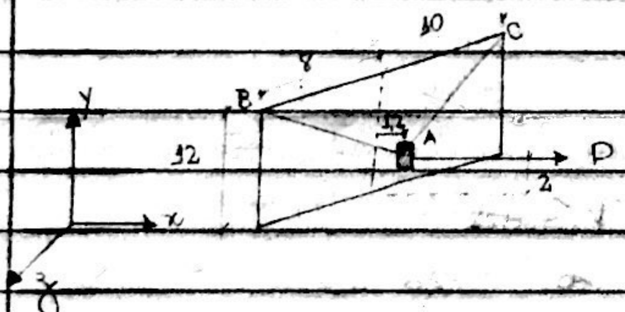
Aula 3 — Equilíbrio de partículas no espaço

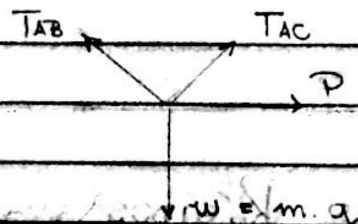
19/09/20

$$\begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \\ \Sigma F_z = 0 \end{cases}$$

→ diagrama de corpo livre

Ex 1: Um cilindro de 200 Kg está pendurado por dois cabos AB e AC, presos no topo de uma parede vertical. Uma força horizontal P segura o cilindro na posição indicada. Determine a intensidade de P e a tração TAB e TAC.





$w = m \cdot g = 200 \cdot 9{,}81$

$1962\ N$

$d_{AB} = \sqrt{(-1{,}2)^2 + (10)^2 + (8)^2}$

$d_{AB} = 12{,}86\ m$

$d_{AC} = \sqrt{(-1{,}2)^2 + (10)^2 + (-10)^2}$

$d_{AC} = 14{,}19\ m$

$R_{AB} = \frac{T_{AB}}{12{,}86}(-1{,}2\,i + 10\,j + 8\,k)$

$R_{AC} = \frac{T_{AC}}{14{,}19}(-1{,}2\,i + 10\,j - 10\,k)$

$R_{AB} = T_{AB}(-0{,}093\,i + 0{,}78\,j + 0{,}62\,k)$

$F_x = -0{,}093$

$F_y = 0{,}78$

$F_z = 0{,}62$

$R_{AC} = T_{AC}(-0{,}08\,i + 0{,}7\,j - 0{,}7\,k)$

$F_x = -0{,}08$

$F_y = 0{,}7$

$F_z = -0{,}7$

$\Sigma F_x = 0 \rightarrow -0{,}093\, T_{AB} - 0{,}08\, T_{AC} + P = 0$ (1)

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow 0{,}78\, T_{AB} + 0{,}7\, T_{AC} - 1962 = 0$ (2)

$\Sigma F_z = 0 \rightarrow 0{,}62\, T_{AB} - 0{,}7\, T_{AC} = 0$ (3)

* resolvendo a eq. 3: $T_{AB} = \frac{0{,}7\, T_{AC}}{0{,}62}$

$T_{AB} = 1{,}13\, T_{AC}$ (4)

* substituindo (4) em (2): $0{,}78\,(1{,}13\, T_{AC}) + 0{,}7\, T_{AC} - 1962 = 0$

$T_{AC} = 1241\ N$

* substituindo T_{AC} em (2): $0{,}78\, T_{AB} + 0{,}7\,(1241) - 1962 = 0$

$T_{AB} = 1401\ N$

* substituindo T_{AB} e T_{AC} em (1): $P = 0{,}093\,(1401) + 0{,}08\,(1241)$

$P = 230\ N$

Corpos Rígidos

- sistemas equivalentes de força

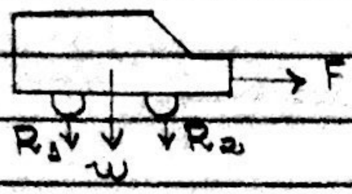
* corpos são considerados no estudo da mecânica como rígidos, não se deformam

* estudos das forças exercidas sobre um corpo rígido e a substituição dessas por um sistema de forças equivalentes

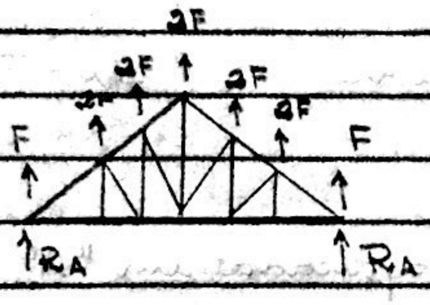
Forças externas - representam a ação de outros corpos sobre o corpo rígido causam o movimento do corpo ou garantir que ele permaneça em repouso.

Forças internas - mantém juntas as partículas.

Ex. forças externas



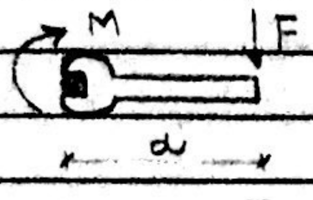
Ex. forças internas



Estudo das forças externas

① produto vetorial de dois vetores

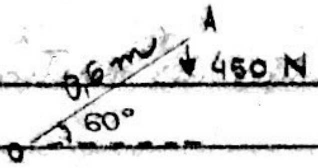
- força em relação a um ponto



Momento é uma medida da tendência de uma força F girar o corpo rígido em torno de um eixo.

$$M = F \cdot d$$

Ex. 1:



a) o momento da força de 450 N em relação ao "O"

$$\cos 60 = \frac{d}{0,6} = 0,3\ m$$

$$M = F.d = 450 . 0,3 = 135\ N.m$$

b) a força horizontal aplicada em "A" que provoca o mesmo momento em "O".

$$\operatorname{sen} 60 = \frac{d}{0,6} = 0,52\ m \qquad 135 = F . 0,52$$

$$F = 260\ N$$

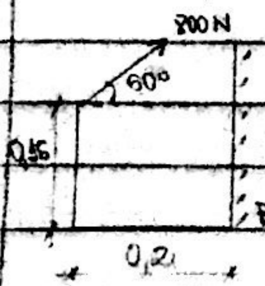
c) força mínima aplicada em "A" que gerará o mesmo momento em "O".

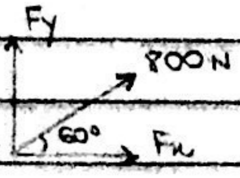
$$135 = F . 0,6 \rightarrow F = 225\ N$$

d) a que distância do eixo deve atuar uma força vertical de 1080 N para gerar o mesmo momento em relação ao "O".

$$M = F.d \rightarrow 135 = 1080 . d \rightarrow d = 0,12\ m$$

Ex. 2: Determine o momento que a força de 800 N provoca em B.





$$F_x = 800 . \cos 60 = 400\ N$$

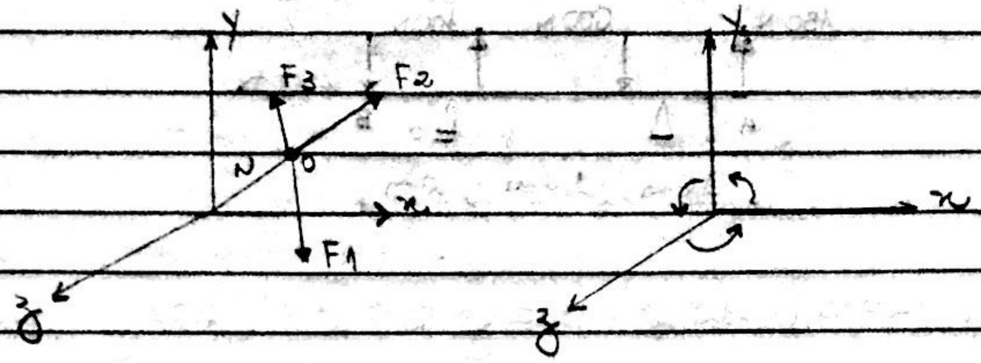
$$F_y = 800 . \operatorname{sen} 60 = 692,8\ N$$

$$M = F_x . d_y + F_y . d_x$$

$$400 . 0,16 + 692,8 . 0,2 = 203\ N$$

Teorema de Varignon

A propriedade distributiva dos produtos vetoriais pode ser usada para determinar o momento da resultante de várias forças concorrentes.



$$M_O = r\,(F_1 + F_2 + F_3 \ldots + F_n)$$

O momento em relação a um dado ponto "O" da resultante de diversas forças concorrentes é igual a soma dos momentos das várias forças em relação a "O"

→ vetor unitário:

$i \times i = 0$	$j \times i = -K$	$K \times i = j$
$i \times j = K$	$j \times j = 0$	$K \times j = -i$
$i \times K = -j$	$j \times K = i$	$K \times K = 0$

→ usando o exemplo 2:

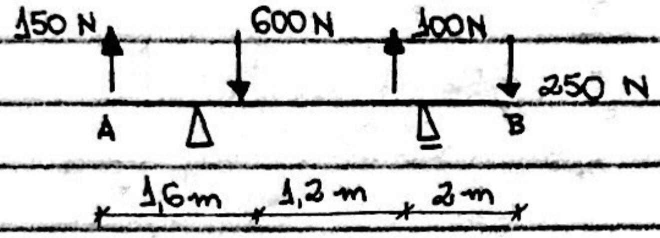
$$M = 400\,i \cdot 0{,}16\,j + 692{,}8\,j - 0{,}2\,i$$

$$M = 64\,K + 138{,}56\,K$$

$$M = 203 \;\; N.m$$

Ex. 3. Uma viga de 4,8 m de comprimento está sujeita a três forças, conforme figura.
a) determine o M em "A"
b) " " " " "B"

↻ − ↺ +



$M_A = (-600\,\vec{j}).(1,6\,\vec{i}) + (100\,\vec{j}).(2,8\,\vec{i}) + (-250\,\vec{j}).(4,8\,\vec{i})$

$M_A = -960\,K + 280\,K - 1200\,K$

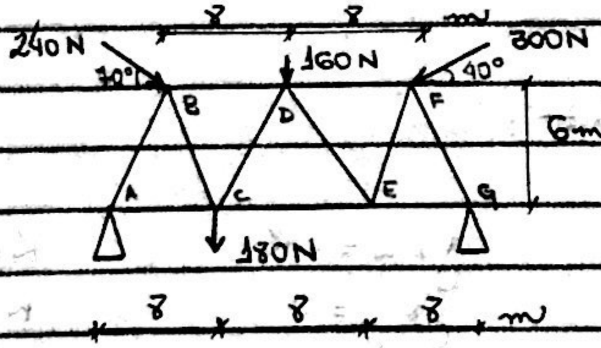
$M_A = -1880\ N.m$

$M_B = (-100\,\vec{j}).(2\,\vec{i}) + (600\,\vec{j}).3,2\,\vec{i} + (-150\,\vec{j}).4,8\,\vec{i}$

$M_B = -200\,K + 1920\,K - 720\,K$

$M_B = 1000\ N.m$

Ex. 4:



$F_R = ?$

$M_A = ?$

$F_1 \rightarrow$ $F_x = F.\cos 70°$ $\quad F_y = F.\,sen\,70°$

$F_x = 82,08\,\vec{i}\ N$ $\quad F_y = -225,53\,\vec{j}\ N$

$F_3 \rightarrow$ $F_x = F.\cos 40°$ $\quad F_y = F.\,sen\,40°$

$F_x = -229,81\,\vec{i}\ N$ $\quad F_y = -192,84\,\vec{j}\ N$

$R = [82{,}08 - 229{,}81] + [-225{,}53 - 192{,}84 - 180 - 160]$

$R = 772{,}72$ N

$M_A = -82{,}08 \cdot 6 - 225{,}53 \cdot 4 - 160 \cdot 12 - 180 \cdot 8 - 192{,}84 \cdot 20$
$+ 229{,}81 \cdot 6 = 7232$ N.m