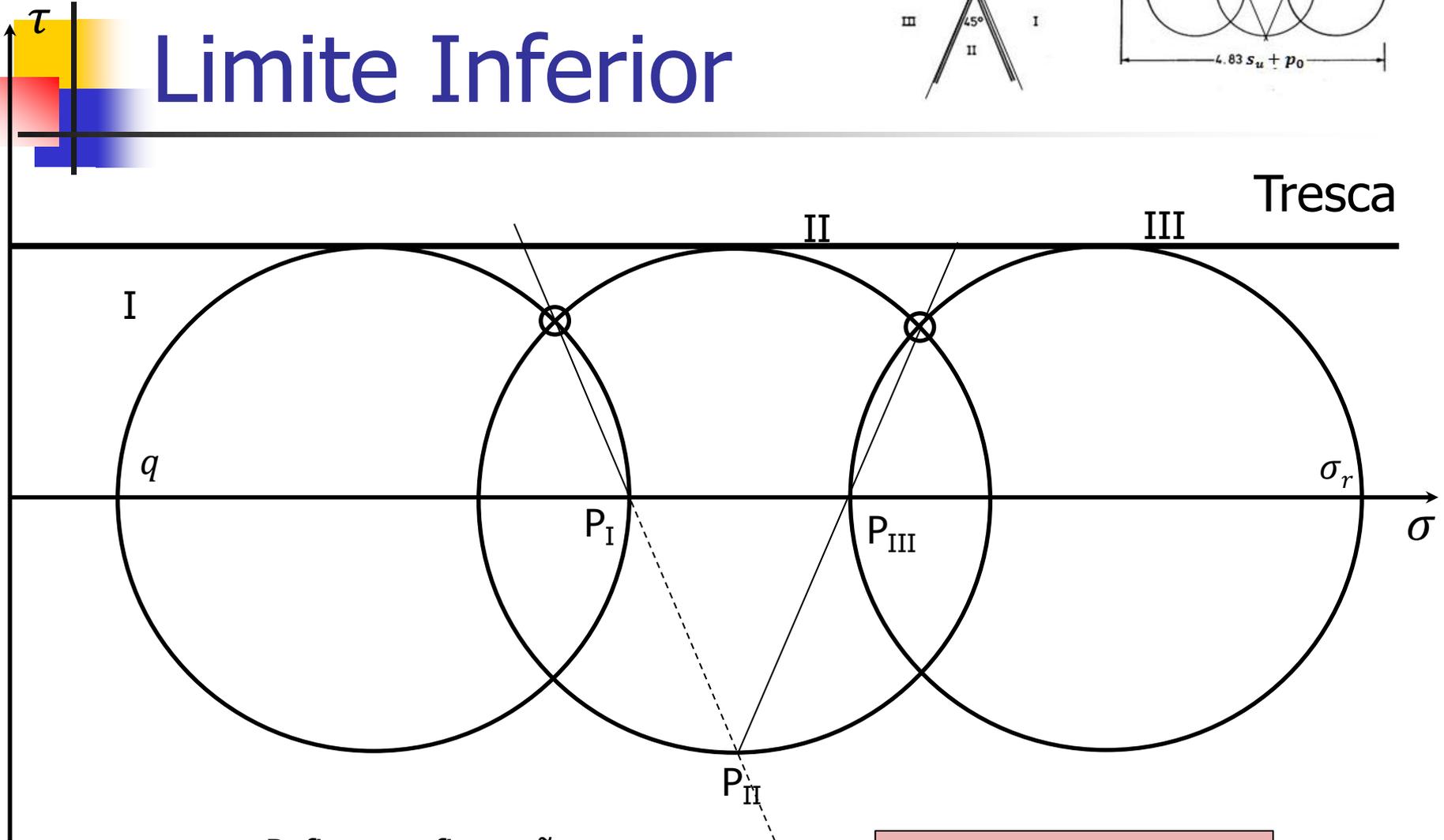
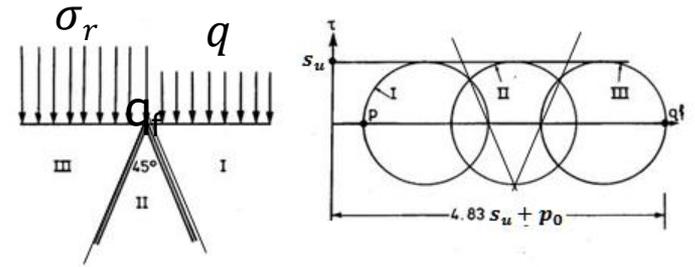
- Teorema do limite inferior  
Se encontrada uma distribuição de tensões estaticamente admissível, que satisfaça às condições de equilíbrio (tanto interno quanto com as forças externas aplicadas), e que não viole, em nenhum ponto, o critério de plastificação do material, o valor exato da força externa de colapso não será inferior à força assim calculada.
- Teorema do limite superior  
Se encontrado um mecanismo de colapso cinematicamente admissível, e imposta a igualdade entre o trabalho das forças internas e o trabalho das forças externas aplicadas, o valor exato da força externa de colapso não será superior à força assim calculada.

# Análise Limite

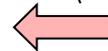
- Teorema do limite inferior



# Teorema do Limite Inferior



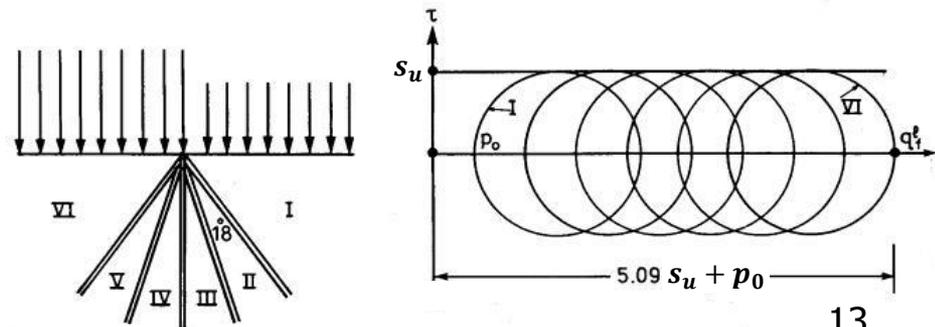
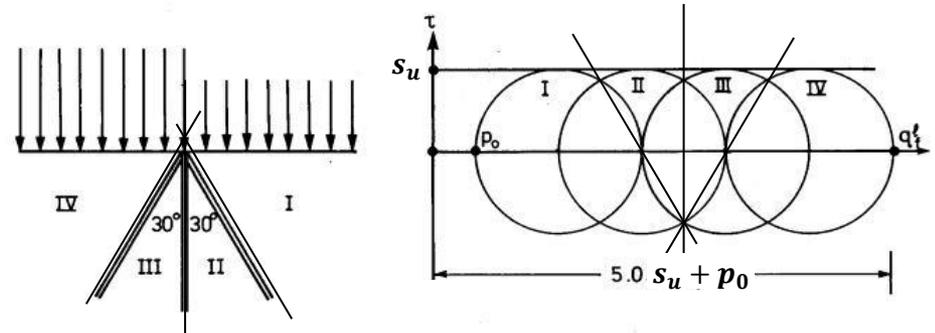
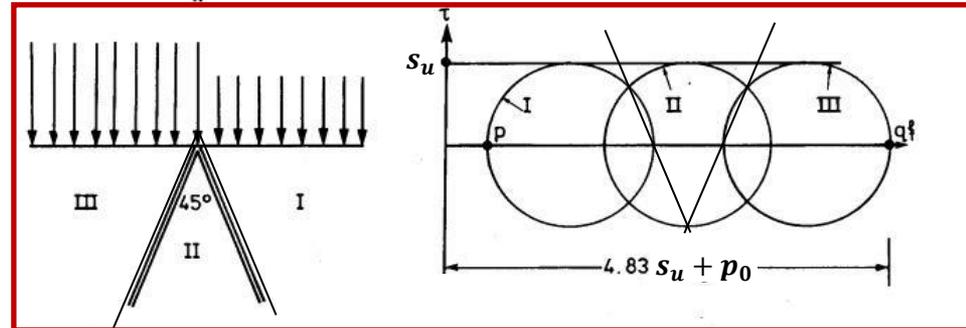
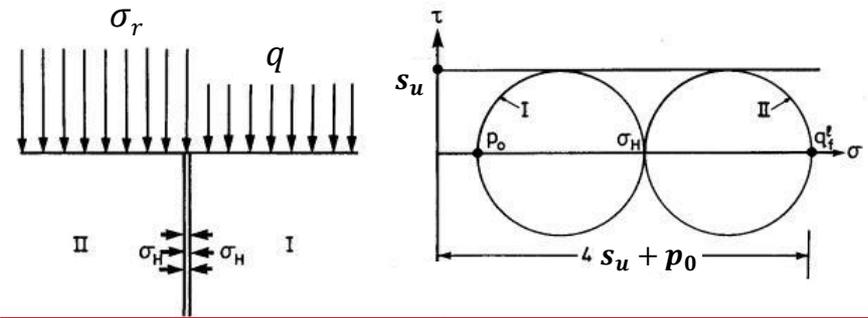
Refinar configurações  
estaticamente admissíveis



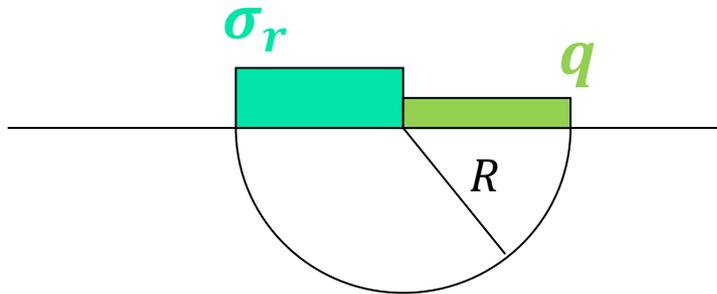
$$\sigma_r \geq 4.83s_u + q$$

# Análise Limite

- Teorema do **limite inferior**
- Observar a elevação do limite inferior com o refinamento do estado de tensão.



# Equilíbrio Limite usual: mecanismo rotacional circular



$$M_S = \sigma_r R \frac{R}{2} - q R \frac{R}{2}$$

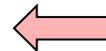
Momento  
solicitante

$$M_S = (\sigma_r - q) \frac{R^2}{2}$$

$$M_R = s_u \pi R^2$$

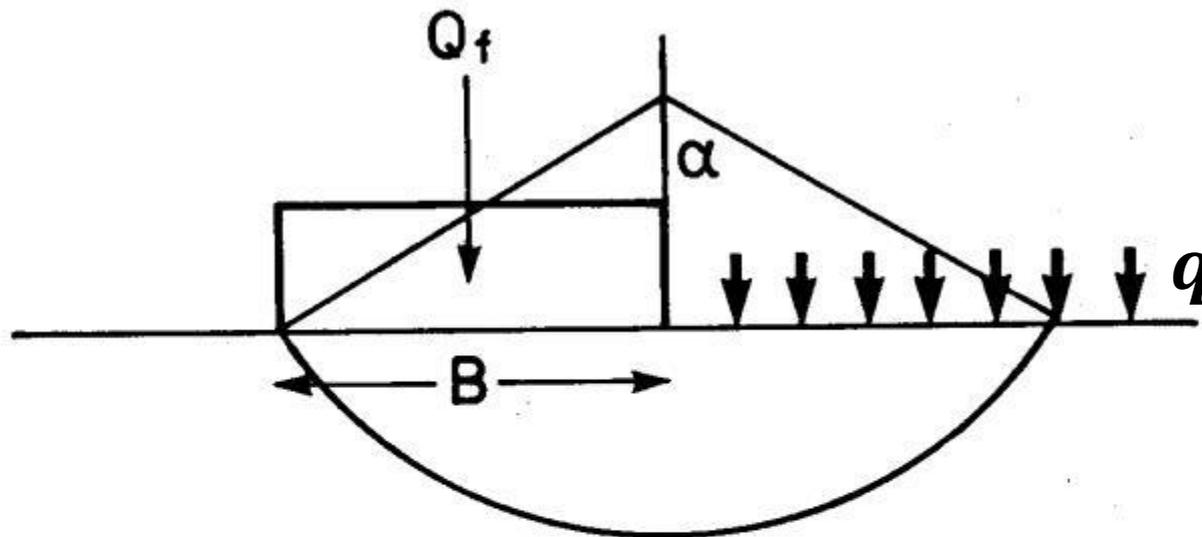
Momento  
resistente

Refinar pesquisa de círculos  
mais críticos



$$\sigma_r \cong 2\pi s_u + q$$

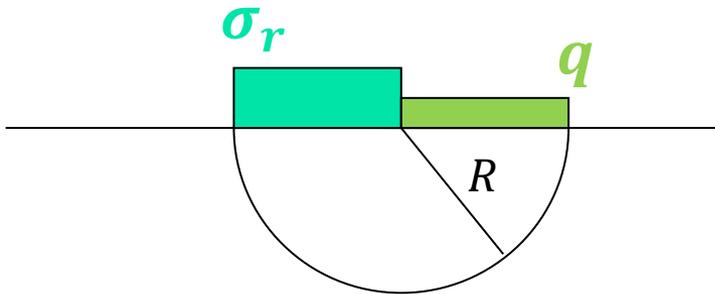
# Equilíbrio limite usual (depois do refinamento)



$$\frac{Q_f}{B} = 5.52 \times s_u + q$$

when  $\alpha = 67^\circ$

# Análise Limite: mecanismo rotacional circular (**lim. sup.**)



$$\int_0^R \sigma_r \frac{\delta}{R} r dr = \sigma_r \delta \frac{R}{2}$$

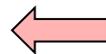
Trabalho das forças externas

$$\int_0^R q \frac{-\delta}{R} r dr = -q \delta \frac{R}{2}$$

$$\int_0^\pi s_u \delta R d\theta = s_u \delta R \pi$$

Trabalho das forças internas

Refinar configurações cinematicamente admissíveis



$$\sigma_r \leq 2\pi s_u + q$$

# Análise Limite

## Teorema do limite superior

Interface	Length	Rel. Disp.	Int. Work
O C	$B/\cos \alpha$	$\delta/\sin \alpha$	$\frac{B \cdot \delta}{\cos \alpha \sin \alpha} \times k$
C D	$B \cdot \tan \alpha$	$2 \cdot \delta$	$B \cdot \delta \cdot 2 \cdot \tan \alpha \times k$
D O	$B/\cos \alpha$	$\delta/\sin \alpha$	$\frac{B \cdot \delta}{\cos \alpha \sin \alpha} \times k$

Ext. Work:  $= Q \delta - p_0 \cdot B \delta$

Equating int. and ext. work:  $Q_f^u/B = q_f^u = \frac{2 \cdot k}{\cos \alpha} \left\{ \frac{1}{\sin \alpha} + \sin \alpha \right\} + p_0$

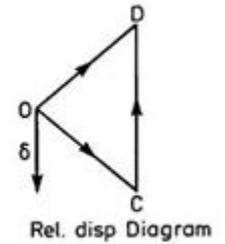
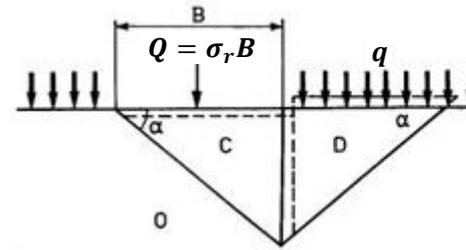
$q_f^u$  is a minimum when  $\alpha = 35.3^\circ$  i.e.  $q_f^u = 5.66k + p_0$

55°  $q_f^u = 5.65k + p_0$

49°  $q_f^u = 5.29k + p_0$

46°  $q_f^u = 5.18k + p_0$

# Teorema do Limite Superior



Interface	Length	Rel. Disp.	Int. Work
O C	$B/\cos \alpha$	$\delta/\sin \alpha$	$\frac{B \cdot \delta}{\cos \alpha \sin \alpha} \times S_u$
C D	$B \cdot \tan \alpha$	$2 \cdot \delta$	$B \cdot \delta \cdot 2 \cdot \tan \alpha \times S_u$
D O	$B/\cos \alpha$	$\delta/\sin \alpha$	$\frac{B \cdot \delta}{\cos \alpha \sin \alpha} \times S_u$

$$2 \frac{B}{\cos \alpha} \frac{\delta}{\sin \alpha} s_u + 2B\delta \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} s_u = \frac{2B\delta}{\cos \alpha} \left( \frac{1}{\sin \alpha} + \sin \alpha \right) s_u$$

$$\frac{2B\delta}{\cos \alpha} \left( \frac{1}{\sin \alpha} + \sin \alpha \right) s_u = (\sigma_r - q)B\delta$$

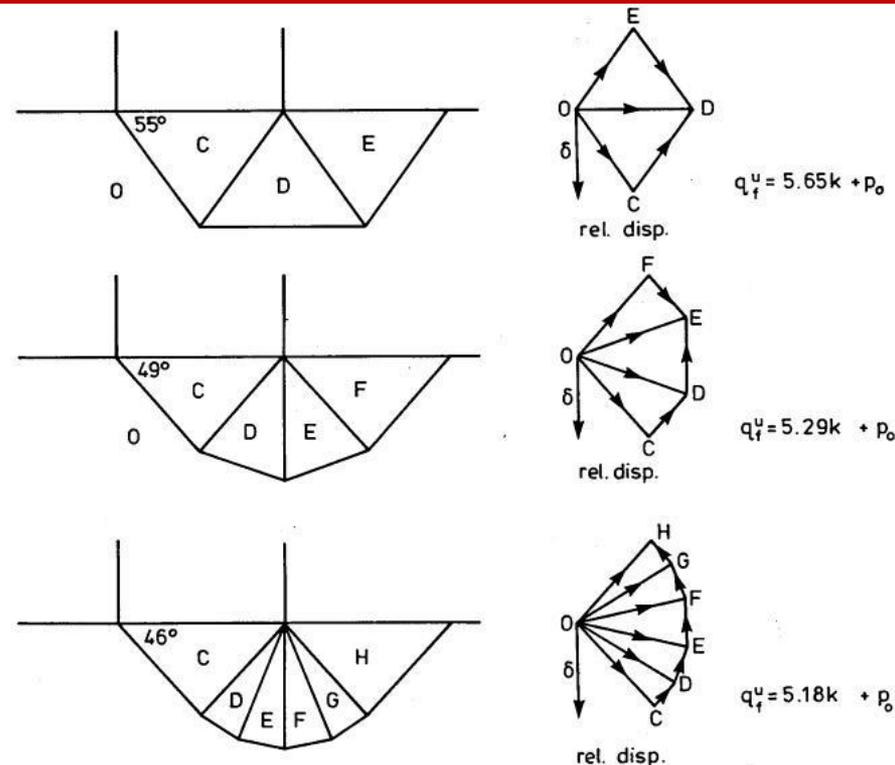
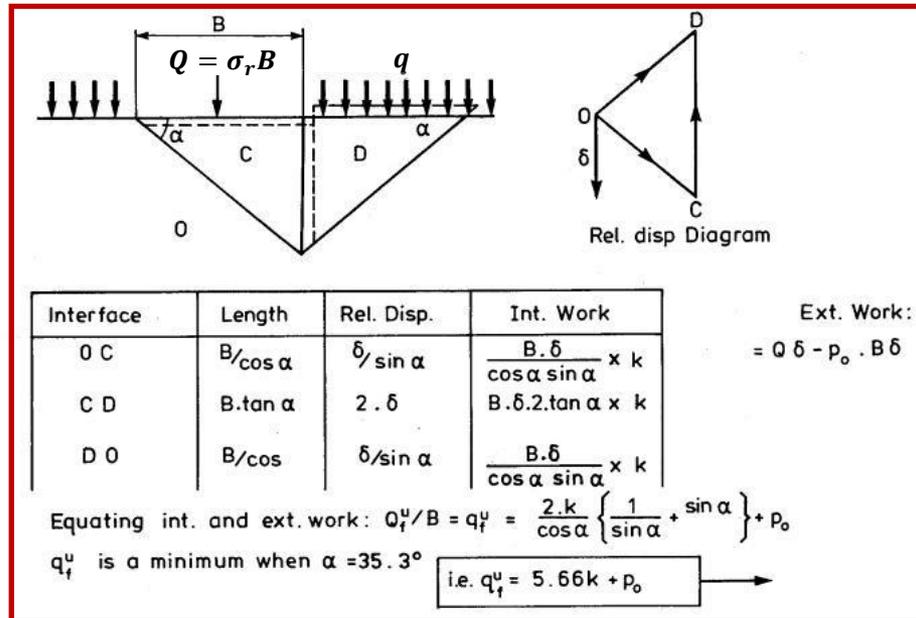
$$\frac{\partial(\cdot)}{\partial \alpha} = 0 \Rightarrow \alpha = 35,26^\circ \text{ e } \frac{2}{\cos \alpha} \left( \frac{1}{\sin \alpha} + \sin \alpha \right) = 5,66$$

Refinar configurações cinematicamente admissíveis

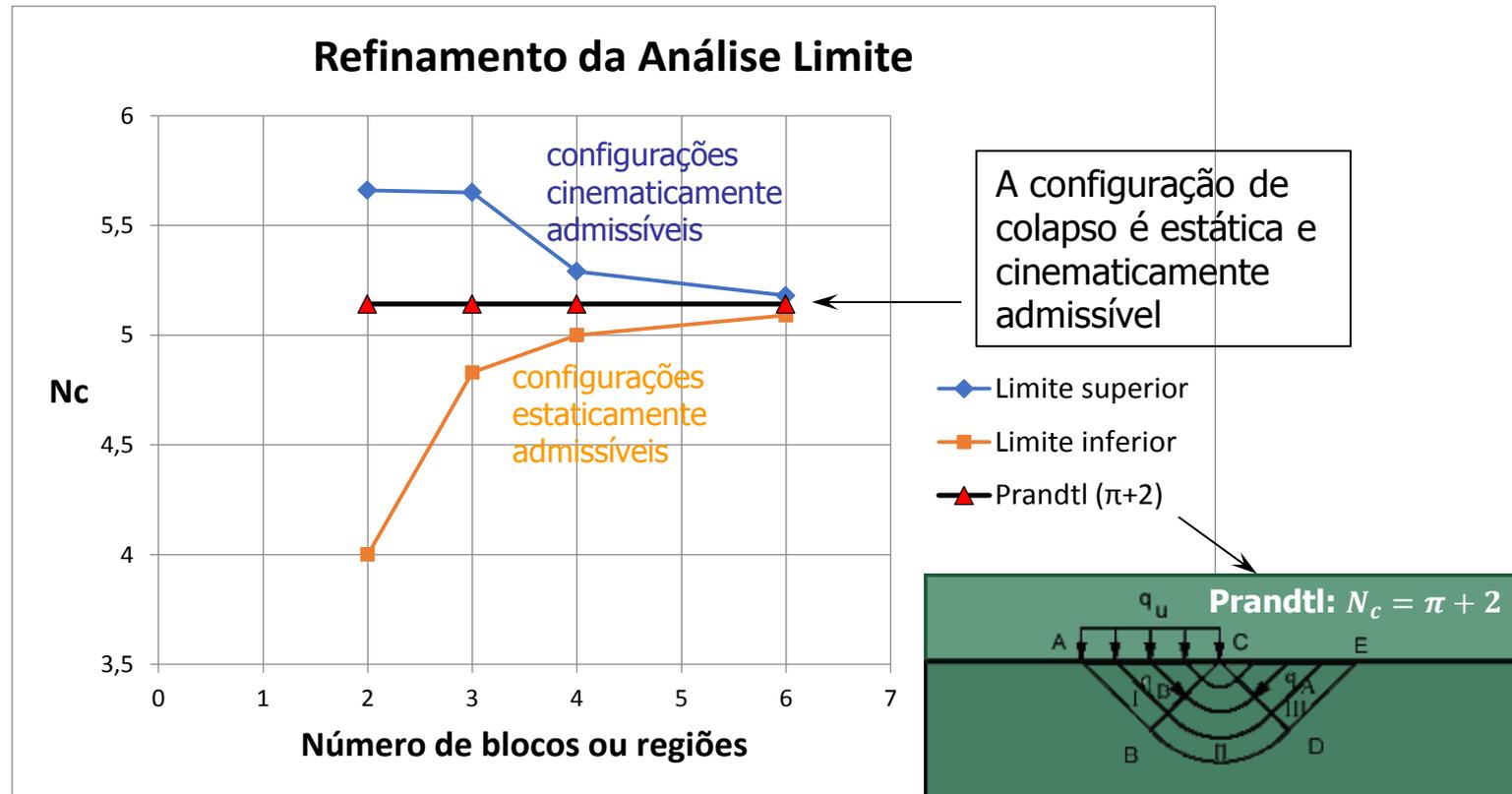
$$\sigma_r \leq 5,66s_u + q$$

# Análise Limite

- Teorema do **limite superior**
- Observar a redução do limite superior com o refinamento do mecanismo de colapso



# Refinamento da Análise Limite



$$\sigma_r = N_c s_u + q$$



# Fórmula de Terzaghi (Prandtl-Reissner), 1943

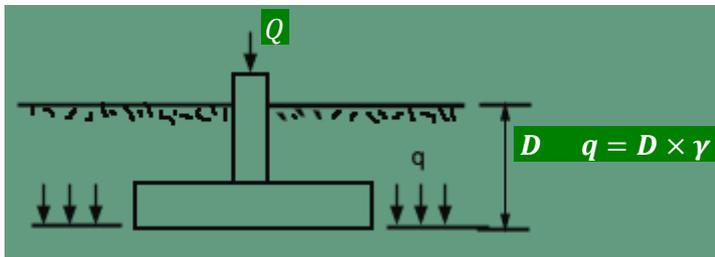
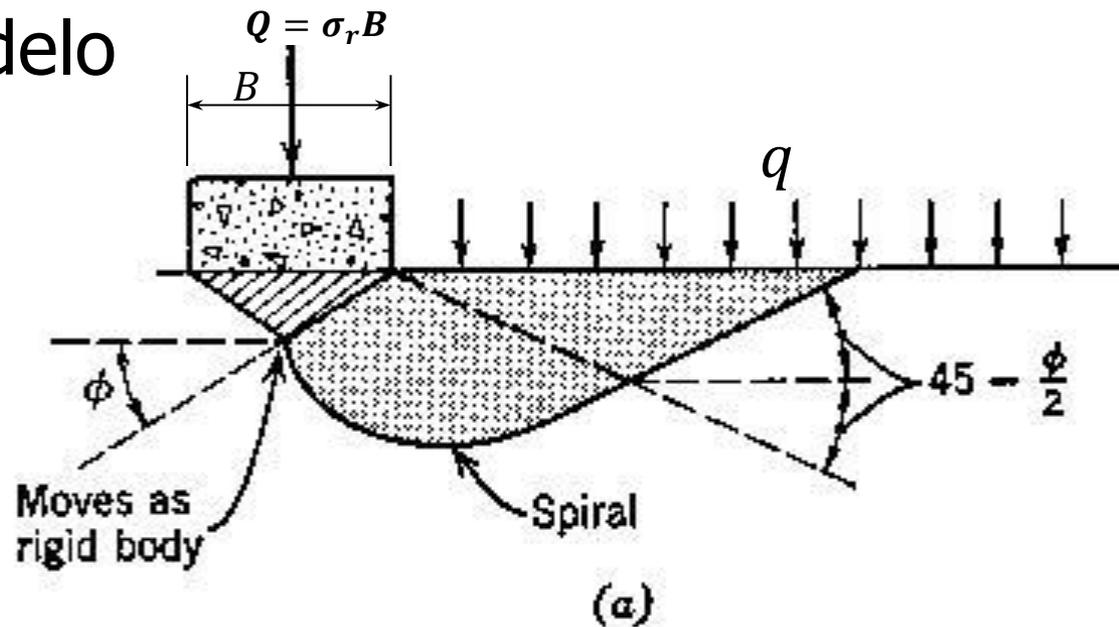
---

## ■ Hipóteses

- Solo rígido-plástico
- Solo homogêneo, semi-infinito, contínuo, isotrópico
- Estudo bidimensional (sapata corrida)
- Solo genérico ( $c$  e  $\phi$ )
- Despreza-se a resistência ao cisalhamento do solo acima da cota de apoio da sapata (hipótese relaxada por Meyerhoff e outros que o sucederam)

# Fórmula de Terzaghi (Prandtl-Reissner), 1943

- Modelo



# Fórmula de Terzaghi generalizada

---

- $\sigma_r = s_c c N_c + s_q q N_q + s_\gamma 0,5 \gamma B N_\gamma$
- Três mecanismos de resistência:
  - 1) Coesão na superfície de ruptura
  - 2) Sobrecarga lateral ( $q = \gamma D$ )
  - 3) Atrito na superfície de ruptura



# Fórmula de Terzaghi generalizada

---

$$\sigma_r =$$

parcela de resistência devida a:

$$s_c c N_c$$

intercepto de coesão

+

$$s_q q N_q$$

sobrecarga lateral ( $q = \gamma D$ )

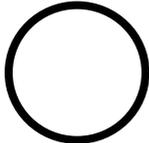
+

$$s_\gamma 0,5 \gamma B N_\gamma$$

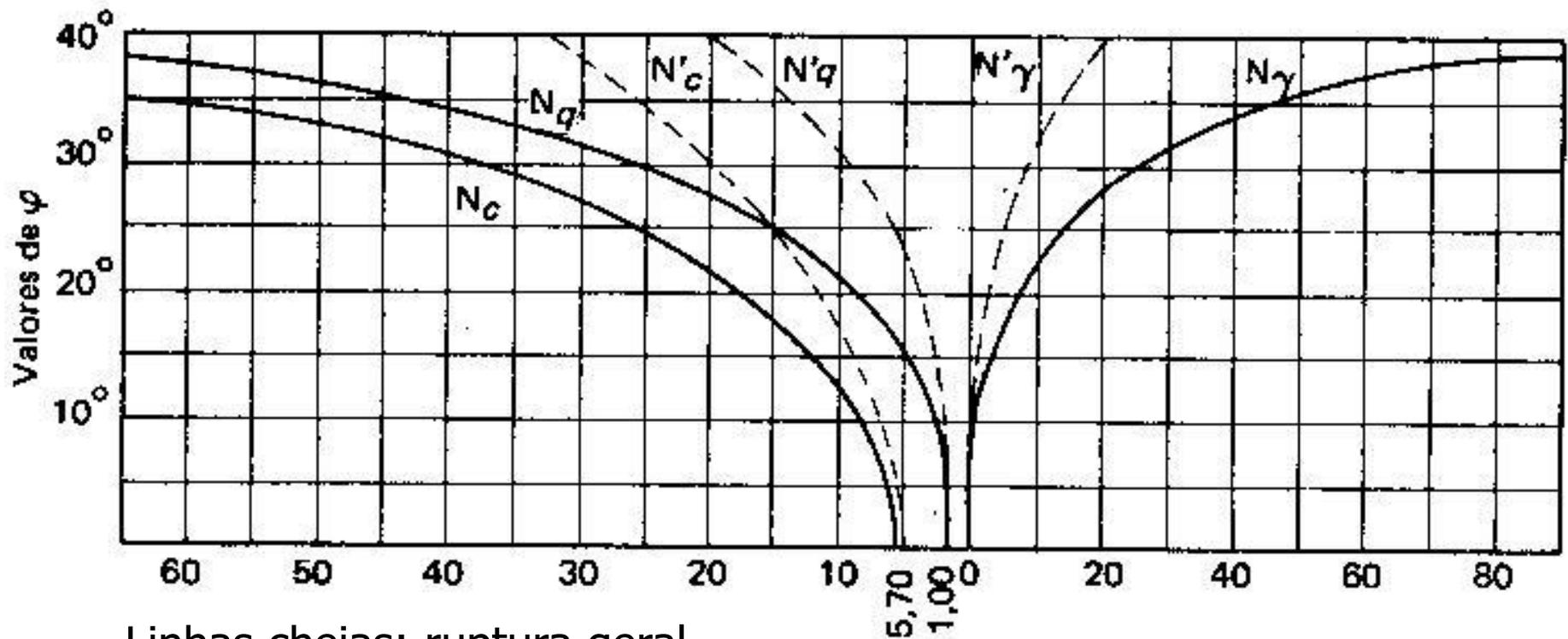
atrito na superfície de ruptura



# Fatores de forma

			
$s_c$	1,3	1,3	$1+0,3 B/L$
$s_q$	1,0	1,0	1,0
$s_\gamma$	0,8	0,6	$1-0,2 B/L$

# Fatores de Capacidade de Carga



Linhas cheias: ruptura geral

Linha tracejadas: ruptura local



# Influência da largura ( $B$ )

---

Relevância do tamanho da sapata  
(para  $D=0$ )

- Solicitação não drenada

$$\sigma_r = s_u N_c$$

(não depende das dimensões)

- Solicitação drenada, sem  $c$

$$\sigma_r = 0,5 \gamma B N_\gamma$$

(tensão diretamente proporcional a  $B$ )



# Influência da sobrecarga ( $q$ )

---

- Sobrecarga  $q = \gamma D$

- Sempre aumenta  $\sigma_r$

$$\Delta\sigma_r = q N_q$$

- Solicitação não drenada

- $N_q = 1,0$  (pouco importante)

- Solicitação drenada

- $N_q > 1,0$  (mais importante)

# Influência da água

- Continua valendo:

$$\sigma_r = s_c c N_c + s_q \gamma D N_q + s_\gamma 0,5 \gamma B N_\gamma \text{ mas...}$$

- Para porção submersa o valor de  $\gamma$  deve ser  $\gamma_{sub}$ 
  - Solicitação drenada: redução substancial de  $\sigma_r$
  - Solicitação não drenada: nenhum efeito
- Capilaridade (durável?)  $\approx$  coesão fictícia (garantida?)



# Cronologia da evolução das formulações teóricas

---

- Prandtl (1920, 1921)
- Reissner (1924)
- Buisman (1940)
- Terzaghi (1943)
- Skempton (1951)
- Caquot & Kérisel (1953)
- Meyerhof (1951, 1953, 1957, 1963, 1965)
- Brinch Hansen (1970)
- De Beer (1970)
- Vesic (1973, 1975)



# Tensão Admissível (especificação)

---

- Procedimento conceitual usual
  - Garantir segurança contra ruptura
    - Tensão admissível (ELU):  $\sigma_{adm} = \sigma_r/F$
    - Em geral  $2,0 < F < 3,0$

+

  - Garantir recalques aceitáveis
    - Tensão admissível (ELS)

=

  - Especifica-se a menor, de modo a ter segurança contra ELU e ELS
  
- Alternativas
  - Correlações diretas de  $\sigma_{adm}$  com propriedades diversas do solo, determinadas experimentalmente
  - Provas de carga



# Processos de verificação da segurança (ELU) de fundações

- Carga admissível, valores característicos
- Fator de segurança global (ASD)
  - $P_{adm} = \frac{R_k}{F}$
  - $P_k \leq P_{adm}$
  - $F = \frac{R_k}{P_k}$  (tipicamente 2 a 3)
- Resistências e solicitações de cálculo
- Fatores parciais (LRFD)
  - $R_d = \frac{R_k}{\gamma_m}$
  - $S_d = S_k \gamma_f$
  - $S_d \leq R_d$

Fatores (global ou parciais): respeitar a NBR 6122



# Processos de verificação da segurança (ELU) de taludes

---

- Resistência admissível, valores característicos
- Fator de segurança global (ASD)
  - $R_{adm} = \frac{R_k}{F}$
  - $S_k \leq R_{adm}$
  - $F = \frac{R_k}{S_k}$  (tipicamente 1,5 a 2)
- Resistências e solicitações de cálculo
- Fatores parciais (LRFD)
  - $R_d = \frac{R_k}{\gamma_m}$
  - $S_d = S_k \gamma_f$
  - $S_d \leq R_d$

Fatores (global ou parciais): respeitar a NBR 6122



# Processos de verificação da segurança (ELS) de fundações

---

- ELS: garantir recalques aceitáveis
  - PEF3405