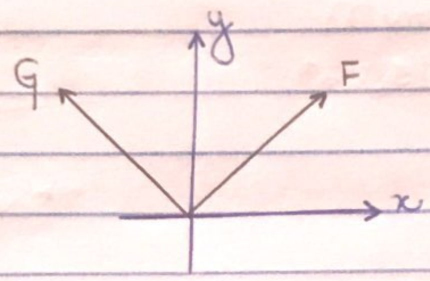
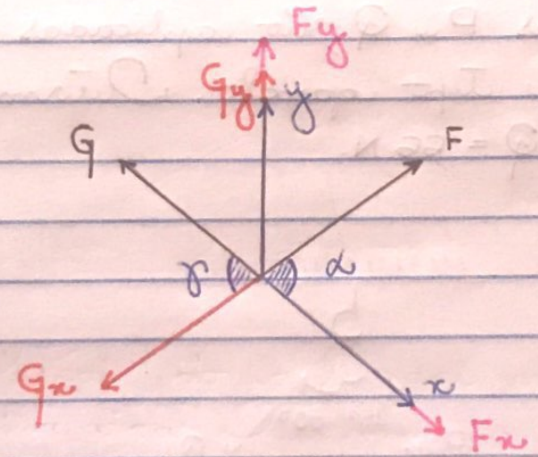
Mecânica Geral

Aula 2
05/09/20

- Vetores unitários

→ decomposição de forças no plano





$+ F_x = F \cdot \cos \alpha$

$+ F_y = F \cdot \operatorname{sen} \alpha$

$+ G_x = G \cdot \cos \gamma$

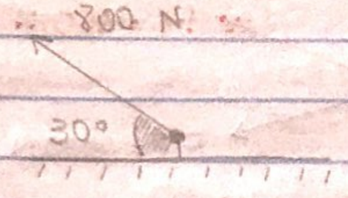
$+ G_y = G \cdot \operatorname{sen} \gamma$

→ vetor unitário:

$$F_x = F \cdot \cos \alpha \, (i)$$

$$F_y = F \cdot \operatorname{sen} \alpha \, (j)$$

Ex. 1: Uma força de 800 N é exercida sobre um parafuso. Qual a força resultante da decomposição?



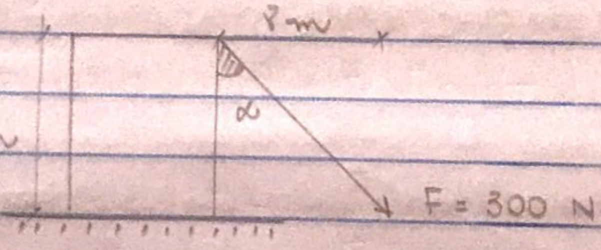
$F_x = F \cdot \cos 30$ $\qquad$ $F_y = F \cdot \sin 30$

$F_x = 800 \cdot \cos 30$ $\qquad$ $F_y = 800 \cdot \sin 30$

$F_x = -696\ N$ $\qquad$ $F_y = 400\ N$

$$\vec{R} = (-696\,i + 400\,j)\ N$$

Ex. 2: Calcule as componentes horizontal e vertical da força exercida no ponto A, e represente a resultante.



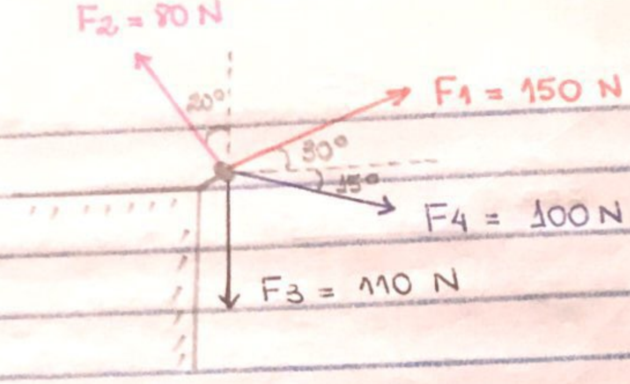
$$\tan \alpha = \frac{CO}{CA} = \frac{8}{6} \rightarrow \alpha \cong 53°$$

$F_x = F \cdot \sin \alpha = 300 \cdot \sin 53 = 240\ N$

$F_y = F \cdot \cos \alpha = 300 \cdot \cos 53 = -180\ N$

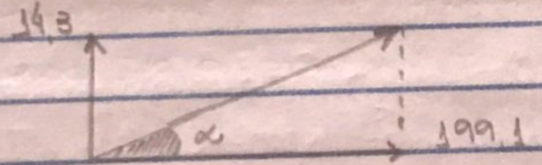
$$\vec{R} = (240\,i - 180\,j)\ N$$

Ex. 3 Sobre o parafuso A atuam 4 forças com intensidade e direção indicadas na figura. Determine $\vec{R}$ representando os valores unitários



FORÇA	F_x	F_y
F_1	$150 \cdot \cos 30 = 129,9$	$150 \cdot \text{sen}\, 30 = 75$
F_2	$-80 \cdot \text{sen}\, 20 = -27,4$	$80 \cdot \cos 20 = 75,2$
F_3	–	-110
F_4	$100 \cdot \cos 15 = 96,6$	$-100 \cdot \text{sen}\, 15 = -25,9$
ΣF	$199,1$	$14,3$

$$\vec{R} = (199,1\,\vec{i} + 14,3\,\vec{j})\ N$$



$$\tan \alpha = \frac{14,3}{199,1}$$

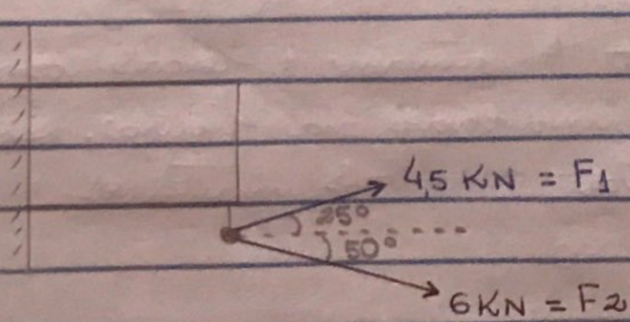
$$\alpha \cong 4,11°$$

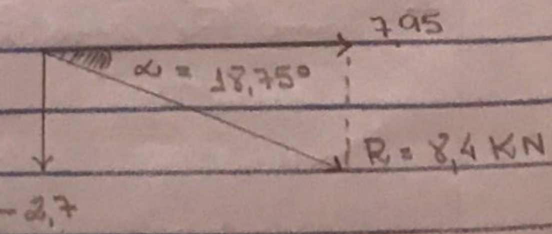
$$R^2 = \sqrt{(199,1)^2 + (14,3)^2}$$

$$R = 199,6\ N$$

Ex 4: idem ao ex. 3.

FORÇA	F_x	F_y
F_1	$4,1$	$1,90$
F_2	$3,85$	$-4,60$
ΣF	$7,95$	$-2,7$





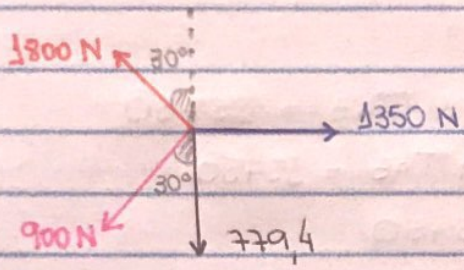
- Equilíbrio das partículas no plano

→ diagrama de corpo livre

- quando a partícula está em equilíbrio a resultante das forças sobre ela é "0"

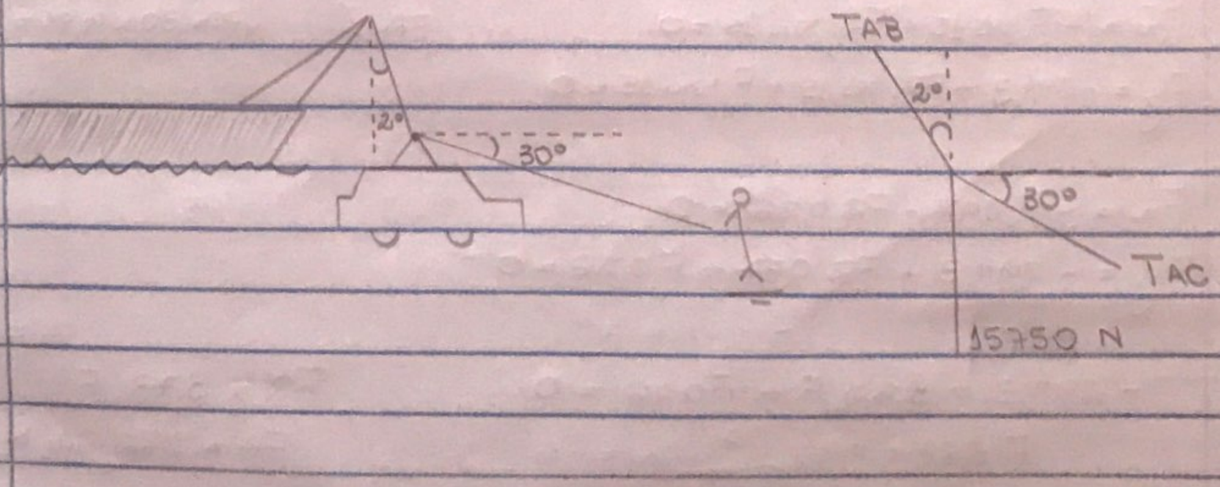
$$\sum F = R = 0$$

Ex. 1:



$$\left.\begin{array}{l} \sum F_y = -779{,}4 + 1558{,}85 - 779{,}42 = 0 \\ \sum F_x = 1350 - 450 - 900 = 0 \end{array}\right\} \text{equilíbrio}$$

Ex. 2: Uma operação de descarregamento de um navio, um automóvel de 15750N é sustentado por um cabo e puxado para centralizá-lo na posição desejada. Qual a tração na corda para que o sistema fique em equilíbrio?



$$\begin{cases} F_x = (T_{AC} \cdot \cos 30) - (T_{AB} \cdot \sin 2) = 0 \\ F_y = (-15750) - (T_{AC} \cdot \sin 30) + (T_{AB} \cdot \cos 2) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_x = 0{,}87\, T_{AC} - 0{,}035 \cdot T_{AB} = 0 \\ F_y = -0{,}5\, T_{AC} + 0{,}999\, T_{AB} = 15750 \end{cases}$$

$$T_{AC} = \frac{T_{AB}\ 0{,}035}{0{,}87}$$

$$-0{,}5\ (T_{AB} \cdot 0{,}040) + 0{,}999\, T_{AB} = 15750$$

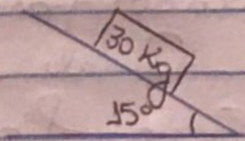
$$-T_{AB}\ 0{,}02 + 0{,}999\, T_{AB} = 15750$$

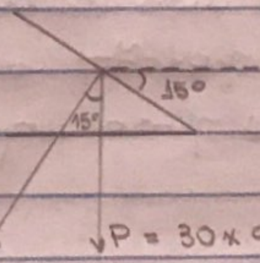
$$0{,}97\, T_{AB} = 15750$$

$$T_{AB} = 16.237\ N$$

$$T_{AC} = 649{,}5\ N$$

Ex. 3: Determine a intensidade e a direção da menor força para manter o equilíbrio da embalagem.





$$\begin{cases} F_x = -F \cdot \cos 15 + FR \cdot \sin 15 = 0 \\ F_y = -294{,}3 + FR \cdot \cos 15 + F \cdot \sin 15 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_x = -F \cdot 0{,}97 + FR\ 0{,}26 = 0 \\ F_y = -294{,}3 + FR\ 0{,}97 + F\ 0{,}26 = 0 \end{cases}$$

$$-294{,}3 + 3{,}62\, F + F\, 0{,}26 = 0$$

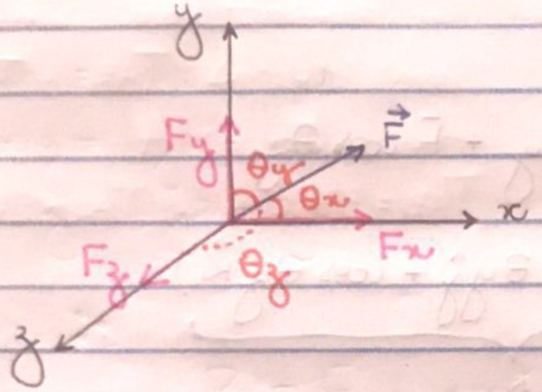
$$F\ 3{,}88 = 294{,}3$$

$$F = 75{,}85\ F$$

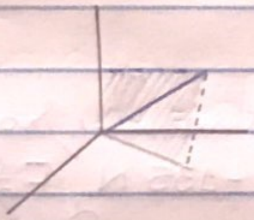
$$FR = 3{,}73 \cdot F$$

$$FR = 282{,}92\ N$$

- Forças no espaço



$F_x = F \cdot \cos\theta_x$
$F_y = F \cdot \cos\theta_y$
$F_z = F \cdot \cos\theta_z$



$F_h = F \cdot \operatorname{sen}\theta_y$

→ vetor unitário : $2D = F_x\hat{i} + F_y\hat{j}$
$3D = F_x\hat{i} + F_y\hat{j} + F_z\hat{k}$

Ex. 1: Uma força $F = 500\ N$ forma ângulos de 60°, 45° e 120° com os eixos x, y, z respectivamente. Encontre F_x, F_y e F_z, e represente a resultante vetorial.

$F_x = 500 \cdot \cos 60 = 250\ N$
$F_y = 500 \cdot \cos 45 = 353{,}55\ N$
$F_z = 500 \cdot \cos 120 = -250\ N$

$\vec{R} = 250\hat{i} + 353{,}55\hat{j} - 250\hat{k}$

$F = \sqrt{(250)^2 + (353{,}55)^2 + (-250)^2}$
$F = 500\ N$

→ vetor unitário λ

$$\vec{R} = F_x\hat{i} + F_y\hat{j} + F_z\hat{k}$$

$$R = F\cos\theta_x + F\cos\theta_y + F\cos\theta_z$$

$$R = F\underbrace{(\cos\theta_x\hat{i} + \cos\theta_y\hat{j} + \cos\theta_z\hat{k})}_{\lambda}$$

$$R = F \cdot \lambda$$

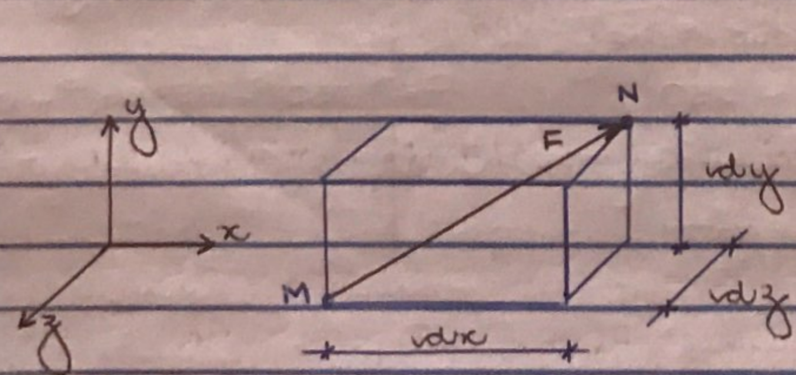
Ex. 2: A força resultante tem as seguintes componentes: $F_x = 90\,N$, $F_y = -135\,N$, $F_z = 270\,N$. Determine a intensidade da força F e os ângulos.

$$F = \sqrt{(90)^2 + (-135)^2 + (270)^2}$$
$$F = 315\,N$$

$90 = 315 \cdot \cos\theta_x$ → $\theta_x = 73{,}4°$

$-135 = 315 \cdot \cos\theta_y$ → $\theta_y = 115{,}38°$

$270 = 315 \cdot \cos\theta_z$ → $\theta_z = 31°$



Força definida por sua intensidade e por dois pontos em sua linha de ação

Digitalizada com CamScanner

$$\lambda = \frac{\overrightarrow{MN}}{MN} = \frac{dx\hat{i} + dy\hat{j} + dz\hat{k}}{\sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}}$$

$dx = (x_2 - x_1)$

$dy = (y_2 - y_1)$

$dz = (z_2 - z_1)$

$\therefore$

$$R = \frac{F}{d}(dx\,i + dy\,j + dz\,K)$$

$$d = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$$

Ex. 3: Um cabo de sustentação de uma torre está ancorado por meio de um parafuso em A. Determine Fx, Fy e Fz da força de tração que atua no parafuso, de intensidade 2500 N.

$dx = -40\ m$

$dy = 80\ m$

$dz = 30\ m$

$$R = \frac{\overset{\to 2500}{F}}{d}(dx\,i + dy\,j + dz\,K)$$

$d = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$

$d = \sqrt{(-40)^2 + (80)^2 + (30)^2}$

$d = 94,3\ m$

$$R = \frac{2500}{94,3}(-40\,i + 80\,j + 30\,K) \Rightarrow -1060\,i + 2120\,j + 795\,K$$

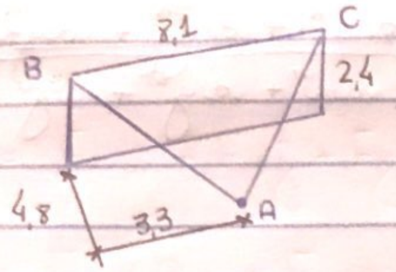
$F_x = -1060\ N \longrightarrow F_x = F.\cos\theta_x = 115,1°$

$F_y = 2120\ N \longrightarrow F_y = F.\cos\theta_y = 32°$

$F_z = 795\ N \longrightarrow F_z = F.\cos\theta_z = 71,5°$

Digitalizada com CamScanner

Ex 4:



Determine a intensidade e direção da resultante das forças TAB e TAC na estaca A.

$T_{AB} = 3780\,N$ e $T_{AC} = 5400\,N$

$R_{AB} = \frac{T_{AB}}{d}(d_x i + d_y j + d_z k)$

$d_x = -4,8\,m$

$d_y = 2,4\,m$

$d_z = 3,3\,m$

$\frac{3750}{6,3}(-4,8i + 2,4j + 3,3k)$

$F_x = -2880\,N$

$F_y = 1440\,N$

$F_z = 1980\,N$

$R_{AC} = \frac{5400}{7,2}(-4,8 + 2,4j - 4,8k)$

$d_x = -4,8\,m$

$d_y = 2,4\,m$

$d_z = -8,1 + 3,3 = -4,8\,m$

$F_x = -3600\,N$

$F_y = 1800\,N$

$F_z = -3600\,N$

$\vec{R} = R_{AB} + R_{AC} = (-6480i + 3240j - 1620k)$

$R = \sqrt{(-6480)^2 + (3240)^2 + (-1620)^2} = 7424\,N$

$F_x = F.\cos\theta x \rightarrow -6480/7424 = \cos\theta x \rightarrow 150°$

$F_y = F.\cos\theta y \rightarrow 3240/7424 = \cos\theta y \rightarrow 64°$

$F_z = F.\cos\theta z \rightarrow -1620/7424 = \cos\theta z \rightarrow 102°$