

Lista 02 de Estatística II (aula 02)

1. O que muda no cálculo de um Intervalo de Confiança para a média populacional quando se conhece a variância populacional e quando não se conhece?

2. Verifique se verdadeiro ou falso.

a. () A distribuição t de Student tende para uma distribuição normal quando os graus de liberdade aumentam.

3. Em uma pesquisa eleitoral, entre 1000 eleitores, 240 declararam que pretendem votar no candidato A. Construa um intervalo de 95% de confiança para as intenções de voto para este candidato. (Neste caso, a resposta pedida é exatamente o que é apresentado pelos meios de comunicação quando divulgam uma pesquisa eleitoral.)

4. Após entrevistar 49 membros de uma categoria profissional, um pesquisador encontrou um salário médio de R\$ 820. O desvio padrão dos salários desta categoria, conhecido, é R\$ 140. Construa um intervalo para a média:

a) com 80% de confiança.

b) com 90% de confiança.

5. Um centro de estudos de pesquisa de opinião realizou uma pesquisa para avaliar a opinião dos telespectadores de uma região, sobre um certo comentarista esportivo. Para isso entrevistou 380 telespectadores, selecionados ao acaso da região, e constatou que 180 desejavam que o comentarista fosse afastado da TV. Determine um intervalo de confiança de 90% para p: proporção de telespectadores, favoráveis ao afastamento do comentarista.

6. Um anúncio afirma que quatro em cada cinco médicos recomendam um determinado produto. Um grupo de consumidores deseja testar essa afirmação e obtém uma amostra aleatória de 30 médicos. Em 95% das vezes, esperaríamos que a proporção de médicos recomendando o produto nesta amostra estivesse entre quais dois valores para que a informação fosse confirmada?

a) 0,68 e 0,92

b) 0,66 e 0,94

c) 0,70 e 0,90

d) 0,72 e 0,88

7. Ao examinar as faturas emitidas por uma empresa, um auditor descobre que o valor em dólares das faturas tem uma média de \$ 1732 e um desvio padrão de \$ 298. Qual dos pares de números a seguir torna a declaração a seguir correta para uma amostra aleatória de 55 faturas?

$P(a < \bar{X} < b) = 0,84$

a. a = 1683, b = 1781

b. a = 1660, b = 1794

c. a = 1675, b = 1789

d. a = 1692, b = 1772

Respostas:

1. O princípio para construir o IC é o mesmo, mas no caso da variância desconhecida é preciso usar a variância amostral que introduz um pouco mais de incerteza (variabilidade) para a estimativa de intervalo. Assim, é preciso usar os valores críticos da distribuição t de Student ao invés dos valores críticos da Normal padrão para levar em conta esta incerteza nas amostras de tamanho pequeno.

2. V;

3. O valor (amostral) para a proporção de eleitores que desejam votar neste candidato é $\hat{p} =$

$$\frac{240}{1000} = 0,24 = 24\%$$

$$\text{var}(\hat{p}) = \frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}$$

$$\text{var}(\hat{p}) = \frac{0,24 \times 0,76}{1000} = 0,0001824$$

E o desvio padrão:

$$dp(\hat{p}) = \sqrt{0,0001824} \cong 0,0135 = 1,35\%$$

Já temos o valor do estimador e seu desvio padrão, podemos, portanto, calcular o intervalo de confiança da proporção verdadeira (populacional) p (o valor tabelado para 95% é 1,96):

$$\frac{|\hat{p} - p|}{dp(\hat{p})} = 1,96$$

$$\frac{|24 - p|}{1,35} = 1,96$$

$$|24 - p| \cong 2,6\%$$

Portanto, o intervalo de 95% de confiança para as intenções de voto para o candidato A é:

$$IC_{95\%} = [21,4\%; 26,6\%]$$

Ou, como preferem os meios de comunicação, o candidato A tem 24% das intenções de voto com margem de erro de 2,6 pontos percentuais, para cima ou para baixo... isto se considerarmos, evidentemente, 95% de confiança.

4. a) com 80% de confiança.

Com 80% de confiança, temos que procurar na tabela metade, isto é, 40%. O valor mais próximo é 0,399727 que corresponde ao valor de z de 1,28. Como a média amostral tem distribuição aproximadamente normal, temos que;

$$\frac{|\bar{X} - \mu|}{\sigma_{\bar{X}}} = 1,28$$

onde:

$$\bar{X} = 820 \text{ e}$$

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{140}{\sqrt{49}} = 20$$

$$\frac{|820 - \mu|}{20} = 1,28$$

$$|820 - \mu| = 25,6$$

A chamada “margem de erro” é 25,6. Os pontos extremos do intervalo de confiança podem ser encontrados somando-se e subtraindo 25,6 da média amostral.

$$IC_{80\%} = [794,4; 845,6]$$

b) com 90% de confiança.

Agora temos que procurar na tabela o valor correspondente a 45%. Este valor está entre 1,64 e 1,65. De fato, o valor de z é aproximadamente 1,645.

$$\frac{|820 - \mu|}{20} = 1,645$$

$$|820 - \mu| = 32,9$$

E, portanto, o intervalo de confiança é:

$$IC_{90\%} = [787,1; 852,9]$$

5. Uma estimativa pontual da proporção p de telespectadores da região favoráveis ao afastamento do comentarista esportivo é dada por: $\hat{p} = \frac{180}{380} = 0,47$

Considerando o coeficiente de confiança de 0,90, temos que $z=1,64$.

Assim, o intervalo de confiança para p será:

$$IC(\hat{p}; 0,90) = \left[\hat{p} \pm z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$$

$$IC(\hat{p}; 0,90) = \left[0,47 \pm 1,64 \sqrt{\frac{0,47(1-0,47)}{380}} \right] = [0,47 \pm 0,04] = [0,43; 0,51]$$

6. Resposta b. Supor que $\hat{p} = 0.8$ e construir o IC normalmente.

7. c. $a = 1675$, $b = 1789$

Pois, a probabilidade $P(a < \bar{X} < b) = 0,84$ é a o grau de significância do IC , que na tabela normal nos revela os valores de Z_c iguais 1,41.

$$IC = 1732 \mp 1,41 \cdot \frac{298}{\sqrt{55}}$$