

Resistência última (ELU) e Recalque (ELS) de Fundações Diretas



Prof. Mauricio Abramento

Revisão (2016 e 2019): Waldemar Hachich

Introdução

- Definições:

tensão de ruptura=tensão última=tensão limite

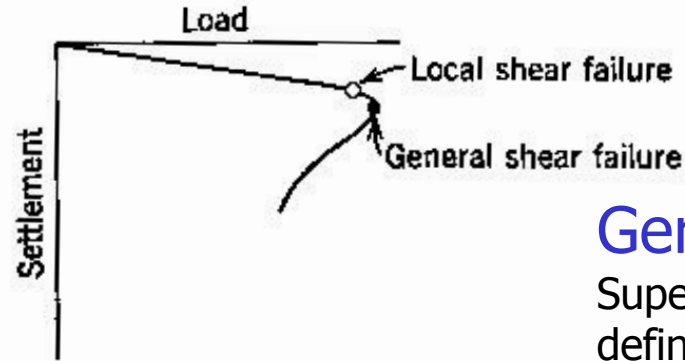
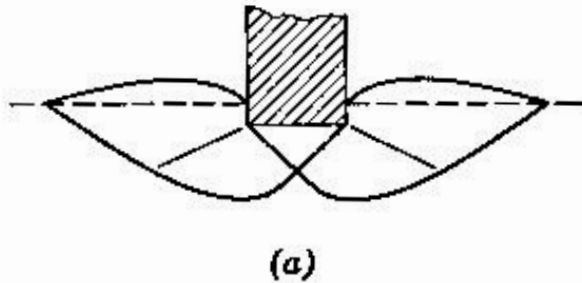
$\sigma_r = \sigma_{\acute{u}lt} = \sigma_f$ (ELU, outrora "capacidade de carga")

- Ruptura clássica: deslocamento incessante com carga constante



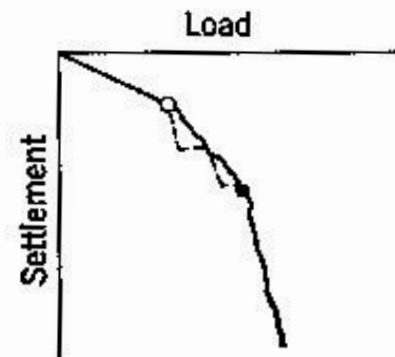
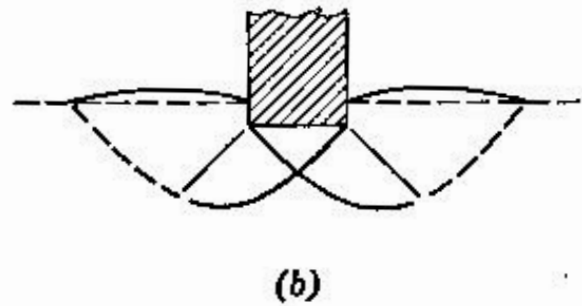
Tipos de Rupturas

- Observação de modelos \Rightarrow três tipos de ruptura (Vésic, 1963 e 1975)
 - Ruptura Geral
 - Ruptura Local (em geral ELS antes de ELU)
 - Ruptura por Puncionamento
- Tipos dependem de:
 - compressibilidade do solo (compacidade das areias, consistência das argilas)
 - profundidade e largura da sapata
 - condições de carregamento



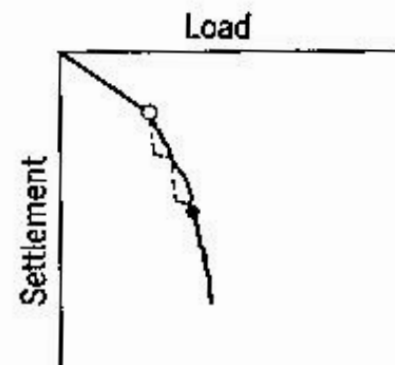
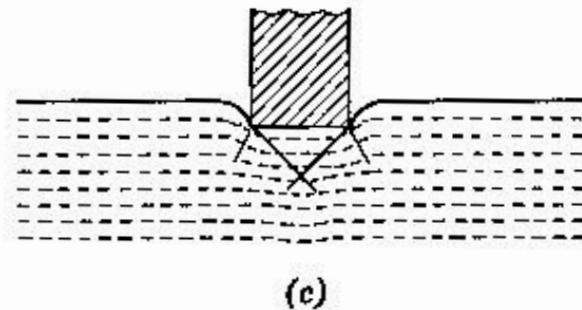
Geral

Superfície de ruptura bem definida, em geral com pico, ruptura brusca, colapso da estrutura
ELU típico



Local

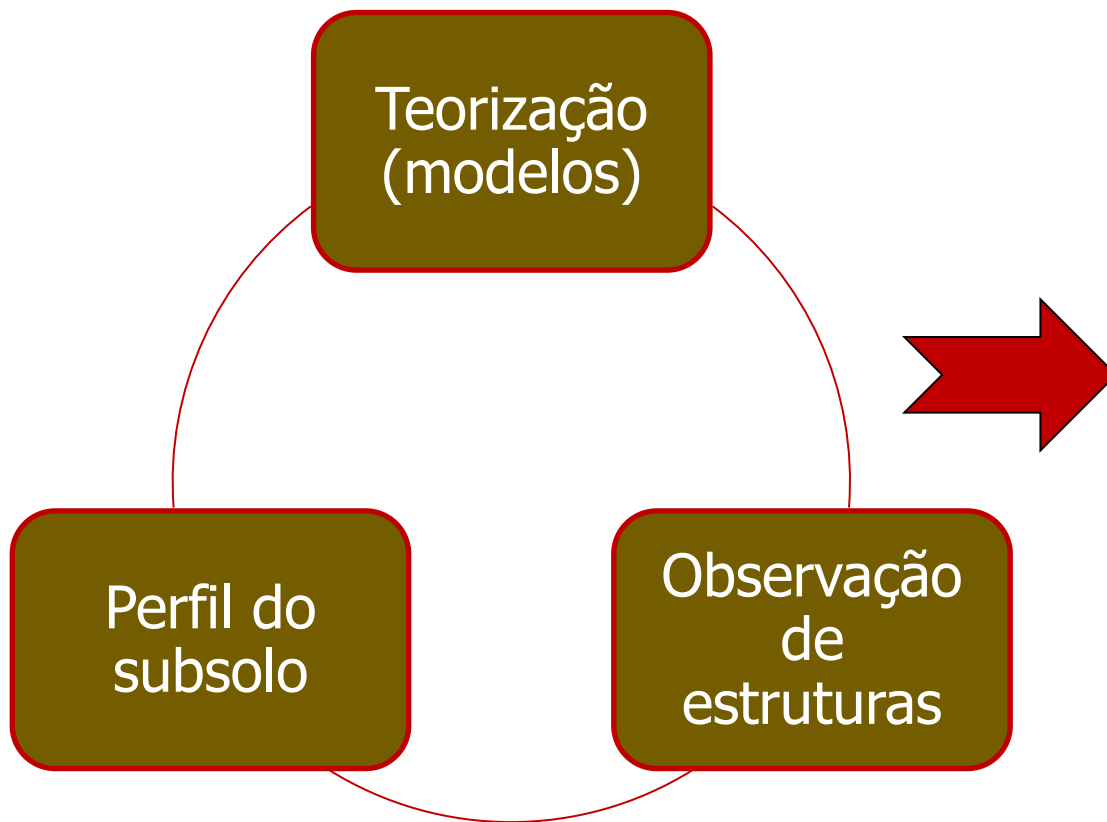
Superfície definida progressivamente, carga sempre crescendo com recalques, mas em ritmo decrescente
ELS antes de ELU



Puncionamento

Não se detectam as superfícies de ruptura, recalque acentuado, em geral sem tombamento ("corte", como uma faca)
Evitar com largura mínima.

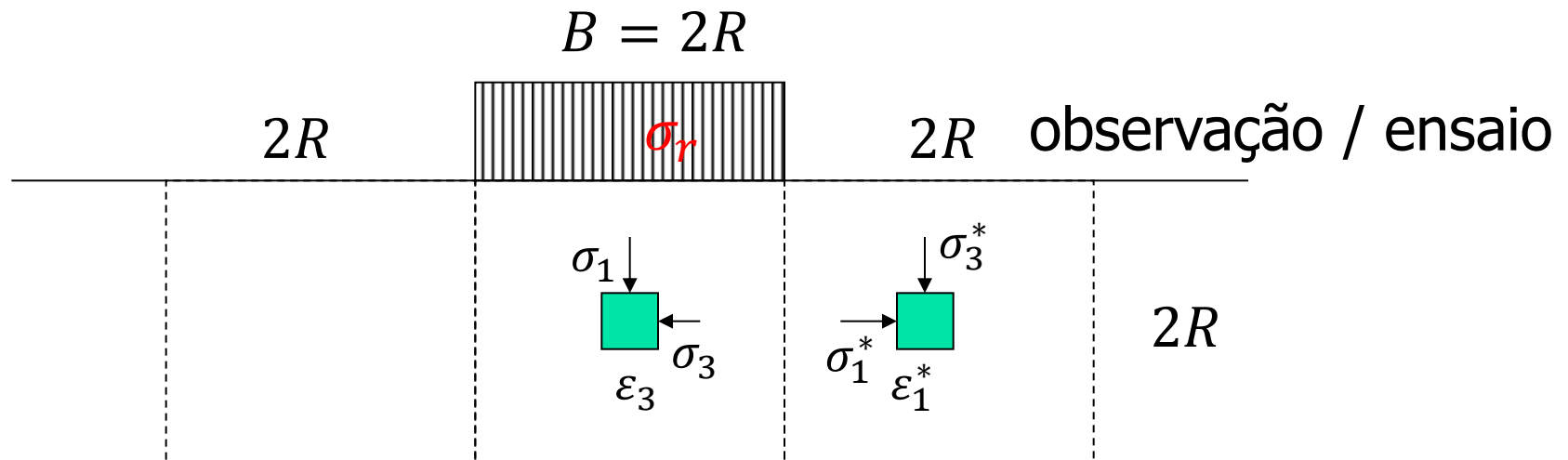
Determinação da resistência última



- Correlações empíricas
- Formulações semi-empíricas
- **Formulações teóricas**
- Provas de carga (vide coleção 6 de PEF3305)

Fórmula Didática de Terzaghi

Hipóteses (sapata circular)



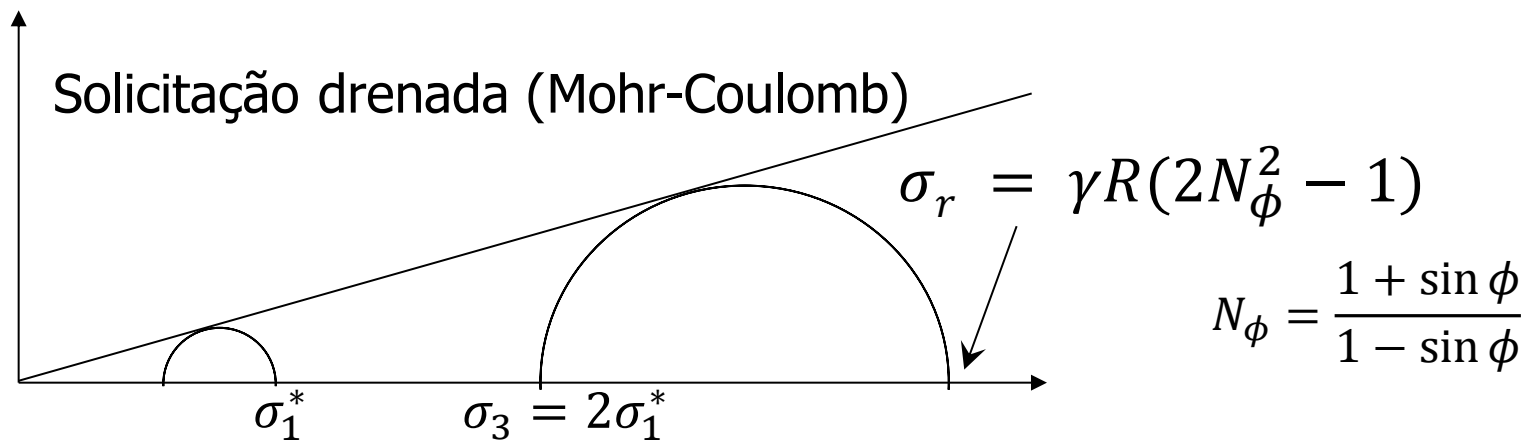
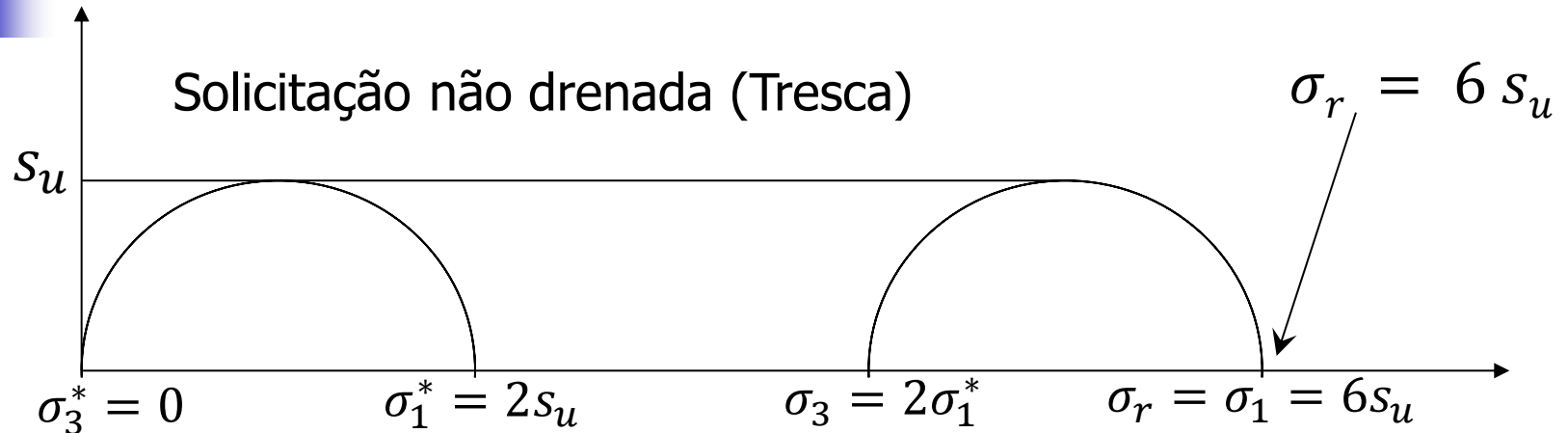
Hipóteses:

- a) $2R$ para região de "influência"
- b) $\epsilon_3 = 2 \epsilon_1^*$ (**intuição + observação**)
- c) $\sigma_3 = 2 \sigma_1^*$ (Elasticidade linear aplicada à anterior)

Decorrem expressões aproximadas para σ_r em função do tipo de sollicitação (drenada ou não drenada)

Fórmula Didática de Terzaghi

Expressões (sapata circular)





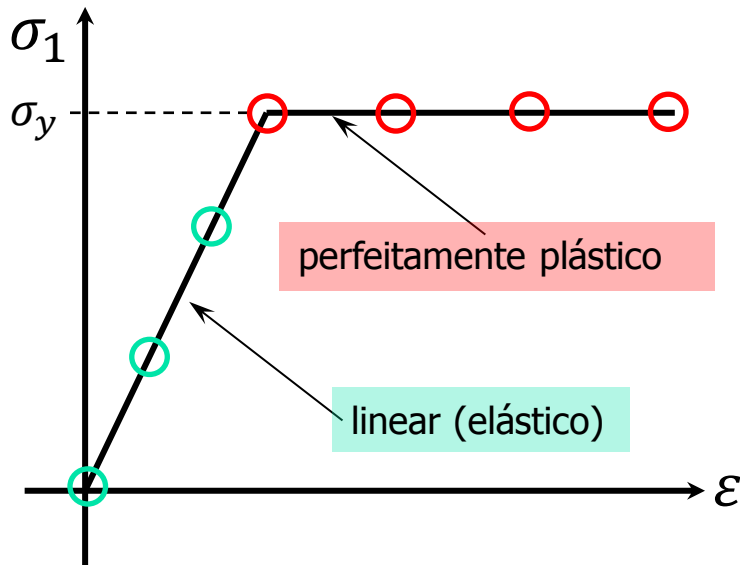
Análise limite (Plasticidade **perfeita**)

Equilíbrio limite (como estabilidade de taludes e empuxos)

FORMULAÇÕES BASEADAS NA TEORIA DA PLASTICIDADE E EM EQUILÍBRIO LIMITE

Comportamento **perfeitamente plástico**

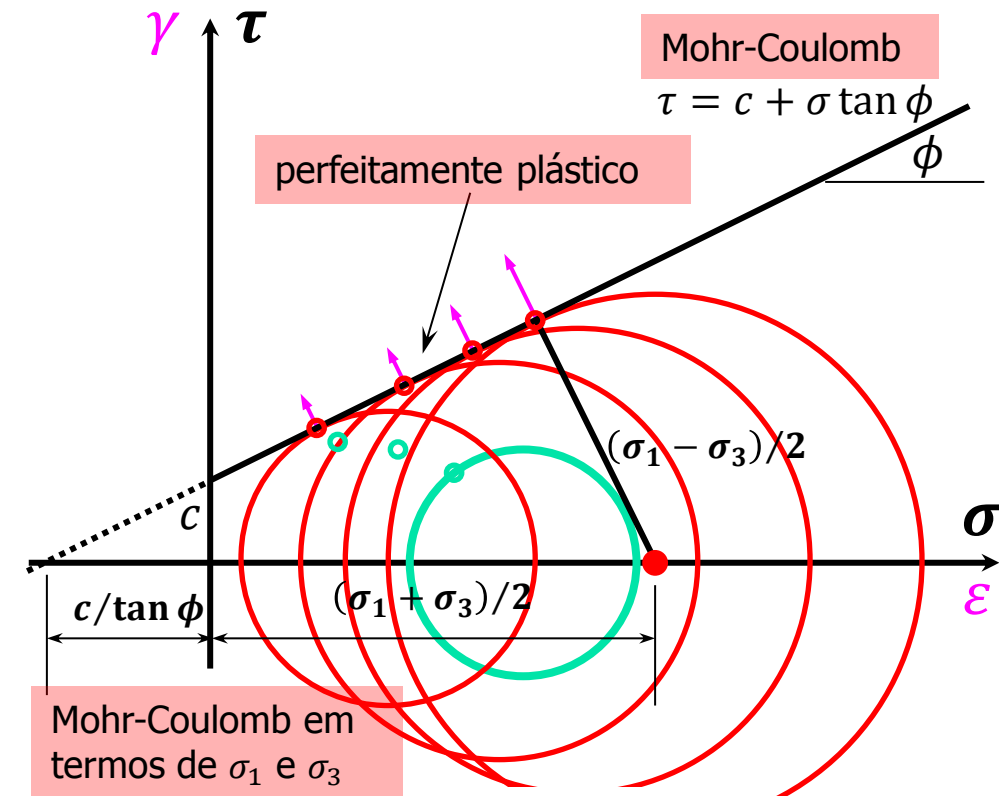
Solicitação uniaxial (1D)



$$\sigma_1 - \sigma_y = 0$$

$$F(\sigma_1) = 0$$

Solicitação 2D ou 3D



Mohr-Coulomb em termos de σ_1 e σ_3

$$\left[\frac{c}{\tan \phi} + \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right] \times \sin \phi - \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = 0$$

$$F(\sigma_1, \sigma_3) = 0$$

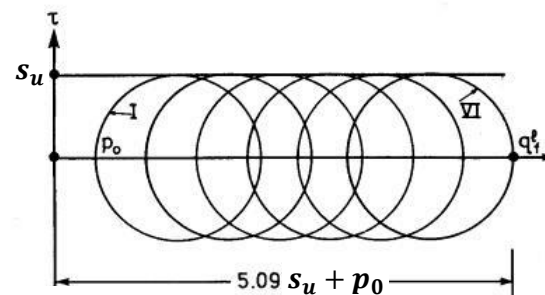
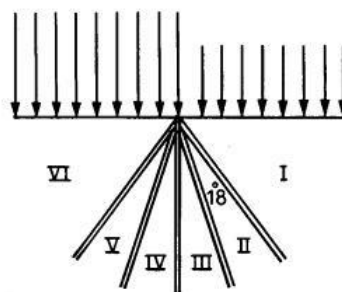
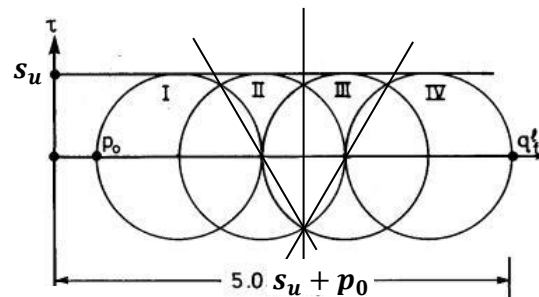
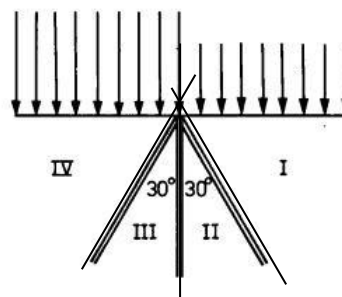
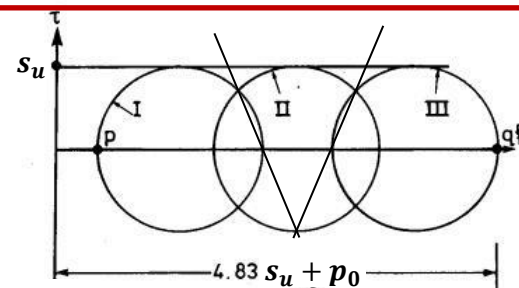
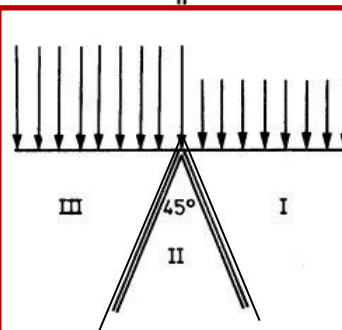
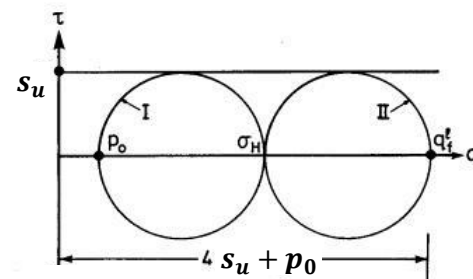
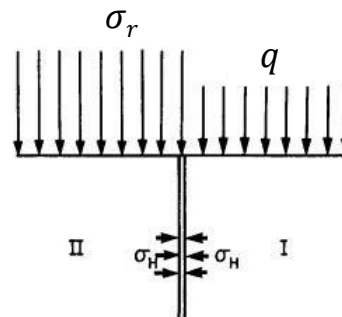
Análise Limite

Teoria da plasticidade perfeita

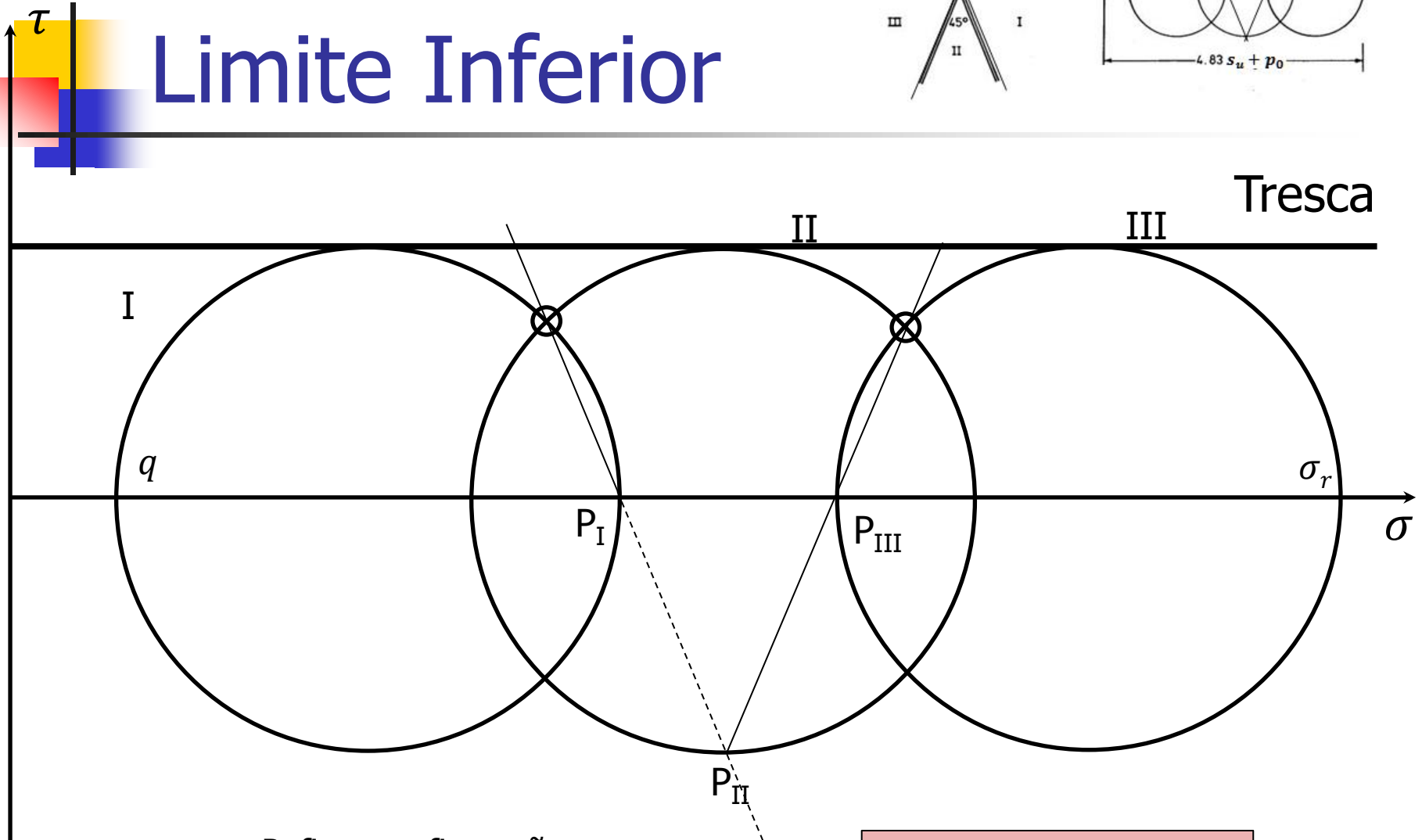
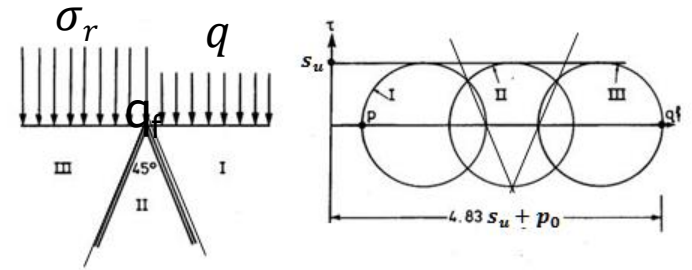
- Teorema do limite inferior
Se encontrada uma distribuição de tensões estaticamente admissível, que satisfaça às condições de equilíbrio (tanto interno quanto com as forças externas aplicadas), e que não viole, em nenhum ponto, o critério de plastificação do material, o valor exato da força externa de colapso não será inferior à força assim calculada.
- Teorema do limite superior
Se encontrado um mecanismo de colapso cinematicamente admissível, e imposta a igualdade entre o trabalho das forças internas e o trabalho das forças externas aplicadas, o valor exato da força externa de colapso não será superior à força assim calculada.

Análise Limite

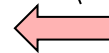
- Teorema do limite inferior



Teorema do Limite Inferior



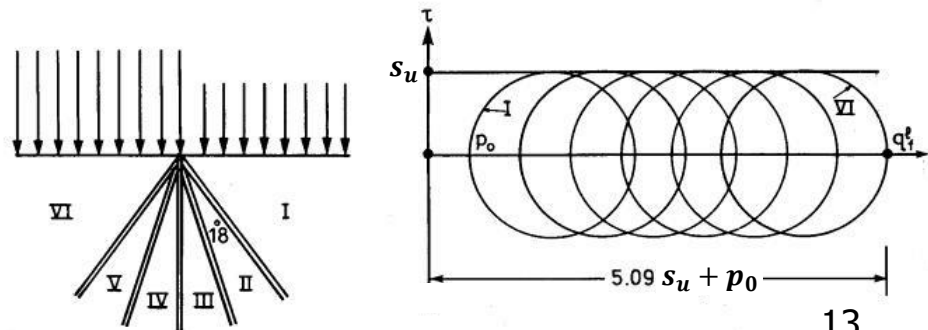
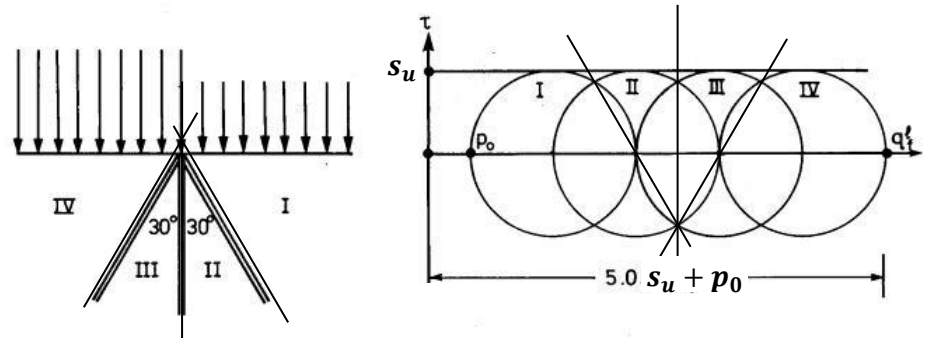
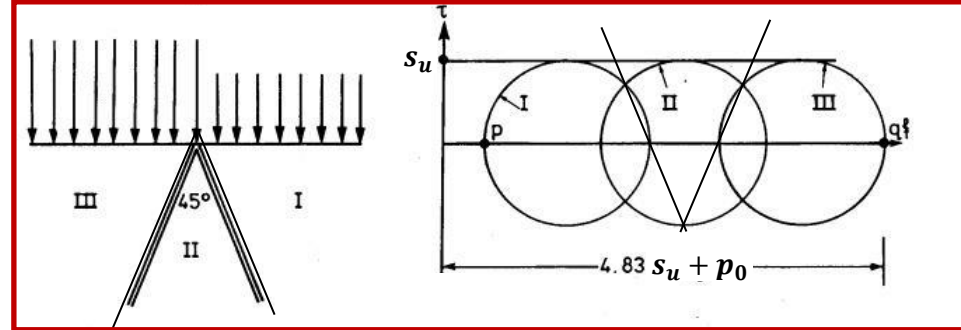
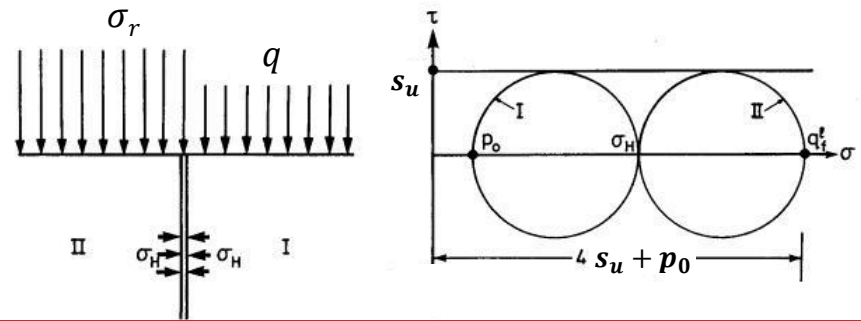
Refinar configurações
estaticamente admissíveis



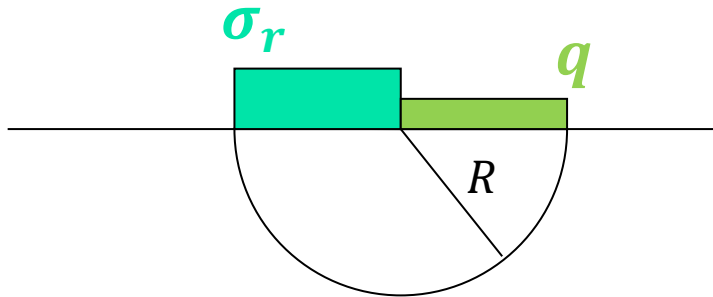
$$\sigma_r \geq 4.83s_u + q$$

Análise Limite

- Teorema do **limite inferior**
- Observar a elevação do limite inferior com o refinamento do estado de tensão.



Equilíbrio Limite usual: mecanismo rotacional circular



$$M_S = \sigma_r R \frac{R}{2} - q R \frac{R}{2}$$

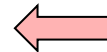
Momento
solicitante

$$M_S = (\sigma_r - q) \frac{R^2}{2}$$

$$M_R = s_u \pi R^2$$

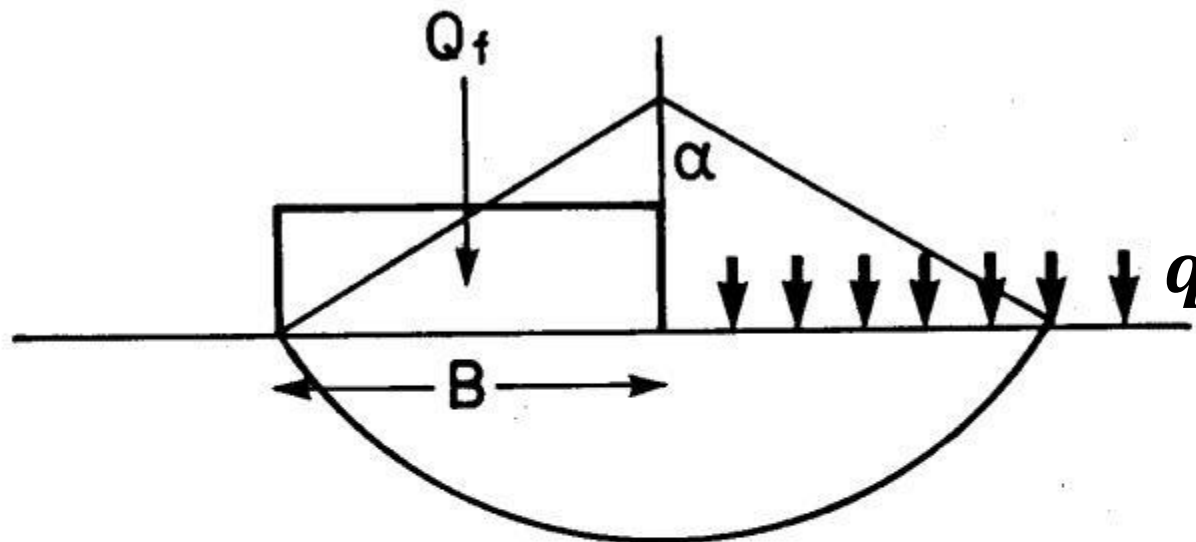
Momento
resistente

Refinar pesquisa de círculos
mais críticos



$$\sigma_r \cong 2\pi s_u + q$$

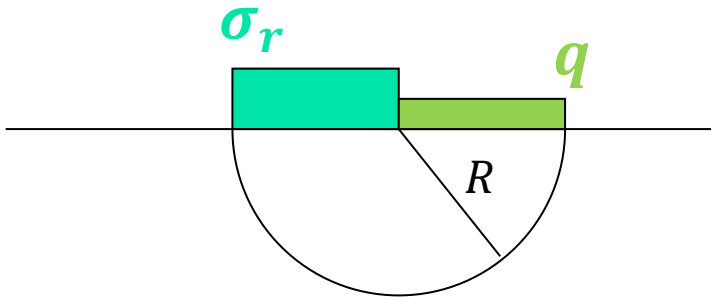
Equilíbrio limite usual (depois do refinamento)



$$\frac{Q_f}{B} = 5.52 \times s_u + q$$

when $\alpha = 67^\circ$

Análise Limite: mecanismo rotacional circular (**lim. sup.**)



$$\int_0^R \sigma_r \frac{\delta}{R} r dr = \sigma_r \delta \frac{R}{2}$$

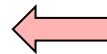
Trabalho das forças externas

$$\int_0^R q \frac{-\delta}{R} r dr = -q \delta \frac{R}{2}$$

$$\int_0^\pi s_u \delta R d\theta = s_u \delta R \pi$$

Trabalho das forças internas

Refinar configurações cinematicamente admissíveis



$$\sigma_r \leq 2\pi s_u + q$$

Análise Limite

Teorema do limite superior

Interface	Length	Rel. Disp.	Int. Work
O C	$B/\cos \alpha$	$\delta/\sin \alpha$	$\frac{B \cdot \delta}{\cos \alpha \sin \alpha} \times k$
C D	$B \cdot \tan \alpha$	$2 \cdot \delta$	$B \cdot \delta \cdot 2 \cdot \tan \alpha \times k$
D O	$B/\cos \alpha$	$\delta/\sin \alpha$	$\frac{B \cdot \delta}{\cos \alpha \sin \alpha} \times k$

Ext. Work: $= Q \delta - p_0 \cdot B \delta$

Equating int. and ext. work: $Q_f^u/B = q_f^u = \frac{2 \cdot k}{\cos \alpha} \left\{ \frac{1}{\sin \alpha} + \tan \alpha \right\} + p_0$

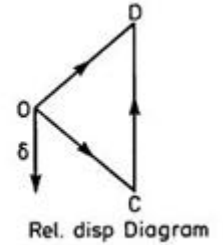
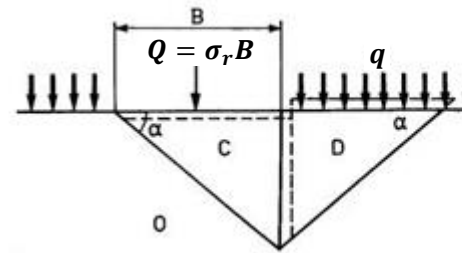
q_f^u is a minimum when $\alpha = 35.3^\circ$ i.e. $q_f^u = 5.66k + p_0$

55° $q_f^u = 5.65k + p_0$

49° $q_f^u = 5.29k + p_0$

46° $q_f^u = 5.18k + p_0$

Teorema do Limite Superior



Interface	Length	Rel. Disp.	Int. Work
O C	$B/\cos \alpha$	$\delta/\sin \alpha$	$\frac{B \cdot \delta}{\cos \alpha \sin \alpha} \times S_u$
C D	$B \cdot \tan \alpha$	$2 \cdot \delta$	$B \cdot \delta \cdot 2 \cdot \tan \alpha \times S_u$
D O	$B/\cos \alpha$	$\delta/\sin \alpha$	$\frac{B \cdot \delta}{\cos \alpha \sin \alpha} \times S_u$

$$2 \frac{B}{\cos \alpha} \frac{\delta}{\sin \alpha} s_u + 2B\delta \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} s_u = \frac{2B\delta}{\cos \alpha} \left(\frac{1}{\sin \alpha} + \sin \alpha \right) s_u$$

$$\frac{2B\delta}{\cos \alpha} \left(\frac{1}{\sin \alpha} + \sin \alpha \right) s_u = (\sigma_r - q) B \delta$$

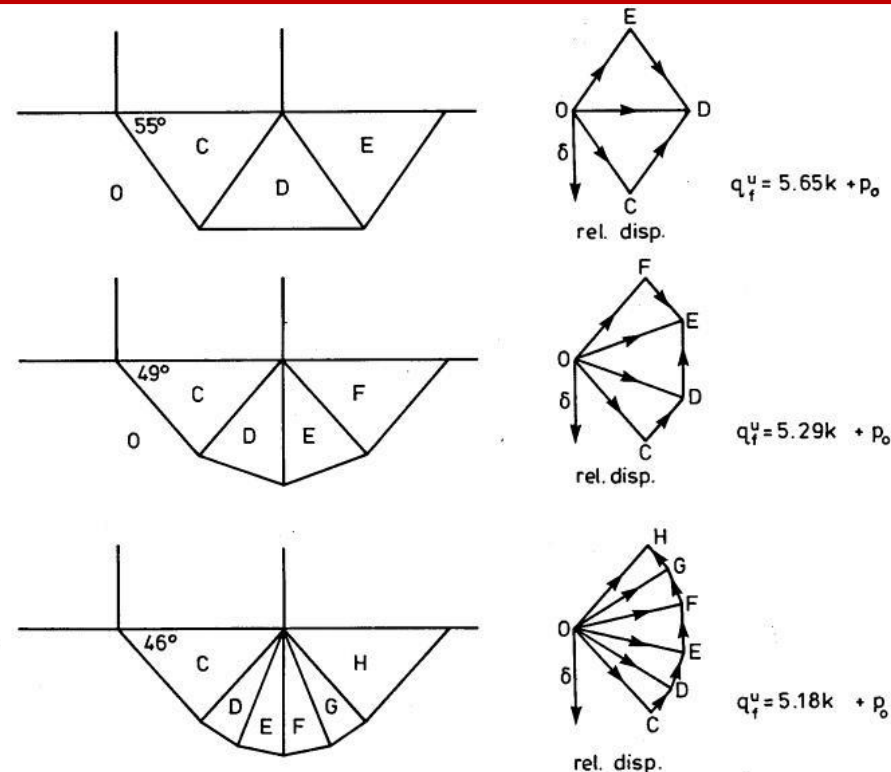
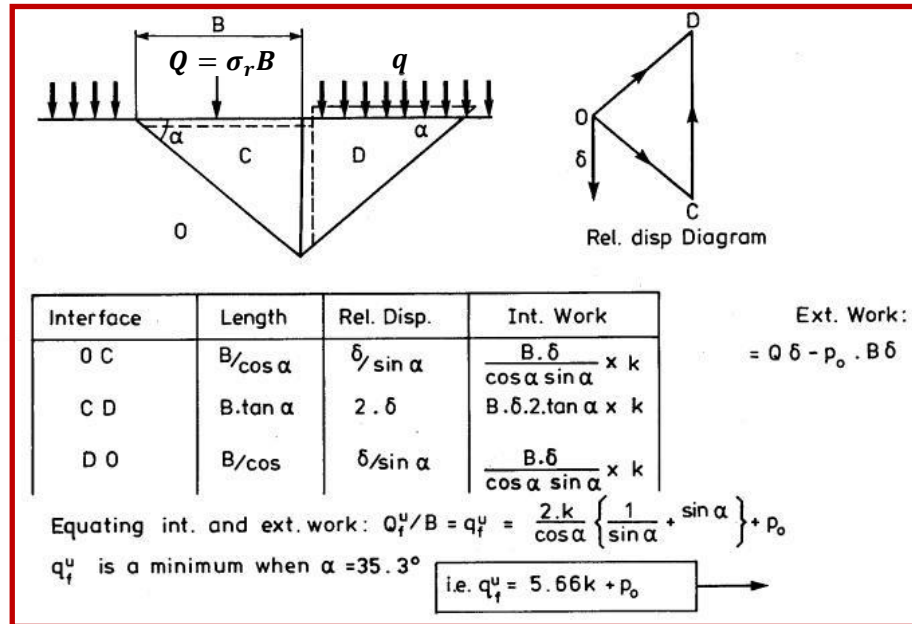
$$\frac{\partial(\cdot)}{\partial \alpha} = 0 \Rightarrow \alpha = 35,26^\circ \text{ e } \frac{2}{\cos \alpha} \left(\frac{1}{\sin \alpha} + \sin \alpha \right) = 5,66$$

Refinar configurações cinematicamente admissíveis

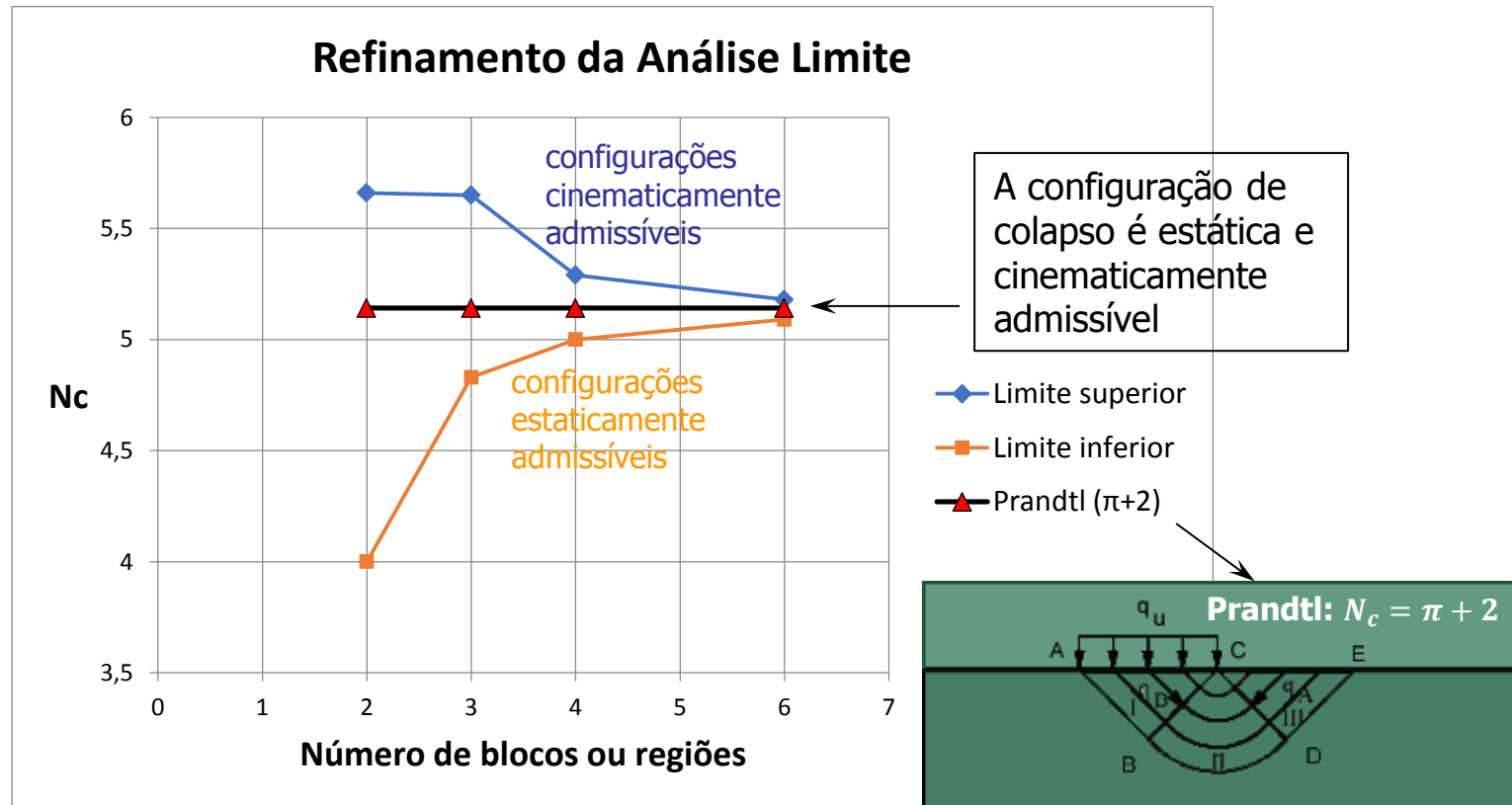
$$\sigma_r \leq 5,66 s_u + q$$

Análise Limite

- Teorema do **limite superior**
- Observar a redução do limite superior com o refinamento do mecanismo de colapso



Refinamento da Análise Limite



$$\sigma_r = N_c s_u + q$$



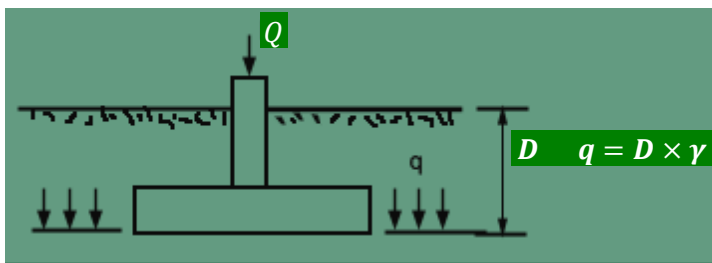
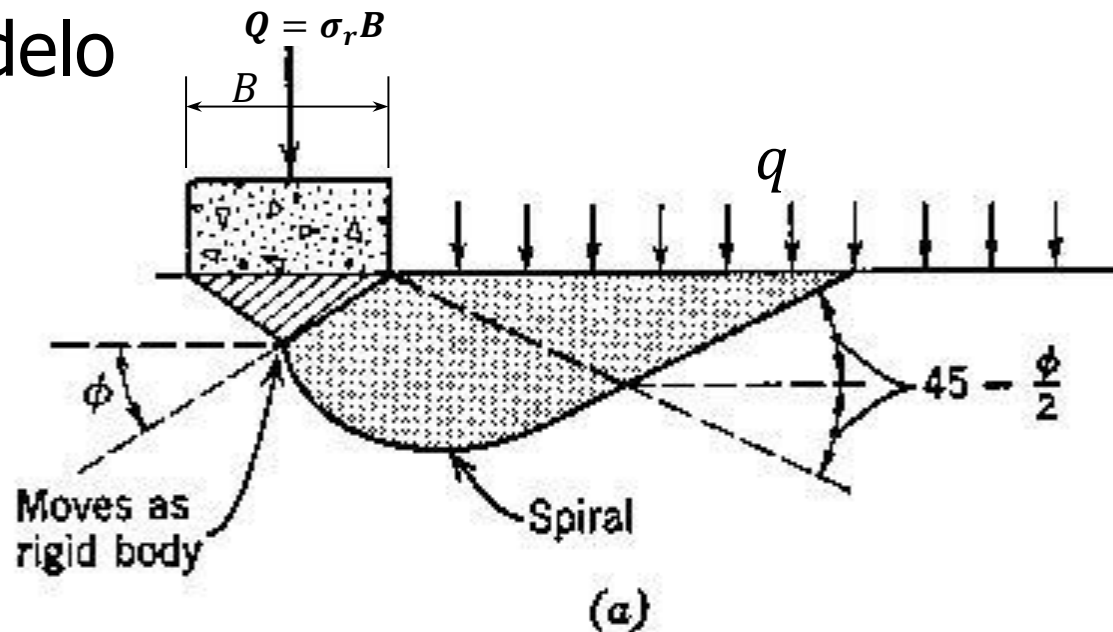
Fórmula de Terzaghi (Prandtl-Reissner), 1943

■ Hipóteses

- Solo rígido-plástico
- Solo homogêneo, semi-infinito, contínuo, isotrópico
- Estudo bidimensional (sapata corrida)
- Solo genérico (c e ϕ)
- Despreza-se a resistência ao cisalhamento do solo acima da cota de apoio da sapata (hipótese relaxada por Meyerhoff e outros que o sucederam)

Fórmula de Terzaghi (Prandtl-Reissner), 1943

- Modelo



Fórmula de Terzaghi generalizada

- $$\sigma_r = s_c c N_c + s_q q N_q + s_\gamma 0,5 \gamma B N_\gamma$$
- Três mecanismos de resistência:
 - 1) Coesão na superfície de ruptura
 - 2) Sobrecarga lateral ($q = \gamma D$)
 - 3) Atrito na superfície de ruptura

Fórmula de Terzaghi generalizada

$$\sigma_r =$$

parcela de resistência devida a:

$$s_c c N_c$$

intercepto de coesão

+

$$s_q q N_q$$

sobrecarga lateral ($q = \gamma D$)

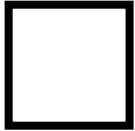
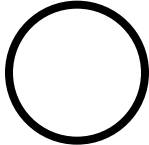

+

$$s_\gamma 0,5 \gamma B N_\gamma$$

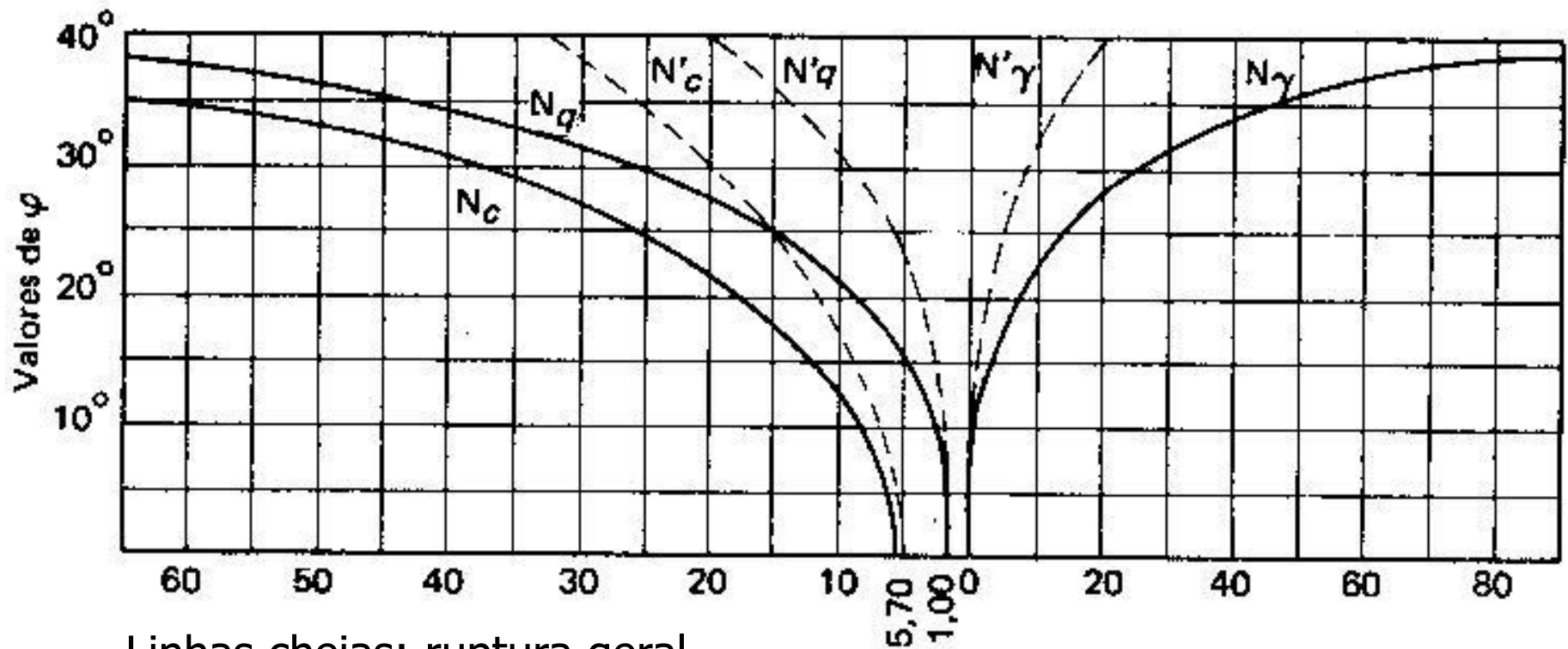
atrito na superfície de ruptura



Fatores de forma

			
s_c	1,3	1,3	$1+0,3 B/L$
s_q	1,0	1,0	1,0
s_γ	0,8	0,6	$1-0,2 B/L$

Fatores de Capacidade de Carga



Linhas cheias: ruptura geral

Linha tracejadas: ruptura local



Influência da largura (B)

Relevância do tamanho da sapata
(para $D=0$)

- Solicitação não drenada

$$\sigma_r = s_u N_c$$

(não depende das dimensões)

- Solicitação drenada, sem c

$$\sigma_r = 0,5 \gamma B N_\gamma$$

(tensão diretamente proporcional a B)



Influência da sobrecarga (q)

- Sobrecarga $q = \gamma D$

- Sempre aumenta σ_r

$$\Delta\sigma_r = q N_q$$

- Solicitação não drenada

- $N_q = 1,0$ (pouco importante)

- Solicitação drenada

- $N_q > 1,0$ (mais importante)



Influência da água

- Continua valendo:

$$\sigma_r = s_c c N_c + s_q \gamma D N_q + s_\gamma 0,5 \gamma B N_\gamma \text{ mas...}$$

- Para porção submersa o valor de γ deve ser γ_{sub}
 - Solicitação drenada: redução substancial de σ_r
 - Solicitação não drenada: nenhum efeito
- Capilaridade (durável?) \approx coesão fictícia (garantida?)



Cronologia da evolução das formulações teóricas

- Prandtl (1920, 1921)
- Reissner (1924)
- Buisman (1940)
- Terzaghi (1943)
- Skempton (1951)
- Caquot & Kérisel (1953)
- Meyerhof (1951, 1953, 1957, 1963, 1965)
- Brinch Hansen (1970)
- De Beer (1970)
- Vesic (1973, 1975)



Tensão Admissível (especificação)

- Procedimento conceitual usual
 - Garantir segurança contra ruptura
 - Tensão admissível (ELU): $\sigma_{adm} = \sigma_r/F$
 - Em geral $2,0 < F < 3,0$

+

 - Garantir recalques aceitáveis
 - Tensão admissível (ELS)

=

 - Especifica-se a menor, de modo a ter segurança contra ELU e ELS

- Alternativas
 - Correlações diretas de σ_{adm} com propriedades diversas do solo, determinadas experimentalmente
 - Provas de carga



Processos de verificação da segurança (ELU) de fundações

- Carga admissível, valores característicos
- Fator de segurança global (ASD)
 - $P_{adm} = \frac{R_k}{F}$
 - $P_k \leq P_{adm}$
 - $F = \frac{R_k}{P_k}$ (tipicamente 2 a 3)
- Resistências e solicitações de cálculo
- Fatores parciais (LRFD)
 - $R_d = \frac{R_k}{\gamma_m}$
 - $S_d = S_k \gamma_f$
 - $S_d \leq R_d$

Fatores (global ou parciais): respeitar a NBR 6122

Processos de verificação da segurança (ELU) de taludes

- Resistência admissível, valores característicos
- Fator de segurança global (ASD)
 - $R_{adm} = \frac{R_k}{F}$
 - $S_k \leq R_{adm}$
 - $F = \frac{R_k}{S_k}$ (tipicamente 1,5 a 2)
- Resistências e solicitações de cálculo
- Fatores parciais (LRFD)
 - $R_d = \frac{R_k}{\gamma_m}$
 - $S_d = S_k \gamma_f$
 - $S_d \leq R_d$

Fatores (global ou parciais): respeitar a NBR 6122



Processos de verificação da segurança (ELS) de fundações

- ELS: garantir recalques aceitáveis
 - PEF3405